EESTI NSV TEADUSTE AKADEEMIA TOIMETISED. 29. KÖIDE
FÜÜSIKA * MATEMAATIKA. 1980, NR. 3

ИЗВЕСТИЯ АКАДЕМИИ НАУК ЭСТОНСКОЙ ССР. ТОМ 29
ФИЗИКА * МАТЕМАТИКА. 1980, № 3

УДК 658.012

Ю. ТАММЕЛА

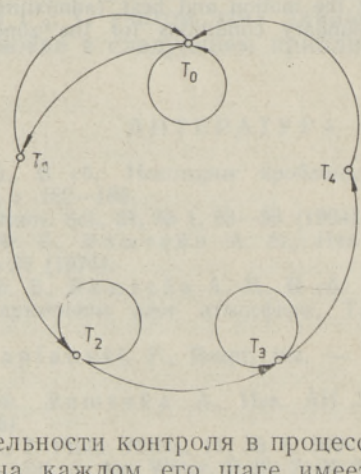
ОПТИМАЛЬНОЕ УПРАВЛЕНИЕ ПРОИЗВОДСТВЕННЫМИ ПРОЦЕССАМИ СО СЛОЖНОЙ СТРУКТУРОЙ. МОДЕЛЬ С НЕПОЛНОЙ ИНФОРМАЦИЕЙ

(Представил Н. Алумяэ)

В данной статье задача управления производственным процессом со сложной структурой [1] обобщается на случай, когда состояние объекта наблюдается лишь частично. В качестве примера рассматривается процесс фотолитографии. Для этого процесса строится оптимальная стратегия управления в предположении, что контроль качества обрабатываемого объекта необязателен.

1. Элементы модели частично наблюдаемого производственного процесса

Дискретный производственный процесс состоит из контрольных операций и операций обработки, которые в общем случае являются управляемыми. Обозначим множество контрольных операций через T', множество операций обработки через Δ' и предположим, что $\Delta' \subset T' \times T'$. Ориентированный граф (T', Δ'), называемый структурой процесса, применительно к процессу фотолитографии показан на рисунке.



Говоря о необязательности контроля в процессе фотолитографии, мы подразумеваем, что на каждом его шаге имеет место один из двух предельных случаев частичного наблюдения: при одном из них ($y'' = 0$) состояние объекта наблюдается полностью, при другом ($y'' = 1$) — дополнительная информация о состоянии объекта не может быть получена. Следовательно, множество способов контроля объекта в процессе фотолитографии есть множество $\{0, 1\}$. В рамках общей модели частично наблюдаемого производственного процесса множество способов контроля будем обозначать через Y'', а множество способов обработки — через Y'.

Производственный процесс начинается с поступления исходного объекта на одну из контрольных операций τ_0, $\tau_0 \in T'$, которая проводится способом y_0'', $y_0'' \in Y''$. Результат контроля ξ_0 ($\xi_0 \in \Xi$, где Ξ — множество значений наблюдаемых параметров) дает некоторую дополнительную информацию о состоянии объекта x_0 ($x_0 \in X$, где X — пространство состояний обрабатываемого объекта). Предполагается, что априорная информация о том, какие объекты поставщик направляет на операцию τ_0, и наблюдаемая информация (τ_0, y_0'', ξ_0) определяют на пространстве X начальное распределение вероятностей μ_0.

В процессе фотолитографии состояние объекта описывается с точностью «годен-негоден», т. е. пространство X задается множеством $X = \{0, 1\}$, где $x = 0$ означало состояние «годен» и $x = 1$ — состояние «негоден». Процесс начинается с операции T_0 (см. рисунок), куда направляются кремниевые диски с напыленным слоем фоточувствительного материала. В [1] предполагалось, что вероятность ϱ получения однородного слоя методом напыления составляет 0,9. Следовательно, при отсутствии контроля на первом этапе, т. е. при $y_0'' = 1$, начальное распределение μ_0 определяется вероятностным вектором $m_0 = (\varrho; 1 - \varrho) = (0{,}9; 0{,}1)$. При наличии же контроля, т. е. при $y_0'' = 0$, состояние объекта наблюдается непосредственно и распределение μ_0 задается в зависимости от результата контроля ξ_0, $\xi_0 \in \Xi = X$, либо вектором $m_5 = (1; 0)$, либо вектором $m_6 = (0; 1)$.

Для выбора рациональной стратегии изготовления изделия необходимо иметь модели обрабатывающих и контрольных операций. Модель обрабатывающих операций в [1] задавалась как зависящее от параметров $x \in X$, $t \in \Delta'$ и $y' \in Y'$ распределение вероятностей $p'(\cdot \,|\, x, t, y')$ на множестве X. По аналогии модель контрольных операций зададим как зависящее от параметров $x \in X$, $\tau \in T'$ и $y'' \in Y''$ распределение вероятностей $p''(\cdot \,|\, x, \tau, y'')$ на множестве Ξ. Ниже конкретизируем эти распределения p' и p'' для процесса фотолитографии.

В процессе фотолитографии набор операций обработки Δ' разделяется на множество основных операций и на множество операций исправления. В результате последовательно проведенных основных операций ($t_k = (T_{k-1}, T_k)$, $k = 1, 2, 3, 4$) может быть получено либо годное изделие — диск кремния с желаемой структурой поверхностного слоя, либо негодное. В последнем случае диск или выбраковывается, или направляется на операцию исправления, т. е. на операцию типа (T_m, T_n), $m \geqslant n$. При этом модель основных операций задается матрицей [1]

$$P' = (\varrho'_{ij}) = (p'(j-1 \,|\, i-1, t, y')) = \begin{pmatrix} \varrho & 1-\varrho \\ 0 & 1 \end{pmatrix},$$

а модель операций исправления — матрицей

$$P'' = (\varrho''_{ij}) = (p'(j-1 \,|\, i-1, t, y')) = \begin{pmatrix} \varrho & 1-\varrho \\ \varrho & 1-\varrho \end{pmatrix}.$$

Модель контрольных операций $p''(\cdot \,|\, x, \tau, y'')$ для случая $y'' = 0$ определяется матрицей

$$P_0 = (\varrho_{ij}(0)) = (p''(j-1\,|\,i-1,\ \tau,\ 0)) = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$$

и для случая $y'' = 1$ (контроль отсутствует) — матрицей

$$P_1 = (\varrho_{ij}(1)) = (p''(j-1\,|\,i-1, \tau, 1)) = \begin{pmatrix} \varphi & 1-\varphi \\ \varphi & 1-\varphi \end{pmatrix},$$

где φ есть произвольное число на отрезке $[0, 1]$.

Итак, мы располагаем вероятностным описанием элементов управляемого процесса. Исходя из цели управления — организовать процесс таким образом, чтобы прибыль достигла максимума, введем для определения ожидаемой прибыли структуру затрат и доходов. Будем различать затраты на обработку и затраты на контроль. Первые зададим неотрицательной функцией c' на множестве $X \times \Delta' \times Y'$, а вторые — неотрицательной функцией c'' на множестве $X \times T' \times Y''$. Предполагая, что в процессе фотолитографии одна десятая из текущего платежа [1] идет на контроль, получим, что $c'(x, t, y') = 0{,}9$ при всех $x \in X$, $t \in \Delta'$ и $y' \in Y'$, а c'' определяется выражением

$$c''(x, \tau, y'') = \begin{cases} 0{,}1, & \text{если } y'' = 0; \\ 0, & \text{если } y'' = 1. \end{cases}$$

Величина дохода, которую получает производство от реализации изделия, зависит не только от его конечного состояния, но и от того, на какой из контрольных операций было принято решение прекратить процесс обработки и каким способом изделие будет использовано. Предполагая, что множество способов использования изделия совпадает с множеством $Y' \times Y''$, назовем действительную функцию h на множестве $X \times T' \times Y' \times Y''$ финальным доходом. Для процесса фотолитографии положим [1], что единственный ненулевой доход возникает от реализации годного изделия и что этот доход равен пяти единицам, т. е. $h(x, \tau, y', y'') = 5\delta(x, \tau, y', y''\,|\,0, T_4, y', 0)$, где $\delta(\cdot\,|\,\cdot)$ есть символ Кронекера и где $(x, \tau, y', y'') \in X \times T' \times Y' \times Y''$.

С получением финального дохода процесс завершается. Конечную его стадию обозначим через T_N, где N — количество контрольных операций. Полагая, что величина T_N не принадлежит множеству T', введем при помощи выражения $T = T' \cup \{T_N\}$ множество T и назовем его множеством стадий процесса. Это множество нам понадобится при формализации задачи управления процессом.

2. Задача управления процессом

Пусть в результате ν-кратной обработки объекта получено изделие. История процесса изготовления этого изделия описывается последовательностью

$$l_\nu = x_0 \xi_0 t_1 y'_1 y''_1 x_1 \xi_1 \ldots t_\nu y'_\nu y''_\nu x_\nu \xi_\nu =$$

$$= x_0 \xi_0 \tau_0 \tau_1 y'_1 y''_1 x_1 \xi_1 \ldots \tau_{\nu-1} \tau_\nu y'_\nu y''_\nu x_\nu \xi_\nu,$$

где $x_n \in X$, $\xi_n \in \Xi$, $\tau_n \in T'$ при $0 \leqslant n \leqslant \nu$ и $t_n = (\tau_{n-1}, \tau_n) \in \Delta'$, $y'_n \in Y'$, $y_n'' \in Y''$ при $0 < n \leqslant \nu$. Оценкой истории l_ν называем величину

$$R_\nu(l_\nu)=\max_{(y',y'')\in Y'\times Y''}\{h(x_\nu,\tau_\nu,y',y'')\}-\sum_{n=1}^{\nu}[c'(x_{n-1},t_n,y'_n)+c''(x_n,\tau_n,y''_n)].$$

Чем больше оценка R_ν, т. е. чем больше прибыль от реализации изделия, тем лучше организован процесс его изготовления. Следовательно, управлять процессом надо таким образом, чтобы математическое ожидание оценки R_ν (ν — зависящий от стратегии управления момент остановки процесса) достигало максимума. Более строго эту задачу сформулируем в терминах теории управляемых марковских процессов [2, 3].

Введем следующие определения:

— пространство скрытых состояний есть множество X;

— пространство наблюдаемых состояний $\mathfrak{S}$ есть прямое произведение множеств T и Ξ, т. е. $\mathfrak{S}=T\times\Xi$;

— пространство состояний S есть прямое произведение множеств скрытых и наблюдаемых состояний, т. е.

$$S=X\times T\times\Xi; \tag{1}$$

— пространство управлений A есть множество, задаваемое выражением

$$A=T\times Y'\times Y''; \tag{2}$$

— допустимыми управлениями в наблюдаемом состоянии $\sigma_n=(\tau_n,\xi_n)\in\mathfrak{S}$ будем называть управления из множества

$$D(\sigma_n)=D(\tau_n)=\{(\tau,y',y''):(\tau_n,\tau)\in\Delta'\cup\{(\tau_n,T_N)\},y'\in Y',y''\in Y''\}; \tag{3}$$

— начальное распределение p_0 есть распределение вероятностей на множестве S, определяемое выражением

$$p_0(s)=p_0(x,\sigma)=\mu_0(x)\delta(\sigma|\sigma_0),\qquad s=(x,\sigma)\in S; \tag{4}$$

— переходная функция $p(\cdot|s_n,a_{n+1})$ есть распределение вероятностей на множестве S, определяемая выражением

$$p(s|s_n,a_{n+1})=p(x,\tau,\xi|x_n,\tau_n,\xi_n,\tau_{n+1},y'_{n+1},y''_{n+1})=$$
$$=[1-\delta(\tau_{n+1}|T_N)]p'(x|x_n,\tau_n,\tau_{n+1},y'_{n+1})\delta(\tau|\tau_{n+1})p''(\xi|x,\tau_{n+1},y''_{n+1})+$$
$$+\delta(\tau_{n+1}|T_N)\delta(x|x_n)\delta(\tau|T_N)\delta(\xi|\xi_n),\qquad s=(x,\tau,\xi)\in S, \tag{5}$$

где параметр $s_n=(x_n,\tau_n,\xi_n)\in S$ и параметр $a_{n+1}=(\tau_{n+1},y'_{n+1},y''_{n+1})\in D(\tau_n)$;

— функция доходов r есть действительная функция, определяемая выражением

$$r(s_n,a_{n+1})=r(x_n,\tau_n,\xi_n,\tau_{n+1},y'_{n+1},y''_{n+1})=$$
$$=[1-\delta(\tau_{n+1}|T_N)][c'(x_n,\tau_n,\tau_{n+1},y'_{n+1})+\sum_{x\in X}p'(x|x_n,\tau_n,\tau_{n+1},y'_{n+1})\times$$
$$\times c''(x,\tau_{n+1},y''_{n+1})]+[1-\delta(\tau_n|T_N)]\delta(\tau_{n+1}|T_N)h(x_n,\tau_n,y'_{n+1},y''_{n+1}),$$
$$s_n=(x_n,\tau_n,\xi_n)\in S,\qquad a_{n+1}\in D(\tau_n). \tag{6}$$

Совокупность $Z=(S,A,D,p_0,p,r)$, определенная выражениями (1)—(6), есть однородная во времени модель с неполной информацией [2]. Эту модель будем называть математической моделью производственного процесса.

Постановка задачи. Обозначим множество всех неотрицательных целых чисел через N_0. Для любого момента ν, $\nu \in N_0$, определим множество H_ν наблюдаемых к этому моменту историй:

— при $\nu = 0$ множество H_ν совпадает с множеством наблюдаемых состояний, т. е. $H_0 = \mathfrak{S}$;

— при $\nu > 0$ множество H_ν определяется рекуррентно из выражения

$$H_{n+1} = \{(h, a, \sigma) : h = (\sigma_0, a_1, \sigma_1, \ldots, a_n, \sigma_n) \in H_n, \ a \in D(\sigma_n), \ \sigma \in \mathfrak{S}\}.$$

Стратегией называется последовательность $f = (f_\nu : \nu \in N_0)$ отображений $f_\nu : H_\nu \to A$ со свойством

$$f_\nu(h_\nu) = f_\nu(\sigma_0, a_1, \sigma_1, \ldots, a_\nu, \sigma_\nu) \in D(\sigma_\nu).$$

В управляемом процессе от выбранной стратегии f зависят как наблюдаемая история $h_\nu \in H_\nu$, так и скрытая история $z_\nu = (x_0, x_1, \ldots, x_\nu) \in X^{\nu+1}$.

На множестве $X^{\nu+1} \times H_\nu$ стратегия f, начальное распределение p_0 и переходная функция p определяют распределение вероятностей P:

$$\mathbf{P}^f_{p_0}(z_\nu; h_\nu) = \mathbf{P}^f_{p_0}(x_0, x_1, \ldots, x_\nu; \sigma_0, a_1, \sigma_1, \ldots, a_\nu, \sigma_\nu) =$$

$$= p_0(x_0, \sigma_0) \prod_{n=1}^{\nu} p(x_n, \sigma_n \mid x_{n-1}, \sigma_{n-1}, f_{n-1}(\sigma_0, a_1, \sigma_1, \ldots, a_{n-1}, \sigma_{n-1})) \times$$

$$\times \delta(a_n \mid f_{n-1}(\sigma_0, a_1, \sigma_1, \ldots, a_{n-1}, \sigma_{n-1})), \quad (z_\nu; h_\nu) \in X^{\nu+1} \times H_\nu.$$

Математическое ожидание суммарного дохода

$$\omega(f) = \sum_{\nu \in N_0} \sum_{(z_\nu; h_\nu) \in X^{\nu+1} \times H_\nu} \mathbf{P}^f_{p_0}(z_\nu; h_\nu) \, r(x_\nu, f_\nu(h_\nu)),$$

называется оценкой стратегии f.

Верхнюю грань функции $\omega(f)$ обозначим через v. Величина v называется оценкой процесса $Z = (S, A, D, p_0, p, r)$. Стратегия f называется оптимальной, если ее оценка $\omega(f) = v$, и ε-оптимальной, если ее оценка $\omega(f) \geqslant v - \varepsilon$. Задача заключается в построении оптимальной (если такая существует) или ε-оптимальной стратегии управления процессом Z.

3. Сведение к модели с полной информацией

Общая схема управления по неполным данным предусматривает переход к модели с полной информацией [2, 3]. Следуя Е. Б. Дынкину и А. А. Юшкевичу [3], опишем, как может быть построена однородная во времени модель с полной информацией для частично наблюдаемого производственного процесса.

В новой модели будем рассматривать как состояние в момент n всю существенную для дальнейшего управления информацию, которой мы располагаем в это время. В начальный момент ($n=0$) эта информация описывается наблюдаемым состоянием σ_0 и распределением μ_0 для ненаблюдаемого состояния x_0. В любой момент $n > 0$ ее естественно описывать парой (σ_n, μ_n), где μ_n — апостериорное распределение вероятностей для состояния x_n, вычисленное с учетом всей наблюденной к этому моменту истории h_n. Заметим, что в производственном процессе наблюдаемое состояние σ_n задается парой (τ_n, ξ_n). Первым компонентом этой пары определяется (см. выражение (3)) система допустимых управлений, в то время как второй компонент важен лишь с точки зрения идентификации состояния x_n объекта. Информативная роль величины ξ_n полностью учитывается в распределении μ_n, которое вычисляется с учетом истории $h_n = (\sigma_0, a_1, \sigma_1, \ldots, a_n, \sigma_n)$. Следовательно, в новой модели текущее состояние достаточно описывать парой $\tilde{s}_n = (\mu_n, \tau_n)$. Покажем, как изменится это состояние в ходе проведения процесса.

Пусть после n-кратной обработки объект поступает на операцию (τ_n, τ_{n+1}), которая проводится способом y'. Состояние объекта после этого, как правило, изменится, т. е. он перейдет в состояние x_{n+1}, $x_{n+1} \in X$, с вероятностью

$$\mu'(x_{n+1}) = \sum_{x_n \in X} p'(x_{n+1} \mid x_n, \tau_n, \tau_{n+1}, y')\, \mu_n(x_n). \tag{7}$$

Этим выражением определяется распределение вероятностей μ' на множестве X. Распределение μ' является априорным распределением при выборе способа проведения контрольной операции τ_{n+1}.

Если контрольная операция τ_{n+1} проводится способом y'', то наблюдаемый при этом параметр объекта принимает значение ξ с вероятностью

$$p(\xi) = \sum_{x_{n+1} \in X} p''(\xi \mid x_{n+1}, \tau_{n+1}, y'')\, \mu'(x_{n+1}). \tag{8}$$

Это наблюдение дает дополнительную информацию о состоянии x_{n+1}. Апостериорное распределение вероятностей $\mu_{n+1}(\cdot \mid \xi)$ для этого состояния вычисляется по формуле Байеса

$$\mu_{n+1}(x_{n+1} \mid \xi) = \frac{\mu'(x_{n+1})\, p''(\xi \mid x_{n+1}, \tau_{n+1}, y'')}{\sum_{x \in X} \mu'(x)\, p''(\xi \mid x, \tau_{n+1}, y'')}, \qquad x_{n+1} \in X. \tag{9}$$

Именно это апостериорное распределение является первым компонентом нового состояния $\tilde{s}_{n+1} = (\mu_{n+1}, \tau_{n+1})$.

В качестве примера рассмотрим процесс фотолитографии в состоянии $\tilde{s}_n = (m_k, T_k)$, $k = 0, 1, 2, 3$. Пусть $(n+1)$-я обработка диска кремния проводится на операции (T_k, T_{k+1}). Из формулы (7) получим, что в этом случае распределение μ' совпадает с вероятностным вектором $m_{k+1} = (\varrho^{k+1};\ 1 - \varrho^{k+1})$. Если, далее, объект проходит контроль на операции T_{k+1}, то, согласно формуле (8), наблюдаемая величина принимает значение $\xi = 0$ с вероятностью ϱ^{k+1} и значение $\xi = 1$ с вероятностью $1 - \varrho^{k+1}$. Воспользовавшись формулой (9), получаем, что в первом случае апостериорное распределение $\mu_{n+1}(\cdot \mid 0) = m_5 = (1;0)$, а во втором — $\mu_{n+1}(\cdot \mid 1) = m_6 = (0;1)$. Если же контроль на операции $\tau_{n+1} = T_{k+1}$ пропускается, то распределение μ' будет в то же время и апостериорным распределением. Тогда новым состоянием будет состояние $\tilde{s}_{n+1} = (m_{k+1}, T_{k+1})$. В результате аналогичного анализа могут быть найдены и все остальные достижимые в процессе фотолитографии состояния. Перечень этих состояний дан в первом столбце таблицы.

Множество всех (достижимых в частично наблюдаемом процессе Z) пар типа $\tilde{s} = (\mu, \tau)$, где μ есть распределение вероятностей на множестве X и τ есть некоторая стадия процесса, примем за пространство состояний $\tilde{S}$ в модели с полной информацией. Переходная функция для этой модели определяется выражением

$$\tilde{p}(\mu_{n+1}, \tau_{n+1} \,|\, \tilde{s}_n, a_{n+1}) = \sum_{\xi \in \Xi} \delta(\mu_{n+1} \,|\, \mu_{n+1}(\cdot \,|\, \xi))\, p(\xi).$$

Новая функция доходов $\tilde{r}$ получается в результате усреднения

$$\tilde{r}(\tilde{s}_n, a_{n+1}) = \sum_{x \in X} r(x, \tau_n, \xi, a_{n+1})\, \mu_n(x).$$

Построенная таким образом модель с полной информацией $\tilde{Z} = (\tilde{S}, A, D, \tilde{p}, \tilde{r})$ эквивалентна модели $Z = (S, A, D, p_0, p, r)$. Итак, если найдена оптимальная (ε-оптимальная) стратегия f^* в модели $\tilde{Z}$, то после наблюдения истории h_n в процессе Z следует принимать решение $a_{n+1} = f^*(\mu_n(h_n), \tau_n)$, где $\mu_n(h_n)$ есть апостериорное распределение вероятностей для скрытого состояния x_n, вычисленное с учетом всей наблюденной истории h_n.

4. Оптимальная стратегия управления процессом фотолитографии

Оптимальная стратегия управления (отображение $f^* : \tilde{S} \to A$) процессом фотолитографии представлена в таблице. Например, в начальном состоянии $\tilde{s}_0 = (m_0, T_0)$ следует выбрать управление $(T_1, y', 1)$, т. е. исходный объект следует обработать на операции (T_0, T_1) и оставить на операции T_1 вне контроля. Если управление процессом выбрано в соответствии с оптимальной стратегией, то суммарный доход достигнет максимума. В таблице заданы значения $v(\tilde{s})$ максимально ожидаемого суммарного дохода при условии, что процесс находится в состоянии $\tilde{s} \in \tilde{S}$.

Оптимальная стратегия управления процессом фотолитографии

$\tilde{s}$	$f^*(\tilde{s})$	$v(\tilde{s})$	$\tilde{s}$	$f^*(\tilde{s})$	$v(\tilde{s})$
m_0, T_0	$T_1, y', 1$	0,41788	m_5, T_3	$T_4, y', 1$	3,6
m_5, T_0	$T_1, y', 1$	0,4988	m_6, T_3	$T_3, y', 0$	2,488
m_6, T_0	T_5, y', y''	0	m_0, T_4	$T_5, y', 0$	4,5
m_0, T_1	$T_2, y', 1$	1,3988	m_1, T_4	$T_5, y', 0$	4,05
m_1, T_1	$T_2, y', 1$	1,31788	m_2, T_4	$T_5, y', 0$	3,645
m_5, T_1	$T_2, y', 1$	1,488	m_3, T_4	$T_5, y', 0$	3,2805
m_6, T_1	$T_2, y', 1$	0,688	m_4, T_4	$T_5, y', 0$	2,95245
m_0, T_2	$T_3, y', 0$	2,388	m_5, T_4	$T_5, y', 0$	5
m_1, T_2	$T_3, y', 0$	2,2988	m_6, T_4	T_5, y', y''	0
m_2, T_2	$T_3, y', 0$	2,21788	m_0, T_5	T_5, y', y''	0
m_5, T_2	$T_3, y', 0$	2,488	m_1, T_5	T_5, y', y''	0
m_6, T_2	$T_3, y', 1$	1,588	m_2, T_5	T_5, y', y''	0
m_0, T_3	$T_4, y', 1$	3,15	m_3, T_5	T_5, y', y''	0
m_1, T_3	$T_4, y', 1$	2,745	m_4, T_5	T_5, y', y''	0
m_2, T_3	$T_3, y', 0$	2,488	m_5, T_5	T_5, y', y''	0
m_3, T_3	$T_3, y', 0$	2,488	m_6, T_5	T_5, y', y''	0

Величина $v(\tilde{s})$ называется оценкой состояния $\tilde{s}$. Легко проверить, что приведенные в таблице оценки удовлетворяют уравнению оптимальности

$$v(\tilde{s}_n) = v(\mu_n, \tau_n) =$$
$$= \max_{a_{n+1} \in D(\tau_n)} \{ \sum_{\tilde{s}_{n+1} \in \tilde{S}} \tilde{p}(\tilde{s}_{n+1} | \tilde{s}_n, a_{n+1}) v(\tilde{s}_{n+1}) + \tilde{r}(\tilde{s}_n, a_{n+1}) \}$$

и что максимум в правой части уравнения достигается при $a_{n+1} = f^*(\tilde{s}_n)$.

Заметим, что новое пространство состояний $\tilde{S}$ для процесса фотолитографии является конечным множеством. Это следует из предположения об особом виде модели операций исправления, согласно которому результат исправления не зависит от состояния исправляемого объекта. Благодаря конечности (и однородности во времени) модели Z оказалось возможным использовать для построения оптимальной стратегии управления процессом фотолитографии обычный алгоритм Ховарда [4]. Если же модель операций исправления задавать при помощи произвольной вероятностной матрицы P'', то задача построения оптимальной стратегии усложняется.

В общем случае обычный алгоритм Ховарда не применим из-за того, что модель с полной информацией получается во времени неоднородной [2] или новое пространство состояний $\tilde{S}$ является множеством с бесконечным числом элементов [3]. Обобщение алгоритма Ховарда на случай, когда процесс описывается с помощью конечной однородной модели с неполной информацией (в которой элементы D, p и r не зависят от наблюдаемой истории), рассмотрено в [5]. Однако при реализации данного алгоритма на ЭВМ приходится сталкиваться со значительными трудностями (несмотря на ограниченность модели). Поэтому при решении практических задач следует искать упрощающие задачу предположения.

ЛИТЕРАТУРА

1. Таммела Ю., Изв. АН ЭССР, Физ. Матем., **29**, № 2, 201—207 (1980).
2. Hinderer, K., Foundations of Non-Stationary Dynamic Programming with Discrete Time Parameter, Springer-Verlag, Berlin—Heidelberg—New York, 1970.
3. Дынкин Е. Б., Юшкевич А. А., Управляемые марковские процессы и их приложения, М., «Наука», 1975.
4. Ховард Р. А., Динамическое программирование и марковские процессы, М., «Сов. радио», 1964.
5. Sondik, E. J., Oper. Res., **26**, № 2, 282—304 (1978).

Научно-исследовательский проектно-технологический институт Таллинского электротехнического завода им. М. И. Калинина

Поступила в редакцию
16/XI 1979

J. TAMMELA

KEERULISE STRUKTUURIGA TOOTMISPROTSESSIDE OPTIMAALJUHTIMINE. MITTETÄIELIKU INFORMATSIOONIGA MUDEL

Keerulise struktuuriga tootmisprotsesside optimaaljuhtimise ülesanne [1] on üldistatud juhule, kus töödeldava objekti olek ei pruugi olla täielikult vaadeldav. Näitena on kirjeldatud fotolitograafiaprotsessi, milles objekti kontroll ei ole kohustuslik. On esitatud ka selle protsessi optimaalse juhtimise strateegia.

J. TAMMELA

OPTIMAL CONTROL OF NON-SERIAL PRODUCTION PROCESSES. MODEL WITH INCOMPLETE INFORMATION

The problem of optimal control of non-serial production processes [1] is generalized to a case where the state of object under the process need not be completely observable. Differently from the previous work, in this paper it is supposed that there are several control options available at each inspection station. The set of these options is denoted by Y'', and a model of inspection stations is given by the probability function $p''(\cdot|x, \tau, y'')$ on the set Ξ of the values of observable variables: the value ξ, $\xi \in \Xi$, is observed with the probability $p''(\xi|x, \tau, y'')$ in station τ, $\tau \in T'$, if the option y'', $y'' \in Y''$, is used to check the object which is in its concealed state x, $x \in X$.

The production process with such complicated inspection stations is described by the decision model with incomplete information. The decision model is defined by formulae (1)—(6). Generally [5], it is difficult to find an optimal strategy for the partially observable process. Thus, the suppositions simplifying the problem, are justified. Here it is supposed that the model of some production operations has a special form. Due to this supposition it is possible to construct the finite decision model with complete information which is equivalent to the model with incomplete information. On this equivalent model the control problem can be solved by the usual Howard's algorithm.

The example of the previous work, the photolitographic process, is modified by the proposition that the check-up is not obligatory in the process. The optimal control strategy for received process is presented in the table.