

Л. СОСНИ

СИНТЕЗ ДИЭЛЕКТРИЧЕСКИХ ИНТЕРФЕРЕНЦИОННЫХ ФИЛЬТРОВ С УЗКИМИ ПОЛОСАМИ ОТРАЖЕНИЯ

(Представлена П. Кардом)

Введение

В данной работе исследуются возможности синтеза диэлектрических интерференционных фильтров с узкими полосами отражения. Для этого используется метод, разработанный в [1, 2], согласно которому сначала вычисляется величина

$$\tilde{a}(x) = \frac{1}{\pi} \int_0^{\infty} P(k) \cos(kx) dk + \frac{1}{\pi} \int_0^{\infty} Q(k) \sin(kx) dk, \quad (1)$$

где x — удвоенный оптический путь света, $P(k)$ и $Q(k)$ — любые четная и нечетная функции, удовлетворяющие равенству

$$P^2(k) + Q^2(k) = R(k)/T(k) \equiv A(k), \quad (2)$$

$R(k)$ и $T(k)$ означают заданные коэффициенты отражения и пропускания в зависимости от волнового числа k . Затем по $\tilde{a}(x)$ находится показатель преломления $n(x)$ неоднородной пленки, приближенно удовлетворяющей заданным $P(k)$ и $Q(k)$. В первом приближении

$$\tilde{a}(x) \approx \varphi(x) \equiv d/dx (\ln \sqrt{n(x)}). \quad (3)$$

На заключительном этапе синтеза неоднородная пленка аппроксимируется дискретно-слоистой системой.

Синтез фильтра с одной полосой отражения

Зададим $A(k)$ в виде

$$A(k) = \begin{cases} C^2 = \text{const}, & \text{если } k_0 - \Delta k \leq k \leq k_0 + \Delta k, \\ 0, & \text{если } k < k_0 - \Delta k, k > k_0 + \Delta k, \end{cases} \quad (4)$$

где k_0 — центр полосы отражения, $2\Delta k$ — ее ширина, а C определяет желаемый в этой полосе коэффициент отражения

$$R = C^2 / (C^2 + 1). \quad (5)$$

Таким образом, C должно быть как можно больше. $P(k)$ и $Q(k)$ выберем согласно формуле (2) в виде

$$Q(k) = 0 \quad (6)$$

и

$$P(k) = \begin{cases} C, & \text{если } k_0 - \Delta k \leq k \leq k_0 + \Delta k, \\ 0, & \text{если } k < k_0 - \Delta k; \quad k > k_0 + \Delta k. \end{cases} \quad (7)$$

Вычисляя по формуле (1) $\tilde{a}(x)$, получаем

$$\tilde{a}(x) = (2C \sin(\Delta k x) \cos(k_0 x)) / \pi x. \quad (8)$$

Отсюда по формуле (3) находим

$$n(x) = n(0) \exp \left[\frac{4C}{\pi} \int_0^x \frac{\sin(\Delta k u) \cos(k_0 u) du}{k_0 u} \right]. \quad (9)$$

Если Δk мало по сравнению с k_0 ($\Delta k/k_0 < 0,1$), то с большой точностью

$$n(x) = n(0) \exp \left(\alpha \frac{\sin(\Delta k x)}{\Delta k x} \sin(k_0 x) \right), \quad (10)$$

где

$$\alpha = 4C\Delta k / \pi k_0. \quad (11)$$

Функцию

$$M(x) = \alpha (\sin \Delta k x / \Delta k x) \quad (12)$$

назовем модулирующей, так как ее значения определяют экстремальные значения $\ln(n(x)/n(0))$ (см. рис. 1).

Для конкретной численной задачи возьмем полуширину полосы отражения $\Delta k/k_0 = 0,03$. Выбирая $\alpha = 0,1$ ($C = 2,62$) и $n(0) = 1,53$, получаем

$$n(\xi) = 1,53 \exp \left(0,1 \frac{\sin 0,03\xi}{0,03\xi} \sin \xi \right), \quad (13)$$

где ξ безразмерная величина

$$\xi = k_0 x. \quad (14)$$

Переходим к аппроксимации неоднородной пленки дискретной системой слоев. Пленка должна иметь конечную и притом не слишком большую толщину. Поэтому примем $n(x)$ постоянным при

$$|x| > \pi / \Delta k$$

(см. рис. 1), т. е. в нашем численном примере $|\xi| > \pi k_0 / \Delta k = 104,72$.

Как видно из формулы (13), значения показателей преломления удовлетворяют соотношению $n(\xi)n(-\xi) = n^2(0)$. Учитывая это обстоятельство при аппроксимации, используем три пары значений показателей преломления: 1,38 и 1,68; 1,43 и 1,63; 1,48 и 1,58 (рис. 2). Значения каждой пары приближенно удовлетворяют названному соотношению.

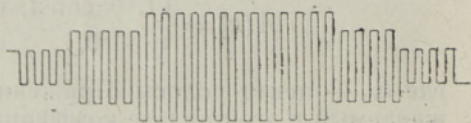
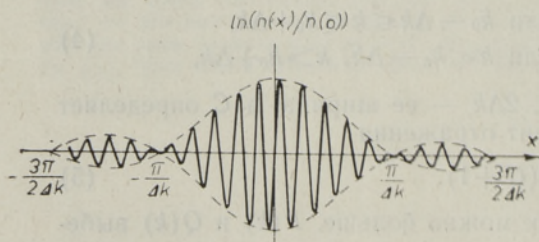


Рис. 2

◁ Рис. 1

Толщины всех слоев примем равными четверти длины волны $\lambda_0 = 2\pi/k_0$. Тогда соответствующий интервал ξ для каждого слоя равен π , и в результате получается 58 слоев. Схема пленки может быть записана в виде

$$1,58 - 7(1,48 - 1,58) - 9(1,63 - 1,43) - 26(1,38 - 1,68) - \\ - 9(1,43 - 1,63) - 7(1,58 - 1,48) - 1,48. \quad (1)$$

Это значит, что между ограничивающими средами с показателями преломления 1,58 и 1,48 помещаются 7-, 9-, 26-, 9-, 7-слойные двухкомпонентные четвертьволновые системы слоев с указанными в скобках показателями преломления (первое из двух чисел относится к первому слою). Все эти системы вместе и образуют 58-слойную пленку.

Коэффициент отражения такого фильтра, вычисленный теоретически по точной формуле, показан на рис. 3 (кривая 1). Так как кривая $R(k)$ симметрична относительно k_0 , показана только та ее половина, где $k/k_0 \leq 1$. Как видно, полоса отражения синтезированного фильтра более чем в два раза ($\Delta k \simeq 0,065$) превышает требуемую ($\Delta k = 0,03$). Зато коэффициент отражения в максимуме близок к единице, хотя формула (5) дает для него значение 0,88.

Для уменьшения полосы отражения имеется две возможности. Первая из них — уменьшение относительных разностей показателей преломления. Например, заменив в экспоненте формулы (13) множитель 0,1 на 0,04, при $n(0) = 1,51$ получим

$$n(\xi) = 1,51 \exp\left(0,04 \frac{\sin 0,03\xi}{0,03\xi} \sin \xi\right). \quad (15)$$

Аппроксимируя, получаем систему с показателями преломления

$$1,53 - 7(1,49 - 1,53) - 9(1,55 - 1,47) - 26(1,45 - 1,57) - \\ - 9(1,47 - 1,55) - 7(1,53 - 1,49) - 1,49. \quad (II)$$

Коэффициент отражения $R(k)$ этого фильтра показан на рис. 3 кривой 2. Ширина полосы приближается к требуемой, но коэффициент отражения в максимуме составляет лишь 88,3%, что обусловлено уменьшением относительных разностей показателей преломления слоев в (II) по сравнению с (I).

Другой путь уменьшения ширины полосы отражения состоит в увеличении числа слоев. Так как мы уже обнаружили, что полоса отражения получается у синтезированного фильтра шире заданной, выберем теперь $\Delta k/k_0 = 0,02$. При $n_0 = 1,51$ и прежнем значении $\alpha = 0,04$ имеем

$$n(\xi) = 1,51 \exp\left(0,04 \frac{\sin 0,02\xi}{0,02\xi} \sin \xi\right), \quad (16)$$

откуда получаем 94-слойную систему

$$1,49 - 10(1,53 - 1,49) - 11(1,55 - 1,47) - 52(1,45 - 1,57) - \\ - 11(1,47 - 1,55) - 10(1,53 - 1,49) - 1,53. \quad (III)$$

Коэффициент отражения этой пленки показан на рис. 3 кривой 3. Ширина полосы отражения близка к желаемой ($\Delta k/k_0 = 0,03$), а максимум коэффициента отражения достигает 99%.

Итак, полученные результаты (I) — (III) достаточно ясно характеризуют зависимость полосы отражения от структуры пленок. Отметим

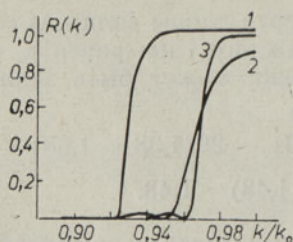


Рис. 3

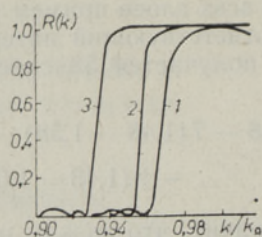


Рис. 4

только один весьма важный факт. Многократные отражения имеют тенденцию расширять полосу отражения. Это непосредственно следует из того обстоятельства, что увеличение относительных разностей показателей преломления сопровождается увеличением вклада многократных отражений (особенно при большом числе слоев). В этом можно убедиться, сравнив коэффициент отражения системы (III) с коэффициентами отражения систем, получаемых при замене множителя $\alpha = 0,04$ в экспоненте формулы (17) значениями $\alpha = 0,06$ и $\alpha = 0,1$. В обоих случаях приходим к системе типа (III), но со следующими парами показателей преломления:

$$1,47 - 1,53; 1,44 - 1,56; 1,41 - 1,59 \text{ при } \alpha = 0,06; \quad (\text{IV})$$

$$1,48 - 1,58; 1,43 - 1,58; 1,38 - 1,68 \text{ при } \alpha = 0,1. \quad (\text{V})$$

На рис. 4 показаны коэффициенты отражения этих фильтров (кривые 2 и 3). Для сравнения там же приведена кривая 1, относящаяся к системе (III).

Не следует думать, что учет значений $\varphi(x)$ в более широком интервале x , например до вторых нулей модулирующей функции при $-2\pi/\Delta k$ и $2\pi/\Delta k$, может значительно уменьшить ширину полосы отражения. Приведем для подтверждения этого результат синтеза фильтра при $\Delta k/k_0 = 0,03$, в котором $n(x)$ принимается постоянным при $|x| > 3\pi/2\Delta k$. Здесь мы имеем дело с меньшими изменениями $n(\xi)$, что заставляет применять при аппроксимации $n(\xi)$ четыре пары значений показателей преломления. Так, для

$$n(\xi) = 1,48 \exp\left(0,08 \frac{\sin 0,03\xi}{0,03\xi} \sin \xi\right) \quad (17)$$

берем следующие: 1,465—1,495; 1,451—1,510; 1,408—1,556; 1,380—1,587. Получается 116-слойная система

$$\begin{aligned} &1,495 - 5(1,465 - 1,485) - 17(1,510 - 1,451) - 7(1,465 - 1,495) - \\ &- 4(1,510 - 1,451) - 11(1,556 - 1,408) - 28(1,380 - 1,587) - \\ &- 11(1,408 - 1,556) - 4(1,510 - 1,451) - 7(1,495 - 1,465) - \\ &- 17(1,451 - 1,510) - 5(1,495 - 1,405) - 1,465. \end{aligned} \quad (\text{VI})$$

Эта система уже не полностью равнослойная. Вблизи первых нулей $(-\pi/\Delta k, \pi/\Delta k)\varphi(x)$ изменяется мало и там его можно считать постоянным. В результате этого пленка получается состоящей из трех равнослойных систем с толщинами слоев $\lambda_0/4$, соединенных слоями с толщиной λ_0 . Число слоев в первой и третьей (т. е. в крайних) подсистемах равно 26, а во второй — 62. Коэффициент отражения $R(k)$ этого фильтра

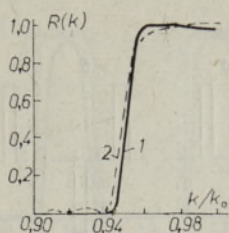


Рис. 5

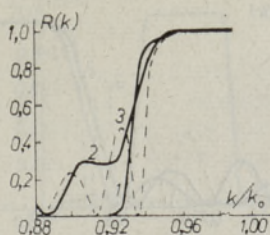


Рис. 6

показан на рис. 5 кривой 1. Там же кривой 2 показан $R(k)$ фильтра, соответствующий такому же $n(\xi)$ (см. формулу (17)), но при условии постоянства $n(x)$ только между первыми нулями модулирующей функции $-\pi/\Delta k$ и $\pi/\Delta k$. При аппроксимации теми же парами показателей преломления получается 64-слойная система

$$1,495 - 3(1,465 - 1,495) - 4(1,510 - 1,451) - 11(1,556 - 1,408) - \\ - 28(1,380 - 1,587) - 11(1,408 - 1,556) - 4(1,510 - 1,451) - \\ - 3(1,495 - 1,465) - 1,465. \quad (\text{VII})$$

Как видно, переход от VII к VI лишь незначительно уменьшает ширину полосы отражения. Несколько растёт коэффициент отражения в среднем, что и понятно. Увеличивается и число слоев, что приводит к большей крутизне фильтра.

Зависимость характеристик фильтра от числа веществ слоев

В предыдущем синтезе отражательного фильтра использованы шесть или даже восемь (в последних примерах VI и VII) различных значений показателей преломления. Покажем, что уменьшение этого числа приводит к появлению значительных побочных максимумов, что, вообще говоря, нежелательно. Сказанное иллюстрирует рис. 6, где кривая 1 изображает коэффициент отражения системы (I) (это та же кривая, что и на рис. 3), а кривые 2 и 3 относятся к системам с двумя и одной парой веществ соответственно. Исходной формулой является та же формула (13), которая дала при аппроксимации тремя парами веществ систему (I). Аппроксимация двумя парами веществ с разными показателями преломления дает 58-слойную систему

$$1,59 - 17(1,46 - 1,59) - 24(1,68 - 1,38) - 17(1,59 - 1,46) - 1,46, \quad (\text{VIII})$$

а аппроксимация с помощью только одной пары дает структуру

$$1,6 - 58(1,4 - 1,6) - 1,4. \quad (\text{IX})$$

Отношение значений этих показателей преломления (1,4 — 1,6) приблизительно соответствует среднему отношению показателей преломления систем (I) и (VIII). Как видно из рис. 6, чем меньше веществ, тем больше побочных максимумов. В то же время уменьшение числа веществ сужает главный максимум.

Другой пример основан на формуле

$$n(\xi) = 1,48 \exp\left(0,24 \frac{\sin 0,06\xi}{0,06\xi} \sin \xi\right), \quad (18)$$

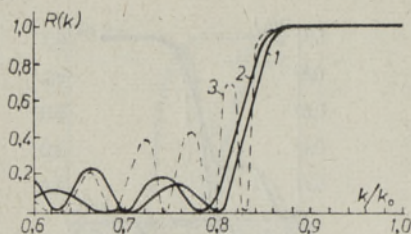


Рис. 7

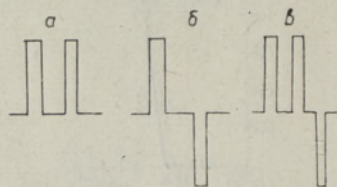


Рис. 8

дающей соответственно 28-слойные системы:

$$2,0 - 3(1,69 - 2,0) - 7(2,3 - 1,47) - 8(1,38 - 2,45) - \\ - 7(1,47 - 2,3) - 3(2 - 1,69) - 1,69 \text{ (три пары веществ),} \quad (\text{X})$$

$$2,1 - 5(1,59 - 2,1) - 18(2,45 - 1,38) - 5(2,1 - 1,59) - 1,59 \\ \text{(две пары веществ)} \quad (\text{XI})$$

и

$$1,4 - 28(2,3 - 1,4) - 2,3 \text{ (одна пара веществ).} \quad (\text{XII})$$

Характеристики этих систем показаны на рис. 7. Здесь, как и в предыдущем примере, ясно обнаруживается тенденция к появлению и росту побочных максимумов отражения при уменьшении числа веществ.

Синтез фильтра с несколькими полосами отражения

Развитый выше метод применим и в случае, когда синтезируемый фильтр имеет две полосы отражения (или больше) заданной ширины в заданных местах спектра. Единственное отличие состоит в ином выборе функций $P(k)$ и $Q(k)$. Пусть по-прежнему $Q(k) = 0$, а $P(k)$ следует выбирать примерно в показанном на рис. 8 виде (a , $б$ — две полосы, $в$ — три полосы).

Вся остальная процедура остается той же. Для иллюстрации приведем синтез фильтра, имеющего максимумы отражения вокруг точек $k/k_0 = 1$ и $k/k_0 = 1,4$ при $\Delta k/k_0 = 0,04$. $P(k)$ выбираем в виде a (см. рис. 8). Тогда для $n(\xi)$ имеем

$$n(\xi) = n_0 \exp \left[\alpha \frac{\sin 0,04\xi}{0,04\xi} (\sin \xi + \sin 1,4\xi) \right]. \quad (19)$$

Принимая α равным 0,08, 0,13 или 0,20, получим три варианта синтезируемого фильтра, причем n_0 выбирается для каждого значения α так, чтобы наименьшее значение $n(\xi)$ было равно 1,38. Во всех трех вариантах (обозначим их через XIII, XIV, XV) получаются 42-слойные системы, параметры которых приведены в таблице. Коэффициенты отражения этих систем показаны на рис. 9 кривыми 1, 2, 3 соответственно. Мы видим, что и здесь обнаруживается уширение полос отражения при увеличении относительных разностей показателей преломления.

Задание ограничивающих сред

Показатели преломления ограничивающих сред во всех вариантах синтеза отражательного фильтра получились у нас отличными от единицы.

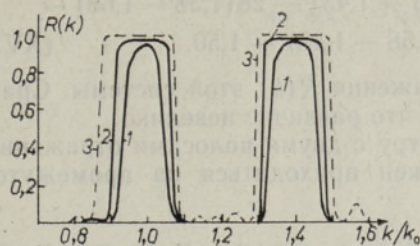


Рис. 9

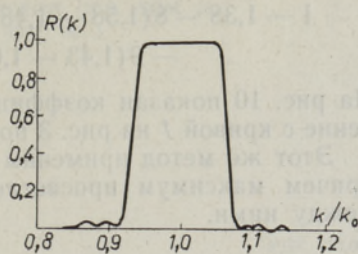


Рис. 10

Номер слоя	Толщи- на слоя, $\lambda_0/4$	Показатели преломления			Номер слоя	Толщи- на слоя, $\lambda_0/4$	Показатели преломления		
		(XII)	(XIV)	(XV)			(XII)	(XIV)	(XV)
0	—	1,60	1,69	1,96	22	13/16	1,75	1,90	2,45
1	13/16	1,50	1,56	1,70	23	13/16	1,42	1,44	1,44
2	13/16	1,60	1,69	1,96	24	7/4	1,60	1,69	1,96
3	13/16	1,50	1,56	1,70	25	13/16	1,42	1,44	1,44
4	7/4	1,60	1,69	1,96	26	13/16	1,75	1,90	2,45
5	13/16	1,50	1,56	1,70	27	13/16	1,38	1,38	1,38
6	13/16	1,65	1,76	2,10	28	13/16	1,70	1,83	2,32
7	13/16	1,46	1,50	1,59	29	7/4	1,50	1,65	1,70
8	13/16	1,65	1,76	2,10	30	13/16	1,70	1,83	2,32
9	7/4	1,50	1,56	1,70	31	13/16	1,42	1,44	1,44
10	13/16	1,65	1,76	2,10	32	13/16	1,70	1,83	2,32
11	13/16	1,42	1,44	1,44	33	13/16	1,46	1,50	1,59
12	13/16	1,70	1,83	2,32	34	7/4	1,60	1,69	1,96
13	13/16	1,42	1,44	1,44	35	13/16	1,46	1,50	1,59
14	7/4	1,60	1,69	1,96	36	13/16	1,65	1,76	2,10
15	13/16	1,42	1,44	1,44	37	13/16	1,46	1,50	1,59
16	13/16	1,75	1,90	2,45	38	13/16	1,60	1,69	1,96
17	13/16	1,38	1,38	1,38	39	7/4	1,50	1,56	1,70
18	13/16	1,70	1,83	2,32	40	13/16	1,60	1,69	1,96
19	7/4	1,50	1,56	1,70	41	13/16	1,50	1,56	1,70
20	13/16	1,70	1,83	2,32	42	13/16	1,60	1,69	1,96
21	13/16	1,38	1,38	1,38	43	—	1,50	1,56	1,70

Их значения лежат в пределах от 1,465 до 1,94. Однако такие пленки целесообразнее применять в качестве покрытий на открытой подложке, а исходной средой иметь воздух или вакуум с $n_0 = 1,00$. Поэтому к синтезированной пленке следует добавлять со стороны, обращенной к воздуху или вакууму, просветляющий слой с малым показателем преломления (напр., $n_1 = 1,38$) таким образом, чтобы среда, фигурировавшая в синтезе как ограничивающая, образовала слой непосредственно под просветляющим слоем. Толщины этих двух слоев следует выбирать так, чтобы оба они оказывали просветляющее действие на лежащий ниже них следующий слой. Например, для системы (I) слои с показателями преломления $n_1 = 1,38$, $n_2 = 1,58$ должны образовывать просветляющее покрытие для среды с показателем преломления $n = 1,48$. Идеальные толщины близки для них к $17/64 \lambda_0$ и $15/64 \lambda_0$, но без значительного ущерба для качества просветления и характеристик пленки их можно сделать четвертьволновыми. Что касается подложки, то для нее следует подбирать показатель преломления, равный полученному в ходе синтеза или по крайней мере близкий к нему. Так, для системы (I) его можно принять равным $n_a = 1,50$. В результате получается 62-слойная система

$$1 - 1,38 - 8(1,58 - 1,48) - 9(1,63 - 1,43) - 28(1,38 - 1,68) - \\ - 9(1,43 - 1,63) - 7(1,58 - 1,48) - 1,50. \quad (\text{XVI})$$

На рис. 10 показан коэффициент отражения $R(k)$ этой системы. Сравнение с кривой 1 на рис. 3 показывает, что различие невелико.

Этот же метод применим и к фильтру с двумя полосами отражения, причем максимум просветления должен приходиться на промежуток между ними.

ЛИТЕРАТУРА

1. Сосси Л., Изв. АН ЭССР, Физ. Матем., 23, № 2, 229—237 (1974).
2. Сосси Л., Изв. АН ЭССР, Физ. Матем., 26, № 1, 28—36 (1977).

Тартуский государственный
университет

Поступила в редакцию
20/VI 1978

L. SOSSI

KITSA PEEGELDUSRIBAGA INTERFERENTSKATETE SÜNTEES

Kitsa peegeldusribaga interferentskatted, millel puuduvad märkimisväärsed kõrvalmaksimumid, on analoogilised joonistel 1 ja 2 esitatud struktuuriga. Nende kihtide paksus võrdub veerandi laine pikkusega ($\lambda_0/4$) maksimaalse peegelduse punktis. Kitsaste peegeldusribade saamiseks on vaja palju kihte (näiteks kate, mille riba suhteline laius $\Delta\lambda/\lambda_0 = 0,06$, koosneb 94 kihist). Et muuta riba kitsamaks, peame kas suurendama kihtide arvu või vähendama murdumisnäitajate suhtelisi vahesid; viimatimainitu aga vähendab peegelduspiirkonnas katte peegeldusvõimet. Töös on kirjeldatud ka kahe peegeldusribaga katete sünteesi. Nende katete parameetrid on esitatud tabelis ja peegelduskoeffitsient $R(k)$ joonisel 9 (k on laine arv).

L. SOSSI

THE DESIGN OF INTERFERENCE COATINGS WITH NARROW REFLECTION BANDS

Interference coatings with narrow reflection bands without essential side-maxima have structures analogous to those represented in Figures 1 and 2. The thickness of their layers is a quarter of the wave length ($\lambda_0/4$) corresponding to the maximal reflection. To obtain narrow reflection-bands, a great number of layers are needed (for example, a coating with a relative band-width $\Delta\lambda/\lambda_0 = 0.06$ consists of 94 layers). To narrow down the reflection band one has either to increase the number of layers or to diminish relative differences between the refractive indices of layers; but the latter procedure diminishes the reflective power of the coating in the maximally reflective region. The design of coatings with two reflection bands has been also described. The parameters of the respective coatings are represented in Table and their reflexion coefficients $R(k)$ in Fig. 9 (k being the wave number).