EESTI NSV TEADUSTE AKADEEMIA TOIMETISED. 27. KÕIDE FÜÜSIKA * MATEMAATIKA. 1978, NR. 3

ИЗВЕСТИЯ АКАДЕМИИ НАУК ЭСТОНСКОЙ ССР. ТОМ 27 ФИЗИКА * МАТЕМАТИКА. 1978, № 3

https://doi.org/10.3176/phys.math.1978.3.13

УДК 621.313.333: 538.4

А. ВОЛЬДЕК , А. ИВАНОВ, Г. СКРЯБИНА

РАСЧЕТ ИНТЕГРАЛЬНЫХ ХАРАКТЕРИСТИК ЛИНЕЙНОЙ АСИНХРОННОЙ МАШИНЫ С УЧЕТОМ ПРОДОЛЬНОГО КРАЕВОГО ЭФФЕКТА И КОНЕЧНОЙ ШИРИНЫ

В [¹] на основании двумерной расчетной модели (рис. 1) определены аналитические выражения для напряженности магнитного поля в активной части воздушного зазора линейной асинхронной машины (ЛАМ). Положив в них в случае однослойной обмотки с полным шагом $\beta=1$ и g=0, получим

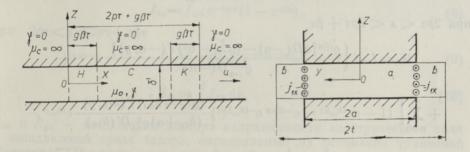


Рис. 1. Упрощенная расчетная модель ЛАМ.

$$\dot{H}_{a} = 2J_{1m}i \left\{ \frac{(\varrho_{-\alpha}^{2} - \alpha^{2})T(-\alpha, y) - \alpha D(-\alpha)}{\varrho_{-\alpha}^{2}D(-\alpha)} e^{-i\alpha x} + \sum_{n=1}^{\infty} \left[\frac{(\varrho_{1n}^{2} - k_{1n}^{2})T(k_{1n}, y)}{(k_{1n} + \alpha)\varrho_{1n}^{2}D'(k_{1n})} e^{ik_{1n}x} + T(k_{2n}, y)e^{ik_{2n}(x - 2p\tau)} \times \frac{\varrho_{2n}^{2} - k_{2n}^{2}}{(k_{2n} + \alpha)\varrho_{2n}^{2}D'(k_{2n})} \right] + \frac{\operatorname{ch}(\alpha\sqrt{i\epsilon_{0}}y)}{\alpha D'(0)} \right\}.$$
(1)

Если обмотка индуктора ЛАМ двуслойная с укороченным шагом g=1 и $\beta \neq 1$, то при $0 < x < \beta \tau$

$$\dot{H}_{a} = f_{1m}i \left\{ \frac{(\varrho_{-\alpha}^{2} - \alpha^{2})T(-\alpha, y) - \alpha D(-\alpha)}{\varrho_{-\alpha}^{2}D(-\alpha)} e^{-i\alpha x} + \frac{1}{2} e^{-i\alpha x} \right\}$$

$$+\sum_{n=1}^{\infty} \left[\frac{(\varrho_{1n}^{2} - k_{1n}^{2}) T(k_{1n}, y)}{(k_{1n} + \alpha) \varrho_{1n}^{2} D'(k_{1n})} e^{ik_{1n}x} + (e^{-ik_{2n}\beta\tau} + e^{-i2p\pi} e^{-ik_{2n}2p\tau} - e^{-ik_{2n}(2p\tau + \beta\tau)}) \frac{(\varrho_{2n}^{2} - k_{2n}^{2}) T(k_{2n}, y)}{(k_{2n} + \alpha) \varrho_{2n}^{2} D'(k_{2n})} e^{ik_{2n}x} \right] + \frac{\operatorname{ch}(\alpha \sqrt{i\varepsilon_{0}} y)}{\alpha D'(0)} \right\},$$

$$(2)$$

при $\beta \tau < x < 2p\tau$

$$\dot{H}_{a} = \dot{J}_{1m}i \left\{ \frac{(1 - e^{i\beta\pi}) \left[(\varrho_{-\alpha}^{2} - \alpha^{2}) T(-\alpha, y) - \alpha D(-\alpha) \right]}{\varrho_{-\alpha}^{2} D(-\alpha)} e^{-i\alpha x} + \sum_{n=0}^{\infty} \left[\frac{(1 - e^{-ik_{1n}\beta\tau}) (\varrho_{1n}^{2} - k_{1n}^{2}) T(k_{1n}, y)}{2} e^{ik_{1n}x} + (e^{-i2p\pi} e^{-ik_{2n}2p\tau} - e^{-ik_{2n}2p\tau} - e^{-ik_{2n}2p\tau} - e^{-ik_{2n}2p\tau} \right]$$

$$+\sum_{n=1}^{\infty} \left[\frac{(1-e^{-ik_{1n}\beta\tau})(\varrho_{1n}^{2}-k_{1n}^{2})T(k_{1n},y)}{(k_{1n}+\alpha)\varrho_{1n}^{2}D'(k_{1n})} e^{ik_{1n}x} + (e^{-i2p\pi}e^{-ik_{2n}2p\tau} - e^{-ik_{2n}p\tau}) \right]$$

$$- e^{-i2p\pi} e^{-ih_{2n}(2p\tau + \beta\tau)} \frac{(\varrho_{2n}^2 - k_{2n}^2) T(k_{2n}, y)}{(k_{2n} + a) \varrho_{2n}^2 D'(k_{2n})} e^{ih_{2n}x} \bigg] \bigg\},$$
(3)

при $2p\tau < x < 2p\tau + \beta\tau$

$$\dot{H}_{a} = f_{1m}i \left\{ \frac{e^{i\beta\pi} \left[\alpha D \left(-\alpha\right) - \left(\varrho_{-\alpha}^{2} - \alpha^{2}\right) T \left(-\alpha, y\right)\right]}{\varrho_{-\alpha}^{2} D \left(-\alpha\right)} e^{-i\alpha x} + \frac{1}{2} \left[\alpha \left(-\alpha\right) - \left(\varrho_{-\alpha}^{2} - \alpha^{2}\right) T \left(-\alpha\right)\right]}{2} e^{-i\alpha x} + \frac{1}{2} \left[\alpha \left(-\alpha\right) - \left(\varrho_{-\alpha}^{2} - \alpha^{2}\right) T \left(-\alpha\right)\right]}{2} e^{-i\alpha x} + \frac{1}{2} \left[\alpha \left(-\alpha\right) - \left(\varrho_{-\alpha}^{2} - \alpha^{2}\right) T \left(-\alpha\right)\right]}{2} e^{-i\alpha x} + \frac{1}{2} \left[\alpha \left(-\alpha\right) - \left(\varrho_{-\alpha}^{2} - \alpha^{2}\right) T \left(-\alpha\right)\right]}{2} e^{-i\alpha x} + \frac{1}{2} \left[\alpha \left(-\alpha\right) - \left(\varrho_{-\alpha}^{2} - \alpha^{2}\right) T \left(-\alpha\right)\right]}{2} e^{-i\alpha x} + \frac{1}{2} \left[\alpha \left(-\alpha\right) - \left(\varrho_{-\alpha}^{2} - \alpha^{2}\right) T \left(-\alpha\right)\right]}{2} e^{-i\alpha x} + \frac{1}{2} \left[\alpha \left(-\alpha\right) - \left(\varrho_{-\alpha}^{2} - \alpha^{2}\right) T \left(-\alpha\right)\right]}{2} e^{-i\alpha x} + \frac{1}{2} \left[\alpha \left(-\alpha\right) - \left(\varrho_{-\alpha}^{2} - \alpha^{2}\right) T \left(-\alpha\right)\right]}{2} e^{-i\alpha x} + \frac{1}{2} \left[\alpha \left(-\alpha\right) - \left(\varrho_{-\alpha}^{2} - \alpha^{2}\right) T \left(-\alpha\right)\right]}{2} e^{-i\alpha x} + \frac{1}{2} \left[\alpha \left(-\alpha\right) - \left(\varrho_{-\alpha}^{2} - \alpha^{2}\right) T \left(-\alpha\right)\right]}{2} e^{-i\alpha x} + \frac{1}{2} \left[\alpha \left(-\alpha\right) - \left(\varrho_{-\alpha}^{2} - \alpha^{2}\right) T \left(-\alpha\right)\right]}{2} e^{-i\alpha x} + \frac{1}{2} \left[\alpha \left(-\alpha\right) - \left(\varrho_{-\alpha}^{2} - \alpha^{2}\right) T \left(-\alpha\right)\right]}{2} e^{-i\alpha x} + \frac{1}{2} \left[\alpha \left(-\alpha\right) - \left(\varrho_{-\alpha}^{2} - \alpha^{2}\right) T \left(-\alpha\right)\right]}{2} e^{-i\alpha x} + \frac{1}{2} \left[\alpha \left(-\alpha\right) - \left(\varrho_{-\alpha}^{2} - \alpha^{2}\right) T \left(-\alpha\right)\right]}{2} e^{-i\alpha x} + \frac{1}{2} \left[\alpha \left(-\alpha\right) - \left(\varrho_{-\alpha}^{2} - \alpha^{2}\right) T \left(-\alpha\right)\right]}{2} e^{-i\alpha x} + \frac{1}{2} \left[\alpha \left(-\alpha\right) - \left(\varrho_{-\alpha}^{2} - \alpha^{2}\right) T \left(-\alpha\right)\right]}{2} e^{-i\alpha x} + \frac{1}{2} \left[\alpha \left(-\alpha\right) - \left(-\alpha\right) - \left(-\alpha\right)\right]}{2} e^{-i\alpha x} + \frac{1}{2} \left[\alpha \left(-\alpha\right) - \left(\alpha\right) - \left(\alpha\right)\right]}{2} e^{-i\alpha x} + \frac{1}{2} \left[\alpha \left(-\alpha\right) - \left(\alpha\right) - \left(\alpha\right) - \left(\alpha\right)\right)\right]}{2} e^{-i\alpha x} + \frac{1}{2} \left[\alpha \left(-\alpha\right) - \left(\alpha\right) - \left(\alpha\right) - \left(\alpha\right)\right)}{2} e^{-i\alpha x} + \frac{1}{2} \left[\alpha\left(-\alpha\right) - \left(\alpha\right) - \left(\alpha\right)\right]}{2} e^{-i\alpha x} + \frac{1}{2} \left[\alpha\left(-\alpha\right) - \left(\alpha\right) - \left(\alpha\right)\right)}{2} e^{-i\alpha x} + \frac{1}{2} \left[\alpha\left(-\alpha\right) - \left(\alpha\right) - \left(\alpha\right)\right)}{2} e^{-i\alpha x} + \frac{1}{2} \left[\alpha\left(-\alpha\right) - \left(\alpha\right) - \left(\alpha\right)\right)}{2} e^{-i\alpha x} + \frac{1}{2} \left[\alpha\left(-\alpha\right) - \left(\alpha\right) - \left(\alpha\right)\right)}{2} e^{-i\alpha x} + \frac{1}{2} \left[\alpha\left(-\alpha\right) - \left(\alpha\right) - \left(\alpha\right)\right)}{2} e^{-i\alpha x} + \frac{1}{2} \left[\alpha\left(-\alpha\right) - \left(\alpha\right) - \left(\alpha\right)\right)}{2} e^{-i\alpha x} + \frac{1}{2} e^{-i\alpha$$

$$+\sum_{n=1}^{\infty} \left[(1 - e^{-ik_{1n}\beta\tau} - e^{-i2p\pi} e^{-ik_{1n}2p\tau}) \frac{(\varrho_{1n}^2 - k_{1n}^2) T(k_{1n}, y)}{(k_{1n} + \alpha) \varrho_{1n}^2 D'(k_{1n})} e^{ik_{1n}x} - \right]$$

$$-e^{-i2p\pi}e^{-ik_{2n}(2p\tau+\beta\tau)}\frac{(\varrho_{2n}^{2}-k_{2n}^{2})T(k_{2n},y)}{(k_{2n}+\alpha)\varrho_{2n}^{2}D'(k_{2n})}e^{ik_{2n}x}\Big]-e^{-i2p\pi}\frac{\operatorname{ch}(\alpha\sqrt{i\varepsilon_{0}}y)}{\alpha D'(0)}\Big\}.$$
(4)

Здесь J_{1m} — комплексная амплитуда плотности первичного тока,

$$D(k) = \varrho \operatorname{sh} \varrho a \operatorname{sh} k(t-a) + k \operatorname{ch} \varrho a \operatorname{ch} k(t-a),$$

$$D'(k) = \partial D(k)/\partial k$$
,

$$T(k, y) = \operatorname{ch} k(t - a) \operatorname{ch} \varrho y,$$

$$\varrho^2 = k^2 + i\mu_0 \gamma u k + i\alpha^2 \varepsilon_0, \tag{5}$$

 $\varepsilon_0 = \mu_0 \gamma \omega / \alpha^2, \quad \alpha = \frac{\pi}{\tau}, \quad \varepsilon = \varepsilon_0 s, \quad s \quad \text{скольжение, } \gamma \quad \text{расчетная проводимость вторичной шины, } u \quad \text{скорость ее движения, } \omega \quad \text{круговая частота, } \tau \quad \text{полюсное деление, } p \quad \text{число пар полюсов, } \beta \quad \text{относительный шаг обмотки; } k_{1n}, \quad k_{2n} \quad m \quad n \quad \text{пара ненулевых корней уравнения } D(k) = 0, \quad \varrho_{1n}^2 \quad \text{и} \quad \varrho_{2n}^2 \quad \text{значения } \varrho^2 \quad \text{при } k = k_{1n} \quad \text{и} \quad k = k_{2n} \quad \text{соответственно.}$

В выражениях (1)—(4) член, содержащий $e^{-i\alpha x}$, представляет собой

нормальную бегущую волну, члены с $e^{ik_{in}x}$, $e^{ik_{2n}x}$ — волны продольного краевого эффекта и последний член — пульсирующую составляющую напряженности магнитного поля.

Электромагнитная мощность. Параметры схемы замещения

Полная электромагнитная мощность $S_{\text{вм}}$ может быть получена [2] следующим образом:

$$S_{\partial M} = -\frac{1}{2} \delta' \left(\int_{-a}^{a} dy \int_{0}^{2p\tau + g\beta\tau} \dot{E}_{ya} J_{1y} dx + 2 \int_{0}^{2p\tau + g\beta\tau} \dot{E}_{xa} |_{y=a} J_{1x} dx \right).$$
 (6)

Здесь, в силу принятых допущений, интегрирование по $\mathrm{d}z$ сводится к умножению на величину приведенного зазора δ' .

В выражении (6) J_{1y} и J_{1x} — сопряженные комплексы плотностей первичного тока и тока лобовых частей обмотки соответственно. Согласно [1], при $0 < x < g \beta \tau$

$$J_{1y} = gJ_{1m} e^{-i\alpha x}, \tag{7}$$

при $g\beta\tau < x < 2p\tau$

$$f_{1y} = f_{1m} e^{-i\alpha x} (1 - e^{i\beta \pi}),$$
 (8)

при $2p\tau < x < 2p\tau + g\beta\tau$

$$f_{1y} = -gf_{1m} e^{-i(\alpha x - \beta \pi)}, \tag{9}$$

+(1----

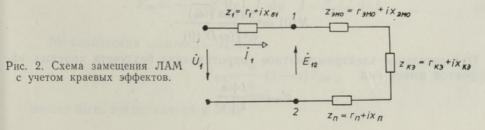
 $f_{1x} = \int_{0}^{x} f_{1y} \, \mathrm{d}x. \tag{10}$

 \dot{E}_{xa} и \dot{E}_{ya} — компоненты вектора напряженности электрического поля в неподвижной среде зазора, определяемые на основании уравнений Максвелла [2] с учетом того, что $\dot{H} = \dot{H}_z$ и $u = u_x$:

$$\dot{E}_{xa} = \frac{1}{\gamma} \frac{\partial \dot{H}_a}{\partial y}, \tag{11}$$

$$\dot{E}_{ya} = -\frac{1}{v} \left(\frac{\partial \dot{H}_a}{\partial x} + \dot{J}_{cm} \right) + u \mu_0 \dot{H}_a. \tag{12}$$

Анализ работы ЛАМ целесообразно проводить на основе последовательной схемы замещения [3]. Расчет сопротивлений схемы замещения (рис. 2) удобно выполнять в относительных единицах, принимая за базисное x_{r_1} — главное индуктивное сопротивление обмотки индуктора [2].



Относительное сопротивление схемы замещения $z_{\text{эм}}$, определяющее полную электромагнитную мощность ЛАМ, можно получить из выражения (6), преобразовав его к виду

$$S_{\text{PM}} = mI_1^2 x_{\text{ri}} z_{\text{PM}}, \tag{13}$$

причем

$$z_{\text{DM}} = r_{\text{DM}} + ix_{\text{DM}} = z_{\text{DMO}} + z_{\text{KO}} + z_{\text{II}}.$$
 (14)

Из соотношения (13) следует также, что $z_{\rm 3M}$ представляет собой полную электромагнитную мощность в относительных единицах, если за базисную величину принято

$$S_{\text{BMG}} = mI_1^2 x_{\text{ri}} = \frac{1}{2} \delta' \frac{4J_{1m}^2}{\alpha^2} \mu_0 \omega 2ap\tau \sin^2 \frac{\beta\pi}{2}$$
.

Для машины с однослойной обмоткой и четным числом полюсов (при $\beta=1$ и g=0) относительное сопротивление от нормальной бегущей волны магнитного поля с учетом поперечного краевого эффекта на основании зависимостей (1), (6), (8), (10)—(14) равно

$$z_{\partial M0} = \frac{i+\varepsilon}{1+\varepsilon^2} \left(1 - i\varepsilon \frac{\alpha}{a} N(-\alpha) \right). \tag{15}$$

Относительное сопротивление от полей продольного краевого эффекта с учетом влияния конечной ширины машины:

$$z_{\text{K3}} = \frac{1}{2p\tau a} \left[\sum_{n=1}^{\infty} \frac{\alpha^2}{k_{1n}} N(k_{1n}) \left(\varrho_{1n}^2 - k_{1n}^2 \right) \left(e^{ik_{1n}2p\tau} - 1 \right) + \frac{\alpha^2}{k_{2n}} N(k_{2n}) \left(\varrho_{2n}^2 - k_{2n}^2 \right) \left(1 - e^{-ik_{2n}2p\tau} \right) \right].$$
 (16)

Относительное сопротивление от пульсирующей составляющей поля:

$$z_{\pi} = i \frac{\alpha^2}{a} N(0), \qquad (17)$$

где

$$N(k_{1n}) = \frac{\operatorname{ch} k_{1n}(t-a) \operatorname{sh} \varrho_{1n} a}{(k_{1n}+\alpha)^2 \varrho_{1n}^3 D'(k_{1n})},$$

$$N(k_{2n}) = \frac{\operatorname{ch} k_{2n}(t-a) \operatorname{sh} \varrho_{2n} a}{(k_{2n}+\alpha)^2 \varrho_{2n}^3 D'(k_{2n})},$$

$$N(-\alpha) = \frac{\operatorname{ch} \alpha(a-t) \operatorname{sh} (\alpha a \sqrt{1+i\varepsilon})}{\alpha \sqrt{1+i\varepsilon} D(-\alpha)},$$

$$N(0) = \frac{\operatorname{sh} (\alpha a \sqrt{i\varepsilon_0})}{\alpha^3 \sqrt{i\varepsilon_0} D'(0)}.$$

Относительное электромагнитное сопротивление без учета краевых эффектов имеет вид

 $z'_{\text{\tiny BMO}} = \frac{i+\varepsilon}{1+\varepsilon^2}$.

В случае двуслойной обмотки индуктора с наполовину заполненными пазами концевых зон (при $\beta \neq 1$, g=1) относительные электромагнитные сопротивления определяются аналогичным образом с учетом соотношений (2)-(4), (6) и (7)-(14)

$$z_{3M0} = \frac{i+\varepsilon}{1+\varepsilon^{2}} \left[\left(1 + \frac{\beta\tau}{2p\tau} \frac{\cos\beta\pi}{2\sin^{2}\frac{\beta\pi}{2}} \right) \left(1 - i\varepsilon\frac{\alpha}{a} N(-\alpha) \right) \right] +$$

$$+ i \frac{s}{2p\tau a} N(-\alpha) \operatorname{ctg} \frac{\beta\pi}{2}, \qquad (18)$$

$$z_{K0} = \frac{1}{2p\tau a} \sum_{n=1}^{\infty} \left\{ N(k_{1n}) \left(\varrho_{1n}^{2} - k_{1n}^{2} \right) \left[\frac{\alpha^{2}}{k_{1n}} \left(\frac{e^{ik_{1n}\beta\tau} - 1}{2\sin^{2}\frac{\beta\pi}{2}} \right) + e^{i2p\pi} e^{ik_{1n}2p\tau} \frac{\sin^{2}\frac{k_{1n}\beta\tau}{2}}{\sin^{2}\frac{\beta\pi}{2}} \right) - \operatorname{ctg} \frac{\beta\pi}{2} \left(\frac{k_{1n}}{\varepsilon_{0}} \left(1 + \frac{k_{1n}}{\alpha} \right) + e^{i2p\pi} e^{ik_{1n}2p\tau} \frac{\sin^{2}\frac{\beta\pi}{2}}{\sin^{2}\frac{\beta\pi}{2}} \right) - \operatorname{ctg} \frac{\beta\pi}{2} \left(\frac{k_{2n}}{k_{2n}} \left(\frac{1 - e^{-ik_{2n}\beta\tau}}{2\sin^{2}\frac{\beta\pi}{2}} - e^{-i2p\pi} e^{-ik_{2n}2p\tau} \frac{\sin^{2}\frac{k_{2n}\beta\tau}{2}}{\sin^{2}\frac{\beta\pi}{2}} \right) - \operatorname{ctg} \frac{\beta\pi}{2} \left(\frac{k_{2n}}{\varepsilon_{0}} \left(1 + \frac{k_{2n}}{\alpha} \right) + e^{-i2p\pi} e^{-ik_{2n}2p\tau} \frac{\sin^{2}\frac{\beta\pi}{2}}{\sin^{2}\frac{\beta\pi}{2}} \right) - \operatorname{ctg} \frac{\beta\pi}{2} \left(\frac{k_{2n}}{\varepsilon_{0}} \left(1 + \frac{k_{2n}}{\alpha} \right) + e^{-i2p\pi} e^{-ik_{2n}2p\tau} \frac{\sin^{2}\frac{\beta\pi}{2}}{\sin^{2}\frac{\beta\pi}{2}} \right) - \operatorname{ctg} \frac{\beta\pi}{2} \left(\frac{k_{2n}}{\varepsilon_{0}} \left(1 + \frac{k_{2n}}{\alpha} \right) + e^{-i2p\pi} e^{-ik_{2n}2p\tau} \frac{\beta\pi}{2} \right) - \operatorname{ctg} \frac{\beta\pi}{2} \left(\frac{k_{2n}}{\varepsilon_{0}} \left(1 + \frac{k_{2n}}{\alpha} \right) + e^{-i2p\pi} e^{-ik_{2n}2p\tau} \frac{\beta\pi}{2} \right) \right]$$

$$z_{II} = i \frac{\alpha^{2}}{2p\tau a} N(0) \left[\frac{\beta\tau}{2\sin^{2}\frac{\beta\pi}{2}} + \frac{s-2}{\alpha} \operatorname{ctg} \frac{\beta\pi}{2} \right]. \tag{20}$$

Электромагнитная сила. Механическая мощность

Для получения электромагнитной силы, действующей на вторичную шину в направлении оси x, можно проинтегрировать силу, действующую на элемент объема первичной обмотки, по всему объему активной зоны и взять результат с противоположным знаком $\lceil^2\rceil$:

$$F_{\text{\tiny 2M}} = -\frac{1}{2} \delta' \operatorname{Re} \left(\int_{-a}^{a} \mathrm{d}y \int_{0}^{2p\tau + g\beta\tau} \dot{B}_{a} \dot{J}_{1y} \, \mathrm{d}x \right). \tag{21}$$

Механическая мощность машины

$$P_{\rm MX} = \frac{\omega}{a} (1 - s) F_{\rm 9M} \tag{22}$$

$$P_{\rm MX} = (1 - s) \, m I_1^2 x_{\rm F1} r_F. \tag{23}$$

Параметр r_F , определяющий механическую характеристику машины, для ЛАМ с однослойной обмоткой (при $\beta=1$ и g=0) находим на основании выражений (21)—(23) с учетом (1) и (8):

$$r_{F} = r_{9M0}^{F} + r_{KF} = \operatorname{Re} \left\{ \frac{i + \varepsilon}{1 + \varepsilon^{2}} \left(1 - i\varepsilon \frac{\alpha}{a} N(-a) \right) - \frac{\alpha}{2p\tau a} \sum_{n=1}^{\infty} \left[N(k_{1n}) \left(\varrho_{1n}^{2} - k_{2n}^{2} \right) \left(e^{ik_{1n}2p\tau} - 1 \right) + N(k_{2n}) \left(\varrho_{2n}^{2} - k_{2n}^{2} \right) \left(1 - e^{-ik_{2n}2p\tau} \right) \right] \right\}.$$
 (24)

В случае двуслойной обмотки (при $\beta \neq 1$ и g=1) r_F определяется из зависимостей (21)-(23), (2)-(4) и (7)-(9):

$$r_{F} = r_{3M0}^{F} + r_{KF} + r_{\Pi F} = \operatorname{Re}\left[\frac{i+\varepsilon}{1+\varepsilon^{2}}\left(1 + \frac{\beta\tau}{2\rho\tau} \frac{\cos\beta\pi}{2\sin^{2}\frac{\beta\pi}{2}}\right)\left(1 - i\varepsilon\frac{\alpha}{a}N(-\alpha)\right)\right] - \frac{\alpha}{2\rho\tau a}\operatorname{Re}\left\{\sum_{n=1}^{\infty}\left[N(k_{1n})\left(\varrho_{1n}^{2} - k_{1n}^{2}\right)\left(\frac{e^{ik_{1n}\beta\tau} - 1}{2\sin^{2}\frac{\beta\pi}{2}} + e^{ik_{1n}2\rho\tau}e^{i2\rho\pi}\right)\right\} \right\} \times \frac{\sin^{2}\frac{k_{1n}\beta\tau}{2}}{\sin^{2}\frac{\beta\pi}{2}} + i\operatorname{ctg}\frac{\beta\pi}{2} + N(k_{2n})\left(\varrho_{2n}^{2} - k_{2n}^{2}\right)\left(\frac{1 - e^{-ik_{2n}\beta\tau}}{2\sin^{2}\frac{\beta\pi}{2}} - e^{-ik_{2n}2\rho\tau}e^{-i2\rho\pi}\frac{\sin^{2}\frac{k_{2n}\beta\tau}{2}}{\sin^{2}\frac{\beta\pi}{2}} + i\operatorname{ctg}\frac{\beta\pi}{2}\right) + iN(0)\operatorname{ctg}\frac{\beta\pi}{2}\right\}.$$
 (25)

В выражениях (24), (25) при $\beta = 1$ имеем $r_{\text{BM0}}^F = r_{\text{BM0}}$ и $r_{\text{п}F} = 0$.

Анализ результатов

Для оценки влияния поперечного и продольного краевых эффектов на электромагнитные и механические характеристики ЛАМ на основании полученных зависимостей были выполнены численные расчеты относительных величин сопротивлений схемы замещения и параметра r_F . При этом ненулевые корни трансцендентного уравнения

$$D(k) = 0 \tag{26}$$

вычислялись на ЭВМ обобщенным методом Ньютона [4].

Определяющими при вычислении параметров краевого эффекта являются первые члены бесконечных сумм в выражениях для z_{κ_9} и $r_{\kappa F}$, соответствующие первой паре корней (26). Вклад в решение членов, соответствующих последующим корням, зависит от величины добротности машины ϵ_0 , числа пар полюсов p и скольжения s. Так, для ЛАМ с малыми ϵ_0 ($\epsilon_0 < 5$) пренебрежение второй парой корней при определении электромагнитных сопротивлений $r_{\rm 9M}$ и $x_{\rm 9M}$ дает погрешность не более 0,1% вне зависимости от числа p. Однако с ростом ϵ_0 эта погрешность увеличивается и тем значительнее, чем меньше p. Например, при

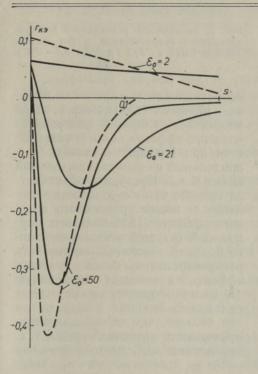


Рис. 3. Зависимость активного электромагнитного сопротивления краевого эффекта от s и e_0 при p=6, $b_*=(t-a)/\tau=0$,3. Расчет по двумерной (---) и одномерной (---) теории.

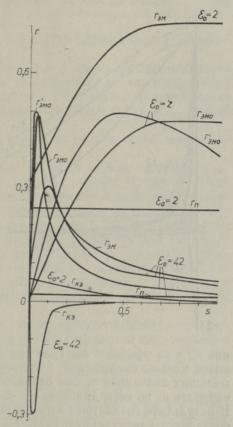


Рис. 4. Зависимость полного активного электромагнитного сопротивления и его составляющих от s при $p=6,\ b_*=0,3$ и $\epsilon_0=2$ и 42.

 $\varepsilon_0 = 40$ и p = 2 она достигает 3%, но снижается до 0,5% при p = 8. При расчете механических характеристик $r_F(s)$ рассматриваемая погрешность больше, однако при p = 8 в диапазоне $\varepsilon_0 \leqslant 80$ не превышает 1,4%. Пренебрежение остальными корнями уравнения (26) вносит в результаты вычислений изменения не более 0,5% во всех исследованных случаях. Для уменьшения влияния продольного краевого эффекта современные мощные ЛАМ создаются с большим числом полюсов. Поэтому в расчетах достаточно учитывать лишь первые члены бесконечных сумм (n = 1) в соотношениях (1) - (4), (16), (19), (24) и (25).

Анализ зависимости сопротивлений схемы замещения от s и ϵ_0 для ЛАМ с однослойной обмоткой и четным числом полюсов показал, что поперечный краевой эффект, заключающийся в наличии x-составляющих вторичного тока $[^2]$, способен существенно изменять характеристики машины. Сопротивление вторичной среды увеличивается, зависимости $r_{\text{3M0}} = f(s)$ и $r_{\text{к3}} = f(s)$, учитывающие конечную ширину машины, становятся «мягче» зависимостей $r'_{\text{3M0}} = f(s)$ и $r'_{\text{к3}} = f(s)$, не учитывающих этого фактора (рис. 3, 4). Максимумы рассматриваемых функций сдвигаются в сторону больших скольжений и уменьшаются по абсолютной величине. Поперечный и продольный краевые эффекты в значительной степени уменьшают суммарное активное электромагнитное

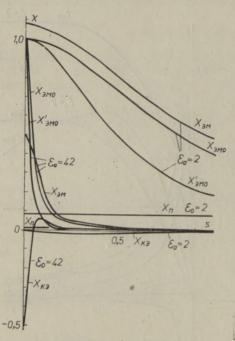
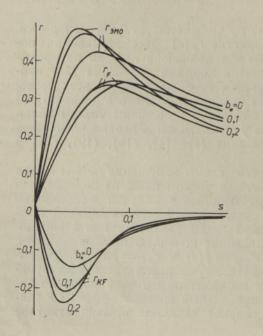


Рис. 5. Зависимость реактивного электромагнитного сопротивления и его составляющих от s при p=6, $b_*=0,3$ и $\epsilon_0=2$ и 42.

сопротивление гом при скольжениях, меньших критического. При малых влияние поперечного 03 краевого эффекта сильнее сказывается при больших значениях s, a продольный вносит положительный вклад в $r_{\text{ам}}$. Последнее объясняется тем, что при s = 0 полюсное деление тк полей продольного краевого эффекта ЛАМ больше т нормальной бегущей волны магнитно-Следовательно, скорость го поля. распространения полей краевого эффекта превышает синхронную $(u_{\rm K} > u_1)$ и потому может быть $r_{\rm KB}(s) > 0$. Разница между $\tau_{\rm K}$ и τ тем больше, чем меньше электропроводность вторичной среды, т. е. чем меньше во. С ростом скольже-

ния $\tau_{\rm K}$ и $u_{\rm K}$ убывают быстрее при больших ϵ_0 , вследствие чего $u_{\rm K}$ становится меньше синхронной, а зависимость $r_{\rm K3}(s)$ — отрицательной при тем меньших значениях s, чем больше ϵ_0 (рис. 3). При достаточно малых ϵ_0 скорость $u_{\rm K}$ во всем диапазоне 0 < s < 1 может превышать синхронную. В результате создается положительное тяговое усилие. Сопротивление $r_{\rm R}$ составляет значительную часть $r_{\rm SM}$ только при малых ϵ_0 , так как в противном случае пульсирующая составляющая первичного поля почти полностью демпфируется полем токов, наведенных во вторичной шине



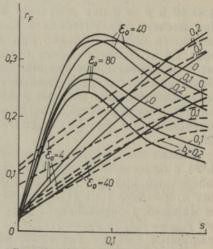


Рис. 6. Механические характеристики ЛАМ: слева — зависимость от ширины вторичной шины при $\varepsilon_0 = 40$, p = 8, $a/\tau = 0.4$; справа — от ширины вторичной части и ε_0 при p = 8 (——) и 2 (———), $a/\tau = 0.4$.

(рис. 4). При четном числе полюсов эта составляющая не создает дви-

жущего усилия.

Поперечный краевой эффект увеличивает реактивное сопротивление ЛАМ в областях $s \neq 0$ (рис. 5) из-за уменьшения величины вторичных токов и их размагничивающего действия. Реактивное сопротивление пульсирующей составляющей поля $x_{\rm п}$ дает заметный вклад в $x_{\rm 9M}$ только при малых ϵ_0 .

Характер зависимости параметра $r_{\rm kF}$ от s, ε_0 и p такой же, как и

ДЛЯ $r_{\text{ка}}$.

Определенное влияние на величину тягового усилия оказывает соотношение поперечных размеров первичной и вторичной частей ЛАМ. При увеличении ширины вторичной шины относительно ширины индуктора уменьшается сопротивление вторичной среды, становятся более «жесткими» характеристики $r_{\text{9M0}}(s)$ и $r_{\text{KF}}(s)$ (рис. 6, a). Изменение этих параметров с уменьшением ширины шины различно, так как τ_{W} варьируют, а τ остается постоянным, и если $|\Delta r_{\text{9M0}}(s)| > |\Delta r_{\text{KF}}(s)|$, то r_{F} возрастает. Согласно рис. 6, δ , для улучшения характеристик ЛАМ нелесообразно увеличивать ширину шины t только до определенного предела, τ . е. до оптимального значения t, которое тем больше, чем меньше ϵ_0 .

Полученные результаты позволяют более строго оценивать совместное влияние продольного и поперечного краевых эффектов на параметры

ЛАМ.

ЛИТЕРАТУРА

1. Вольдек А., Скрябина Г. Теория линейной асинхронной машины с учетом продольного и поперечного краевых эффектов. — Изв. АН ЭССР, Физ. Матем., 1978, т. 27. № 2, с. 202—210.

Вольдек А. И. Индукционные магнитогидродинамические машины с жидкоме-

таллическим рабочим телом. Л., 1970.

 Вольдек А. И., Толвинская Е. В. Метод расчета характеристик линейных и дуговых машин с учетом влияния продольного краевого эффекта. — Магнитная гидродинамика, 1971, № 1, с. 84—90.

4. Ланс Дж. Н. Численные методы для быстродействующих вычислительных ма-

шин. М., 1962.

Ленинградский политехнический институт им. М. И. Калинина

Поступила в редакцию 29/III 1977

A. VOLDEKI, A. IVANOV, G. SKRJABINA

PIKI- JA RIST-ÄÄREEFEKTI ARVESTAV LINEAARSE ASÜNKROONMASINA INTEGRAALKARAKTERISTIKUTE ARVUTUS

Artiklis on esitatud valemid lineaarse asünkroonmootori ekvivalentskeemide parameetrite ia mehaaniliste karakteristikute arvutamiseks. kusiuures on arvestatud piki- ja rist-ääreelekti, ning ülalnimetatud suuruste numbrilised väärtused.

A. VOLDEKI, A. IVANOV, G. SKRYABINA

THE CHARACTERISTICS OF LINEAR INDUCTION MACHINE WITH END AND TRANSVERSE EDGE EFFECTS

The authors present analytic equations for the equivalent impedance and mechanical characteristics of the linear induction machine with longitudinal end and transverse edge effects, using two-dimensional theory of that machine. Numerical results for a particular motor are obtained and discussed.