EESTI NSV TEADUSTE AKADEEMIA TOIMETISED. 24. KÖIDE
FÜÜSIKA * MATEMAATIKA. 1975, NR. 3

ИЗВЕСТИЯ АКАДЕМИИ НАУК ЭСТОНСКОЙ ССР. ТОМ 24
ФИЗИКА * МАТЕМАТИКА. 1975, № 3

https://doi.org/10.3176/phys.math.1975.3.14

УДК 535.345.1

*Ю. ЛЕМБРА*

# ОБ ИСПОЛЬЗОВАНИИ МАТРИЦЫ ИНТЕРФЕРЕНЦИИ НЕОДНОРОДНОГО ОПТИЧЕСКОГО СЛОЯ

*J. LEMBRA*. MITTEHOMOGEENSE OPTILISE KIHI INTERFERENTSMAATRIKSI KASUTAMISEST

*J. LEMBRA*. ON THE USE OF THE INTERFERENCE MATRIX OF AN INHOMOGENEOUS OPTICAL FILM

Согласно [1,2] элементы матрицы интерференции

$$L=\begin{pmatrix} b & \tilde{a}^* \\ a & \tilde{b}^* \end{pmatrix} \tag{1}$$

определяют амплитудные коэффициенты отражения $r$ и пропускания $t$:

$$a=\frac{r}{t}; \quad b=\frac{1}{t}. \tag{2}$$

Тильда означает переход к сопряженному слою [1], звездочка — комплексное сопряжение.

В работе [2] выведена формула матрицы интерференции $L_0$ неоднородного оптического слоя при условии, что слой ограничен средами с единичным показателем преломления. Согласно этой формуле элементы матрицы $L_0$ выражаются через определители, составленные из линейно независимых решений волнового уравнения.

В данном кратком сообщении мы выведем несколько соотношений, могущих быть полезными при вычислении коэффициентов отражения и пропускания неоднородного слоя. Мы используем обозначения статьи [2], а ссылки на формулы из этой статьи обозначим буквой А.

Из формул (А 31) и (А 36) вытекает, что определители $\Delta$, $D_1$, $D_2$, $D$ и $D_{12}$ из (А 26) и (А 32) связаны соотношением

$$D_1D_2+\Delta^2=DD_{12}. \tag{3}$$

Формула (3) полезна при проверке вычислений в конкретных случаях, а также в некоторых приложениях.

Если ограничивающие среды имеют показатели преломления $\overset{0}{n_1}$ и $\overset{0}{n_2}$, то, согласно (А 8), матрица интерференции вычисляется по формуле

$$L_{12}=G(\overset{0}{v_1})L_0G(-\overset{0}{v_2}), \tag{4}$$

где матрица $G(v)$ определяется формулой (А 9), а скаляр $v$ формулой (А 4).

С помощью формул (1), (4), (А 4), (А 9), (А 30) и (А 31) находим

$$\begin{aligned} a_{12}&=(2\Delta\sqrt{\overset{0}{n_1}\overset{0}{n_2}})^{-1}[D_2\overset{0}{n_1}+D_1\overset{0}{n_2}+i(D\overset{0}{n_1}\overset{0}{n_2}-D_{12})],\\ b_{12}&=(2\Delta\sqrt{\overset{0}{n_1}\overset{0}{n_2}})^{-1}[D_2\overset{0}{n_1}-D_1\overset{0}{n_2}+i(D\overset{0}{n_1}\overset{0}{n_2}+D_{12})]. \end{aligned} \tag{5}$$

Из этих формул видно, что определители, входящие в формулу (3), играют действительно важную роль при вычислении коэффициентов отражения и пропускания. Подчеркнем, что в общем случае эти определители являются комплексными величинами.

Полагая в формулах (5) $\overset{0}{n}_1 = \overset{0}{n}_2 = 1$, получим формулы согласующиеся с (A 6), (A 30) и (A 31), как и должно быть.

Далее рассмотрим особо случай, когда в слое отсутствует поглощение. Тогда в волновом уравнении (A 11) показатель преломления $n(z)$ является вещественной функцией и линейно независимые решения можно выбрать так, чтобы определитель Вронского $k\Delta$ был либо вещественным, либо мнимым. Соответственно, как вытекает из формул (A 32), величины $D_1$, $D_2$, $D$ и $D_{12}$ являются одновременно либо вещественными, либо мнимыми. Поэтому можно всегда ввести вещественные величины $\delta$, $d_1$, $d_2$, $d$ и $d_{12}$ согласно правилу: $\delta = \Delta$, если $\Delta$ вещественно; $\delta = \Delta/i$, если $\Delta$ мнимо, и т. д. Тогда формула (3) примет вид

$$d_1 d_2 + \delta^2 = d d_{12}. \tag{6}$$

Для энергетического коэффициента отражения $R_{12}$ из формул (2) и (5) получается следующее выражение:

$$R_{12} = \frac{(d_2 \overset{0}{n}_1 + d_1 \overset{0}{n}_2)^2 + (d \overset{0}{n}_1 \overset{0}{n}_2 - d_{12})^2}{(d_2 \overset{0}{n}_1 - d_1 \overset{0}{n}_2)^2 + (d \overset{0}{n}_1 \overset{0}{n}_2 + d_{12})^2}. \tag{7}$$

С учетом формулы (6) можно полученный результат представить и в форме

$$R_{12} = \frac{(d_2 \overset{0}{n}_1)^2 + (d_1 \overset{0}{n}_2)^2 + (d \overset{0}{n}_1 \overset{0}{n}_2)^2 + d_{12}^2 - 2\delta^2 \overset{0}{n}_1 \overset{0}{n}_2}{(d_2 \overset{0}{n}_1)^2 + (d_1 \overset{0}{n}_2)^2 + (d \overset{0}{n}_1 \overset{0}{n}_2)^2 + d_{12}^2 + 2\delta^2 \overset{0}{n}_1 \overset{0}{n}_2}. \tag{8}$$

В силу вещественности входящих в эту формулу величин очевидно, что $R_{12} < 1$, как и должно быть.

ЛИТЕРАТУРА

1. Кард П. Г., Анализ и синтез многослойных интерференционных пленок, Таллин, 1971.
2. Кард П., Изв. АН ЭССР, Физ. Матем., 23, 113 (1974).

*Тартуский государственный университет*

Поступила в редакцию 24/II 1975