EESTI NSV TEADUSTE AKADEEMIA TOIMETISED. 24. KÖIDE
FÜÜSIKA * MATEMAATIKA. 1975, NR. 3

ИЗВЕСТИЯ АКАДЕМИИ НАУК ЭСТОНСКОЙ ССР. ТОМ 24
ФИЗИКА * МАТЕМАТИКА. 1975, № 3

https://doi.org/10.3176/phys.math.1975.3.12

УДК 530.12 : 531.18

П. КАРД

ОБОСНОВАНИЕ СПЕЦИАЛЬНОЙ ТЕОРИИ ОТНОСИТЕЛЬНОСТИ ПОМИМО ПРЕОБРАЗОВАНИЙ ЛОРЕНЦА

P. KARD. ERIRELATIIVSUSTEOORIA PÕHJENDAMINE LORENTZI TEISENDUSTEST SÕLTUMATULT

P. KARD. FOUNDATION OF SPECIAL RELATIVITY THEORY WITHOUT LORENTZ TRANSFORMATIONS

Г. Бонди предложил [1] метод обоснования релятивистской кинематики без использования преобразований Лоренца. Д. Бом развил этот метод, названный им «методом коэффициента k», более подробно [2]. Он дает ему довольно сдержанную оценку; отмечая ряд преимуществ, он считает его все-таки недостаточно разработанным для того, чтобы он мог полностью заменить обычный способ построения релятивистской кинематики на основе преобразований Лоренца. Поэтому Д. Бом отводит «методу коэффициента k» роль дополнительного метода.

На наш взгляд, метод Г. Бонди и Д. Бома в самом деле едва ли проще, чем метод преобразований Лоренца, хотя он, возможно, нагляднее. Впрочем, и это преимущество относится, вероятно, не столько к самому методу, сколько к используемому вместе с ним графическому изображению пространства-времени в диаграммах Минковского. Но главным обстоятельством, ограничивающим значение этого метода, является применимость его только в кинематике. Релятивистская динамика этим методом не затрагивается.

В нижеследующем предложим другой метод построения специальной теории относительности. Общим для него с методом Бонди—Бома является то, что он тоже не использует преобразований Лоренца; но существенное отличие состоит в том, что он применим не только в кинематике, но и в динамике. Кроме того, крайняя простота нашего метода делает его определенно предпочтительным перед обычным методом, основанным на преобразованиях Лоренца.

Основную роль играет в новом методе некоторая функция скорости, по виду совпадающая с коэффициентом k у Г. Бонди и Д. Бома, но имеющая иной смысл. Вернее, мы должны говорить вначале о двух функциях, фактическое совпадение которых заранее не очевидно.

Во-первых, рассмотрим фотон, имеющий в некоторой инерциальной системе массу μ и импульс μc. Перейдем в другую инерциальную систему, движущуюся относительно первой со скоростью v в направлении, противоположном импульсу фотона. Так как скорость фотона инвариантна, то масса фотона μ' в этой системе, будучи пропорциональна μ, должна выражаться формулой

$$\mu' = \mu f(v), \tag{1}$$

где $f(v)$ — пока неизвестная функция скорости. Очевидно лишь то, что

$$f(v) f(-v) = 1. \tag{2}$$

Во-вторых, рассмотрим промежуток времени t между событиями отправления мгновенного светового сигнала и его прибытия в другую точку. Перейдем в другую инерциальную систему, движущуюся относительно первой со скоростью v в направлении, противоположном направлению сигнала. Промежуток времени t' между теми же событиями в этой системе связан с t формулой

$$t' = t g(v), \tag{3}$$

что опять вытекает из инвариантности скорости света и однородности времени. Функция $g(v)$ пока неизвестна, но удовлетворяет условию

$$g(v) g(-v) = 1. \tag{4}$$

Покажем теперь применение функций $f(v)$ и $g(v)$ для вывода основных формул динамики и кинематики специальной теории относительности.

1. Вывод зависимости массы тела от его скорости. Рассмотрим распад частицы массы покоя m_0 на два фотона. В инерциальной системе начального покоя частицы фотоны имеют равные и противоположные импульсы и равные массы μ. В силу сохранения массы

$$m_0 = 2\mu. \tag{5}$$

В другой инерциальной системе, в которой частица движется до распада со скоростью v вдоль линии распада, сохранение массы и импульса выражается, согласно (1), формулами:

$$\begin{aligned} m(v) &= \mu f(v) + \mu f(-v), \\ \beta m(v) &= \mu f(v) - \mu f(-v), \end{aligned} \tag{6}$$

где $\beta = v/c$. Отсюда, согласно (2),

$$(1-\beta^2) m^2(v) = 4\mu^2. \tag{7}$$

Сопоставление этой формулы с (5) дает

$$m(v) = m_0 (1-\beta^2)^{-1/2}. \tag{8}$$

Для нахождения функции $f(v)$ сложим уравнения (6). С учетом (5) и (8) получим

$$f(v) = [(1+\beta)(1-\beta)^{-1}]^{1/2}. \tag{9}$$

2. Вывод формулы замедления времени совершенно аналогичен. Световой сигнал, отправленный из данной точки на расстояние $c\tau/2$, отразившись от поставленного там зеркала, возвращается в исходную точку через время τ после отправления. Это — промежуток собственного времени между событиями отправления и возвращения сигнала. Обозначим через t промежуток времени между теми же событиями в другой инерциальной системе, движущейся относительно первой со скоростью v в направлении возвратного сигнала. Очевидно, в этой системе возвратный сигнал проходит на vt более короткий путь, чем прямой; а так как скорости обоих сигналов равны, то и время нахождения возвратного сигнала в пути на βt меньше времени нахождения в пути

прямого. Но в силу формулы (3) прямой сигнал идет время $(\tau/2)g(v)$, а возвратный — время $(\tau/2)g(-v)$. Следовательно,

$$\begin{aligned} t &= (\tau/2)g(v)+(\tau/2)g(-v), \\ \beta t &= (\tau/2)g(v)-(\tau/2)g(-v). \end{aligned} \tag{10}$$

Отсюда, согласно (4),

$$(1-\beta^2)t^2=\tau^2 \tag{11}$$

и

$$t=\tau(1-\beta^2)^{-1/2}. \tag{12}$$

Это и есть формула замедления времени. Для функции $g(v)$, складывая уравнения (10), находим

$$g(v)=[(1+\beta)(1-\beta)^{-1}]^{1/2}=f(v). \tag{13}$$

3. Вывод формулы сокращения длины. В инерциальной системе, в которой стержень длины l_0 покоится, световой сигнал проходит от одного конца до другого за время

$$t=l_0/c. \tag{14}$$

В другой инерциальной системе, движущейся относительно системы покоя стержня со скоростью v в направлении, обратном направлению сигнала, время движения сигнала равно $tg(v)$, а пройденное им расстояние равно $ctg(v)$. Но так как конец стержня, испустивший сигнал, передвинулся за то же время на расстояние $vtg(v)$, то длина стержня равна

$$l=ctg(v)-vtg(v) \tag{15}$$

или, согласно формулам (13) и (14),

$$l=l_0(1-\beta^2)^{1/2}. \tag{16}$$

4. Формула сложения однонаправленных скоростей вытекает (как и у Д. Бома в [2]) из тождества

$$f(v_1)f(v_2)=f\left(\frac{v_1+v_2}{1+\beta_1\beta_2}\right). \tag{17}$$

5. Общие формулы преобразования компонентов скорости можно получить, рассматривая поглощение в первоначально покоящемся теле массы M двух одинаковых тел массы m, падающих с одинаковыми скоростями u, образующими между собой некоторый угол. Приняв биссектрису этого угла за ось x и взяв в плоскости скоростей ось y, получим равенства, выражающие сохранение массы и импульса:

$$\begin{aligned} 2m(u)+M_0 &= M_1(v), \\ 2m(u)u_x &= vM_1(v), \end{aligned} \tag{18}$$

где M_1 — масса вторичного тела, а v — его скорость. В инерциальной системе покоя вторичного тела аналогично:

$$\begin{aligned} 2m(u')+M(v) &= M_{10}, \\ 2m(u')u'_x &= vM(v), \end{aligned} \tag{19}$$

где u' — скорость налетающих тел. Исключая с учетом (8) из уравнений (18) и (19) $m(u)$, $m(u')$, M_0 и M_{10}, находим

$$u'_x=(u_x-v)(1-u_xv/c^2)^{-1}. \tag{20}$$

Далее, исключая из уравнений (18) $M_1(v)$, имеем

$$M_0v=2(u_x-v)m(u), \tag{21}$$

а подставляя во второе уравнение (19) выражение (20) вместо u'_x, получаем

$$M(v)\, v = 2(u_x - v)\, m(u')\, (1 - u_x v/c^2)^{-1}. \tag{22}$$

Разделив (21) на (22), имеем

$$(1 - u'^2/c^2)^{1/2} = (1 - u^2/c^2)^{1/2} (1 - \beta^2)^{1/2} (1 - u_x v/c^2)^{-1}. \tag{23}$$

Отсюда и из (20) следует

$$u'_y = u_y (1 - \beta^2)^{1/2} (1 - u_x v/c^2)^{-1}. \tag{24}$$

6. Зная зависимость массы от скорости и формулы преобразования компонентов скорости, легко развить всю релятивистскую динамику и найти формулы преобразования всех механических величин. Переход к четырехмерному формализму очевиден. Вывод преобразований Лоренца из формул преобразования компонентов скорости тоже возможен, хотя для построения теории они не нужны.

ЛИТЕРАТУРА

1. Бонди Г., Относительность и здравый смысл, М., 1967.
2. Бом Д., Специальная теория относительности, М., 1967.

Тартуский государственный университет

Поступила в редакцию 6/I 1975

EESTI NSV TEADUSTE AKADEEMIA TOIMETISED. 24. KÖIDE
FÜÜSIKA * MATEMAATIKA. 1975. NR. 3

ИЗВЕСТИЯ АКАДЕМИИ НАУК ЭСТОНСКОЙ ССР. ТОМ 24
ФИЗИКА * МАТЕМАТИКА. 1975, № 3

УДК 539.12 : 530.145

Р. ЛИАС

О ПОЛЯРИЗАЦИОННОМ ОПЕРАТОРЕ В ДВУМЕРНОЙ КВАНТОВОЙ ЭЛЕКТРОДИНАМИКЕ

R. LIAS. VAAKUUMI POLARISATSIOONI OPERAATORIST KAHEMÕÕTMELISES KVANT-ELEKTRODÜNAAMIKAS

R. LIAS. ON THE VACUUM POLARIZATION OPERATOR IN TWO-DIMENSIONAL QUANTUM ELECTRODYNAMICS

Исходя из явно калибровочно-инвариантного определения тока вычисляется и обсуждается во втором порядке теории возмущений поляризационный оператор для массивной модели.

Точно решаемые двумерные модели, в которых спинорные частицы обязательно безмассовые, неоднократно применялись при обсуждении математических и физических идей релятивистской квантовой теории поля [1–4]. Если переход от массивной модели к безмассовой происходит плавно, то последнюю можно считать хорошей основой для первой. Покажем, что в квантовой электродинамике в случае одного простран-