

Л. ВАЙК

О СОПРЯЖЕННОСТИ ЭНЕРГОЭКОНОМИЧЕСКОЙ И РАСХОДНОЙ ХАРАКТЕРИСТИК ТОПЛИВНО- ЭНЕРГЕТИЧЕСКОГО БАЛАНСА РАЙОНА

Сопряженные характеристики

В соответствии с [1,2] энергоэкономическая характеристика (ЭЭХ) топливно-энергетического баланса (ТЭБ) района, определяющая зависимость суммарных приведенных затрат в ТЭБ от ресурсов межрайонных видов топлива при оптимальных состояниях ТЭБ, выражается в виде *

$$Z = \frac{1}{2} \sum_{i=1}^n a_{ii} x_i^2 + \sum_{\substack{i,j=1 \\ i < j}}^n a_{ij} x_i x_j + \sum_{i=1}^n a_i x_i + a_0, \quad (1)$$

где Z — суммарные приведенные затраты в ТЭБ района, руб.; x_i, x_j — количество i -го и j -го топлива в ТЭБ, т у.т.; $i, j = 1, 2, \dots, n$ — межрайонные виды топлива; a_{ii}, a_{ij}, a_i, a_0 — постоянные коэффициенты.

При этом оценка каждого i -го межрайонного топлива определяется из ЭЭХ как частная производная от суммарных затрат по количеству соответствующего вида топлива системой уравнений

$$\varphi_i = \frac{\partial Z}{\partial x_i} = \sum_{j=1}^n a_{ij} x_j + a_i, \quad (2)$$

решая которую относительно x_j , получим систему уравнений

$$x_j = \sum_{i=1}^n b_{ji} \varphi_i - b_j, \quad (3)$$

где постоянные коэффициенты b_{ji} и b_j определяются по выражениям

$$b_{ji} = \frac{A_{ji}}{|a_{ij}|}, \quad (4)$$

$$b_j = \sum_{i=1}^n b_{ji} a_i. \quad (5)$$

Здесь A_{ji} — алгебраическое дополнение элемента a_{ij} в определителе $|a_{ij}|$.

Вектор $-b_j$ определяет точку x_j^0 в системе координат x_j , в которой оценки всех видов топлива равны нулю. В этом случае

$$x_j^0 = -b_j. \quad (6)$$

* В отличие от [1,2] в выражении (1) численные значения коэффициентов a_{ii}, a_{ij}, a_i увеличены вдвое.

Перенесем начало координат в эту точку. Для этого заменив в ЭЭХ (1) прежние координаты новыми, т. е.

$$x_j = \bar{x}_j + x_j^0 = \bar{x}_j - b_j, \quad (7)$$

получим выражение $\overline{\text{ЭЭХ}}$ в новой системе координат

$$Z = \frac{1}{2} \sum_{i=1}^n a_{ii} \bar{x}_i^2 + \sum_{\substack{i,j=1 \\ i < j}}^n a_{ij} \bar{x}_i \bar{x}_j + b_0, \quad (8)$$

где свободный член b_0 определяется по формуле

$$b_0 = a_0 - \frac{1}{2} \sum_{i=1}^n a_i b_i. \quad (9)$$

Таким образом, в новой системе координат $\overline{\text{ЭЭХ}}$ выражается по (8), а оценки определяются из системы уравнений

$$\vartheta_i = \frac{\partial Z}{\partial \bar{x}_i} = \sum_{j=1}^n a_{ij} \bar{x}_j, \quad (10)$$

решая которую относительно \bar{x}_j , получим

$$\bar{x}_j = \sum_{i=1}^n b_{ji} \vartheta_i. \quad (11)$$

Количество видов топлива можно получить также из (3), заменив x_j на \bar{x}_j по (7).

Система уравнений (11) является частной производной от уравнения

$$Z = \frac{1}{2} \sum_{j=1}^n b_{jj} \vartheta_j^2 + \sum_{\substack{j,i=1 \\ j < i}}^n b_{ji} \vartheta_j \vartheta_i + b_0, \quad (12)$$

которое устанавливает зависимость суммарных приведенных затрат в ТЭБ района от оценок эффективных межрайонных видов топлива, используемых в данном районе. Это выражение можно назвать расходной характеристикой (РХ) ТЭБ района, ибо частные производные этой характеристики представляют собой расходы видов топлива в новой системе координат.

РХ ТЭБ можно считать сопряженной по отношению к ЭЭХ ТЭБ. Коэффициенты РХ b_{ji} являются элементами обратной матрицы по (4), полученной из прямой матрицы, составленной из коэффициентов a_{ij} ЭЭХ.

Если ЭЭХ устанавливает зависимость затрат в ТЭБ от расходов топлива и оценки видов топлива определяются как частные производные от ЭЭХ, то РХ устанавливает зависимость затрат в ТЭБ от оценок топлива и расходы топлива определяются как частные производные от РХ. Обе характеристики — ЭЭХ и РХ — это разные формы представления общей единой характеристики ТЭБ, связывающие между собой такие важные показатели баланса, как расходы топлива и соответствующие им оценки через единую систему суммарных приведенных затрат в ТЭБ при его оптимальных состояниях.

РХ можно получить также из ЭЭХ (1), заменяя переменные x_j по (3), или из $\overline{\text{ЭЭХ}}$, заменяя переменные \bar{x}_j по (11).

Как в $\overline{\text{ЭЭХ}}$, так и в РХ отсутствуют члены, в которых переменные ε_i были бы в первой степени. Это обусловлено тем, что начало координат находится в условной абсолютно оптимальной точке, определяемой $\varepsilon_i = 0$, где суммарные приведенные затраты в ТЭБ минимальны.

Сопряженными, строго говоря, являются $\overline{\text{ЭЭХ}}$ и РХ . Обе эти характеристики построены в системе координат с началом в точке абсолютно минимального значения суммарных приведенных затрат в ТЭБ ($Z^{\min} = b_0$). В этой точке оценки всех межрайонных топлив равны нулю, и, кроме того, нулевыми должны быть оптимальные количества видов топлива в ТЭБ, если они определяются как частные производные от Z по ε_i . Поэтому оптимальные количества топлива, вычисляемые по РХ , получаются всегда в новой системе координат как \bar{x}_j . Для определения действительно оптимальных значений количеств топлива необходимо воспользоваться формулой (7).

Сопряженной по отношению к энергоэкономической характеристике ТЭБ — $\overline{\text{ЭЭХ}}$ является расходная характеристика ТЭБ — $\overline{\text{РХ}}$, которая построена в системе координат, начало которой совпадает с началом координат для $\overline{\text{ЭЭХ}}$, где $x_j = 0$. В этой точке оценки всех видов топлива по (2) равняются

$$\varepsilon_i^0 = a_i. \quad (13)$$

Перенесем начало координат в эту точку. Для этого заменив в РХ (12) прежние координаты новыми, т. е.

$$\varepsilon_i = \bar{\varepsilon}_i + \varepsilon_i^0 = \bar{\varepsilon}_i + a_i, \quad (14)$$

получим выражение $\overline{\text{РХ}}$ в новой системе координат

$$Z = \frac{1}{2} \sum_{j=1}^n b_{jj} \bar{\varepsilon}_j^2 + \sum_{\substack{j,i=1 \\ j < i}}^n b_{ji} \bar{\varepsilon}_j \bar{\varepsilon}_i + \sum_{j=1}^n b_j \bar{\varepsilon}_j + a_0, \quad (15)$$

где свободный член по (9) выражается в виде

$$a_0 = b_0 + \frac{1}{2} \sum_{i=1}^n a_i b_i. \quad (16)$$

Количество видов топлива из $\overline{\text{РХ}}$ принимает вид

$$\bar{x}_j = \frac{\partial Z}{\partial \bar{\varepsilon}_j} = \sum_{i=1}^n b_{ji} \bar{\varepsilon}_i + b_j. \quad (17)$$

Решая эту систему уравнений относительно оценок $\bar{\varepsilon}_i$, получим

$$\bar{\varepsilon}_i = \sum_{j=1}^n a_{ij} \bar{x}_j - a_i. \quad (18)$$

Если в выражениях (17) и (18) заменить значения \bar{x}_j и $\bar{\varepsilon}_i$ по формулам (7) и (14), то придем к выражениям (3) и (2) ввиду сопряженности $\overline{\text{ЭЭХ}}$ и $\overline{\text{РХ}}$.

Таким образом, существует две пары сопряженных характеристик ТЭБ района — $\overline{\text{ЭЭХ}}$ с $\overline{\text{РХ}}$ и $\overline{\text{ЭЭХ}}$ с РХ — соответственно двум характерным предельным состояниям ТЭБ ($x_j = 0$ и $\varepsilon_i = 0$).

В общем же сопряженными можно считать также ЭЭХ (1) и РХ (12), помня при этом, что ЭЭХ построена в системе координат с началом в точке максимального значения суммарных приведенных затрат ($Z^{\max} = a_0$, $x_j = 0$, $\varepsilon_i^{\max} = a_i$), а РХ, наоборот, — с началом в точке минимального их значения ($Z^{\min} = b_0$, $x_j^{\text{опт}} = -b_j$, $\varepsilon_i = 0$). При этом частные производные от РХ дают не оптимальные количества видов топлива, а изменение абсолютно оптимальных их количеств. Оптимальные количества топлива определяются в этом случае по формуле (7).

Физическое содержание коэффициентов характеристик ТЭБ

Коэффициенты a в ЭЭХ имеют по (1) и (2) следующее физическое содержание:

a_0 определяет условно-максимальные затраты в ТЭБ района, которые имеют место при нулевых расходах эффективных межрайонных видов топлива в балансе ($x_j = 0$), руб.;

a_i определяет условно-максимальные оценки межрайонных видов топлива, которые имеют место также при нулевых расходах видов топлива в балансе ($x_j = 0$), руб./т у.т.;

a_{ii} определяет изменение оценки i -го вида топлива вследствие изменения его расхода на единицу, руб./т² у.т.;

a_{ij} определяет изменение оценки i -го топлива вследствие изменения расхода j -го вида топлива, т. е. взаимовлияние i -го и j -го видов топлива на их оценки, руб./т² у.т.

Коэффициенты b в РХ имеют по (12), (11) и (3) следующее физическое содержание:

b_0 определяет условно-минимальные затраты в ТЭБ района, которые имеют место при неограниченных ресурсах эффективных межрайонных видов топлива, когда их оценки равны нулю ($\varepsilon_i = 0$), руб.;

b_j определяет условно-абсолютные оптимальные количества межрайонных видов топлива в данном районе, которые также имеют место при их неограниченных ресурсах ($\varepsilon_i = 0$), т у.т.;

b_{jj} определяет изменение оптимального количества j -го топлива в ТЭБ вследствие изменения его оценки на единицу, т² у.т./руб.;

b_{ji} определяет изменение оптимального количества i -го топлива в ТЭБ вследствие изменения оценки j -го топлива на единицу, т. е. взаимовлияние i -го и j -го видов топлива на их оптимальные значения, т² у.т./руб.

Численные величины коэффициентов a_{ii} и a_{ij} в практических расчетах всегда больше нуля. Поэтому увеличение i -го ресурса эффективного межрайонного топлива в ТЭБ района всегда снижает оценки как i -го, так и j -го вида топлива.

Численные величины коэффициентов b_{jj} всегда больше нуля, а коэффициентов b_{ji} — меньше нуля. Поэтому с увеличением оценки j -го топлива его оптимальное количество уменьшается, а оптимальное количество i -го топлива увеличивается.

Максимально возможный интервал изменения суммарных приведенных затрат в ТЭБ определяется разностью свободных членов в ЭЭХ и РХ

$$\Delta Z^{\max} = a_0 - b_0 = \frac{1}{2} \sum_{i=1}^n a_i b_i, \quad (19)$$

т. е. определяется коэффициентами a_i и b_i , которые характеризуют соответственно максимальные оценки и абсолютно оптимальные количества межрайонных видов топлива.

Графическое представление характеристик ТЭБ

В качестве примера на рис. 1 и 2 представлена ЭЭХ ТЭБ $Z = f(x_j)$ для двух видов топлива ($n = 2$). Коэффициенты этой характеристики имеют следующие численные значения:

$$\begin{aligned} a_{11} &= 1,14 \text{ руб./млн. т}^2 \text{ у. т.} \\ a_{22} &= 1,00 \quad \text{,,} \quad \text{,,} \\ a_{12} &= 0,80 \quad \text{,,} \quad \text{,,} \\ a_1 &= -12,00 \text{ руб./т у. т.} \\ a_2 &= -10,00 \quad \text{,,} \quad \text{,,} \\ a_0 &= 100,00 \text{ млн. руб.} \end{aligned}$$

На рис. 1 ЭЭХ представлена поверхностью второго порядка в системе координат x_1, x_2, Z , а на рис. 2 в координатной системе x_1, x_2 семейством изолиний $Z = \text{const}$ второго порядка с центром в точке B , определяющей условно-абсолютные оптимальные количества видов топлива 1 и 2 в размере соответственно

$$\begin{aligned} x_1^0 &= -b_1 = 8,0 \text{ млн. т у. т.} \\ x_2^0 &= -b_2 = 3,6 \quad \text{,,} \end{aligned}$$

и условно-минимальные затраты в ТЭБ в размере $Z^{\min} = b_0 = 34,0$ млн. руб. Условно-максимальные затраты в ТЭБ имеют место в точке A , где $Z^{\max} = a_0 = 100,0$ млн. руб. при нулевых количествах межрайонных видов топлива в ТЭБ ($x_1, x_2 = 0$). Если начало координат перенести в точку B , то получим ЭЭХ $Z = f(\bar{x}_j)$.

На рис. 2 нанесены также изолинии $\varepsilon_i = \text{const}$ характеристик оценок топлива $\varepsilon_i = f(x_j)$.

Реально возможная область оптимальных состояний ТЭБ характеризуется площадью, которая ограничена на рис. 1 кривыми $x_1, x_2 = 0$ и $\varepsilon_1, \varepsilon_2 = 0$, а на рис. 2 осями координат $x_1, x_2 = 0$ и изолиниями $\varepsilon_1, \varepsilon_2 = 0$.

Соответствующая ЭЭХ расходная характеристика ТЭБ представлена на рис. 3 и 4. Коэффициенты РХ, определенные по (4), (5) и (9), имеют следующие численные значения:

$$\begin{aligned} b_{11} &= 2,00 \text{ млн. т}^2 \text{ у. т./руб.} \\ b_{22} &= 2,28 \quad \text{,,} \quad \text{,,} \\ b_{12} &= -1,60 \quad \text{,,} \quad \text{,,} \\ b_1 &= -8,00 \text{ млн. т у. т.} \\ b_2 &= -3,60 \quad \text{,,} \quad \text{,,} \\ b_0 &= 34,00 \text{ млн. руб.} \end{aligned}$$

На рис. 3 расходная характеристика ТЭБ представлена также поверхностью второго порядка в системе координат $\varepsilon_1, \varepsilon_2, Z$, а на рис. 4 в системе координат $\varepsilon_1, \varepsilon_2$ семейством изолиний $Z = \text{const}$ второго порядка с центром в начале координат в точке B , в которой затраты на ТЭБ условно-минимальны.

На этот же рис. 4 нанесены изолинии $x_j = \text{const}$ характеристик оптимальных количеств видов топлива $x_j = f(\varepsilon_i)$.

Реально возможная область оптимальных состояний ТЭБ характеризуется площадью, которая ограничена на рис. 3 кривыми $\varepsilon_1, \varepsilon_2 = 0$ и $x_1, x_2 = 0$, а на рис. 4 осями координат $\varepsilon_1, \varepsilon_2 = 0$ и изолиниями

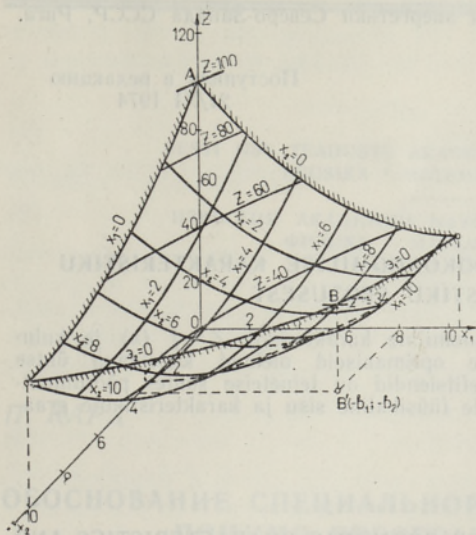


Рис. 1. Энергоэкономическая характеристика ТЭБ района, $Z = f(x_1, x_2)$.

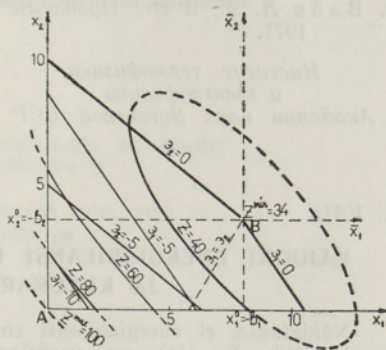


Рис. 2. Энергоэкономическая характеристика ТЭБ $Z = f(x_j)$ и характеристики оценок видов топлива $\vartheta_i = f(x_j)$.

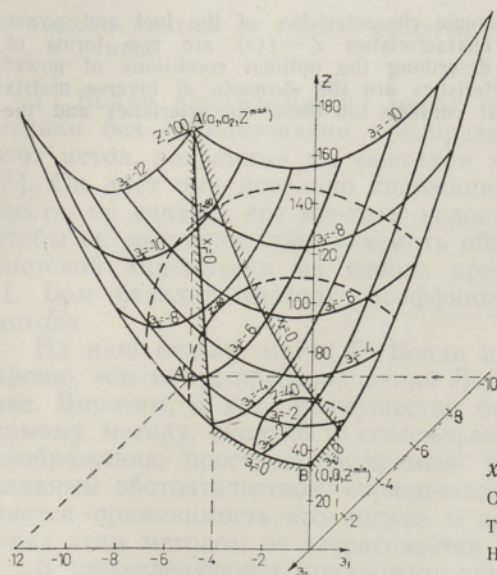


Рис. 3. Расходная характеристика ТЭБ района, $Z = f(\vartheta_1, \vartheta_2)$.

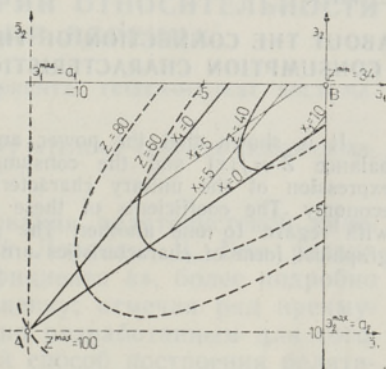


Рис. 4. Расходная характеристика ТЭБ $Z = f(\vartheta_i)$ и характеристики оптимальных количеств видов топлива $x_j = f(\vartheta_i)$.

$x_1, x_2 = 0$. Пересечение последних определяет точку А, в которой затраты в ТЭБ условно-максимальны. Координаты этой точки

$$\vartheta_1^{\max} = a_1 = -12 \text{ руб./т у. т.}$$

$$\vartheta_2^{\max} = a_2 = -10 \text{ ,,}$$

определяют условно-максимальные оценки 1-го и 2-го видов топлива. Перенесение начала координат из точки В в точку А дает $\bar{P}X Z = f(\bar{\vartheta}_i)$.

ЛИТЕРАТУРА

1. Вайк Л. Э., Методы определения энергоэкономической характеристики эффективности видов топлива экономических районов и оптимального распределения эффективных видов топлива между экономическими районами, Тбилиси, 1970.

2. Вайк Л. Э., В сб.: Проблемы развития энергетики Северо-Запада СССР, Рига, 1971.

Институт термofизики
и электрофизики
Академии наук Эстонской ССР

Поступила в редакцию
21/XI 1974

L. VAIK

RAJOOINI ENERGIABILANSI ENERGOÖKONOOMILISE KARAKTERISTIKU JA KULUKARAKTERISTIKU SEOTUSEST

Näidatakse, et energiabilansi energoökonomiline karakteristik $Z=f(x)$ ja kulu-
karakteristik $Z=f(\varepsilon)$ on energiamaajanduse optimaalseid olekuid kirjeldava ühtse
karakteristiku kaks väljendusvormi, mille koefitsiendid on teineteise suhtes pöördmaat-
riksi elemendid. Esitatakse nende koefitsientide füüsikaline sisu ja karakteristikute graa-
filine kuju.

L. VAIK

ABOUT THE CONNECTION OF THE POWER ECONOMIC CHARACTERISTICS AND CONSUMPTION CHARACTERISTICS OF THE FUEL AND POWER BALANCE OF THE DISTRICT

It is shown that the power and economic characteristics of the fuel and power
balance $Z=f(x)$ and the consumption characteristics $Z=f(\varepsilon)$ are two forms of
expression of the unitary characteristics describing the optimal conditions of power
economy. The coefficients of these characteristics are the elements of inverse matrix
with regard to one another. The physical contents of these characteristics and the
graphical form of characteristics are given.