

*П. КАРД*

## НОВАЯ МЕТОДИКА ПРЕПОДАВАНИЯ ОСНОВ ТЕОРИИ ОТНОСИТЕЛЬНОСТИ

Развита новая методика преподавания основ специальной теории относительности, использующая в качестве принципиальной методологической предпосылки понятие массы света. Новая методика отличается исключительной простотой и близкой связью с исходными постулатами и фундаментальными выводами теории.

### Введение

В [1] был показан метод обоснования специальной теории относительности помимо преобразований Лоренца. Этот метод имеет не только чисто теоретическое значение. Его простота наводит на мысль об использовании его исходных идей в преподавании. Реализации этой мысли и посвящена настоящая статья. Главной целью развиваемой здесь новой методики является возможно более простое и наглядное, но вместе с тем вполне строгое изложение основ теории относительности. Эта методика уместна и эффективна главным образом в курсе общей физики высшей школы, хотя и в курсе теоретической физики она вправе занять достойное место. Но важнее всего, вероятно, то, что излагаемые по новой методике начала теории относительности, включая выводы и доказательства, оказываются легко доступными и понятными учащимся выпускных классов средней школы, несмотря даже на ограниченность времени, отводимого на эту тему в школьной программе.

К сказанному следует добавить, что новая методика никоим образом не носит частного характера, но связана с самыми фундаментальными методологическими вопросами всей теории относительности. В первую очередь мы имеем здесь в виду закон эквивалентности массы и энергии. Правильная интерпретация этого закона сталкивается нередко с трудностями, корни которых следует искать в недостаточной обоснованности применяемых методических подходов. Наша методика, наоборот, подводит к закону эквивалентности таким образом, что его неправильное понимание исключается почти автоматически.

Новая методика характеризуется следующими двумя главными особенностями.

1. На первое место ставится релятивистская механика. Изложение начинается, минуя кинематику, прямо с динамики, базируемой непосредственно на основных постулатах теории с привлечением фундаментальных положений нерелятивистской механики, сохраняющих силу и в теории относительности. Т. н. кинематические эффекты излагаются во вторую очередь. При этом преобразования Лоренца, образующие в

обычной методике посредствующее звено между основными постулатами теории и всем ее дальнейшим содержанием, вообще не используются. Наоборот, их вывод фигурирует в новой методике как заключительный этап построения релятивистской механики. Такая последовательность изложения выгодна тем, что при необходимости сокращения объема преподаваемого материала (как, например, в средней школе) можно опустить последние разделы без нарушения связности и строгости изложения предшествующих частей. Существенно то, что в новой методике все наиболее важное собрано в начале, а все то, что не имеет самостоятельного первостепенного значения, отодвинуто к концу. При этом нигде не возникает необходимости давать что-либо без вывода; более того, все нужные результаты получаются в новой методике значительно более простыми математическими средствами, чем в традиционном изложении.

2. Вторая особенность состоит в широком и последовательном применении понятий массы и импульса света (излучения). Эти понятия вводятся с самого начала, как естественное обобщение понятий массы и импульса тел (частиц). Отсюда мы получаем плодотворную возможность применять законы сохранения массы и импульса в процессах испускания и поглощения света. Привлекая к описанию этих процессов также основные постулаты теории относительности, мы легко и естественно приходим к основным соотношениям релятивистской динамики.

В нижеследующем дана краткая методическая характеристика узловых тем курса основ теории относительности, излагаемых в рекомендуемой нами последовательности.

### Понятия массы и импульса света (излучения)

Курс начинается, еще до постановки проблемы относительности и формулировки основных постулатов теории относительности, с введения понятий массы и импульса света.

Понятие импульса света обосновывается в рамках закона сохранения импульса давлением света, рассматриваемым как экспериментальный факт. Зависимость давления света от его интенсивности для дальнейших выводов несущественна. Ее можно только упомянуть, но не более того; понятие энергии света вначале вообще не нужно. Далее обосновывается существование инертной массы у света. Для этого рассматривается ускорение внешней силой тела, имеющего наполненную черным излучением полость. Если такое тело с массой оболочки  $M$ , первоначально покоясь, начинает под действием внешней силы  $F$  двигаться с ускорением  $a$ , то

$$F = (M + \mu) a, \quad (1)$$

где

$$\mu = \int \frac{dp}{c}, \quad (2)$$

$a$   $dp$  — импульс какой-либо частицы излучения,  $c$  — скорость света, и интеграл берется по всем частицам излучения. Формула (1) получается совершенно элементарным образом, если учесть, что испущенная стенкой где-либо в начальный момент частица излучения приобретает за время  $\Delta t$ , протекающее до ее поглощения в стенке в другом месте, дополнительную скорость относительно тела, равную  $-a\Delta t$ , и, соответственно, дополнительный импульс  $-\frac{adp\Delta t}{c}$ . Поглощаясь в стенке,

частица излучения передает этот импульс телу. Отсюда видно, что на тело действует интегральная дополнительная сила, равная  $-a \int \frac{dp}{c}$ , что и приводит к формуле (1).

Эту формулу, в соответствии с фундаментальными положениями механики (пока еще нерелятивистской), нельзя истолковать иначе, как приписав излучению инертную массу  $\mu$ . Из формулы (2) ясно, что массу имеет и каждая отдельная частица излучения, а импульс ее равен произведению массы на скорость  $c$ .

Приведенное рассуждение важно в двух отношениях. Во-первых, оно показывает, что понятие массы света не является специфически релятивистским понятием, поскольку мы приходим к нему уже в рамках нерелятивистской механики. Отметим, что использование нерелятивистского уравнения (1) вполне законно, так как мы рассматриваем тело, только лишь начинающее двигаться. Во-вторых, это рассуждение показывает несостоятельность мнения (см. [2, 3]) об отсутствии массы у света. Свет, как мы показали, инертен; он, как и тела, сопротивляется действию сил и может быть ускорен; следовательно, он имеет массу, пропорциональную его импульсу.

В заключение постулируются обобщенные законы сохранения массы и импульса, учитывающие массу и импульс света наряду с массой и импульсом тел.

После этого введения формулируются, как и в обычной методике, основные постулаты теории относительности — со ссылками на опыт Майкельсона и другие экспериментальные факты.

### Релятивистская динамика

Построение релятивистской динамики начинается с вывода зависимости массы тела от его скорости. Вместо указанного в [1] способа методически более удобным (хотя с принципиальной точки зрения не столь простым) представляется следующий. Рассматривается поглощение свободным телом светового потока, падающего на него с определенной массой и импульсом. Законы сохранения массы и импульса, после исключения массы света, в инерциальной системе начального покоя тела дают

$$m_0 = m_{10} \gamma(v) (1 - v/c), \quad (3)$$

а в системе конечного покоя тела

$$m_{10} = m_0 \gamma(v) (1 + v/c), \quad (4)$$

где  $m_0$  — начальная масса покоя тела,  $m_{10}$  — его конечная масса покоя,  $v$  — скорость, с которой тело после поглощения света движется относительно начального покоя, а  $\gamma(v)$  — множитель, на который нужно умножить массу покоя, чтобы получить массу при движении со скоростью  $v$ . Перемножение равенств (3) и (4) дает

$$\gamma(v) = (1 - v^2/c^2)^{-1/2}. \quad (5)$$

Отмечается связь этого результата с законом постоянства скорости света: если заменим в (4)  $c \rightarrow c - v$ , то получим  $\gamma(v) = 1$ . Далее выводится известная формула

$$p^2 = (m^2 - m_0^2) c^2, \quad (6)$$

где  $p$  — импульс тела; показывается применимость этой формулы к свету и заключается, что масса покоя света равна нулю.

Далее формулируется основное уравнение динамики в виде

$$\mathbf{F} = d\mathbf{p}/dt \quad (7)$$

и вычисляется работа силы

$$\mathbf{F}\mathbf{v} dt = \mathbf{v} d\mathbf{p} = \frac{\mathbf{p} d\mathbf{p}}{m} = \frac{c^2 m dm}{m} = c^2 dm. \quad (8)$$

Эта формула дает основание рассматривать кинетическую массу  $m - m_0$  как меру работы и движения и определять релятивистскую кинетическую энергию  $T$  как величину, эквивалентную кинетической массе:

$$T = (m - m_0)c^2. \quad (9)$$

Аналогично, энергия покоя  $E_0$  вводится как величина, эквивалентная (т. е. принципиально тождественная) массе покоя, а полная энергия  $E$  — как величина, эквивалентная (тождественная) полной массе:

$$\begin{aligned} E_0 &= m_0 c^2, \\ E &= m c^2. \end{aligned} \quad (10)$$

Подробнее о введении понятия релятивистской энергии написано в [4, 5].

### Релятивистская кинематика

Релятивистская формула преобразования скорости

$$u' = (u - v) (1 - uv/c^2)^{-1} \quad (11)$$

(в одномерном случае) получается тем же методом, который был применен для вывода зависимости массы от скорости. Разница только в том, что вместо поглощения светового потока в данном теле рассматривается полностью неупругое соударение с ним другого тела, имеющего скорость  $u$  в системе начального покоя и  $u'$  в системе конечного покоя первого тела. Тогда вместо формул (3) и (4) получаются формулы

$$\begin{aligned} m_0 &= m_{10} \gamma(v) (1 - v/u), \\ m_{10} &= m_0 \gamma(v) (1 + v/u'), \end{aligned} \quad (12)$$

из которых следует

$$(1 - v/u) (1 + v/u') = 1 - v^2/c^2. \quad (13)$$

Выражая отсюда  $u'$ , получаем формулу (11).

Чтобы получить формулу преобразования компонентов скорости в общем случае, рассматривается, аналогично предыдущему, одновременное соударение с данным телом двух других тел, имеющих равные массы и падающих на него под углом с одинаковыми скоростями. Тогда, приняв биссектрису этого угла за ось  $x$  и взяв ось  $y$  в плоскости скоростей, для  $x$ -компонента скорости получим тем же методом формулу преобразования такого же вида, как в одномерном случае:

$$u'_x = (u_x - v) (1 - u_x v/c^2)^{-1} \quad (14)$$

и вдобавок формулу

$$\gamma(u') = \gamma(u) \gamma(v) (1 - u_x v/c^2). \quad (15)$$

Обе эти формулы вместе легко приводят к формуле преобразования  $y$ -компонента скорости:

$$u'_y = u_y (1 - v^2/c^2)^{1/2} (1 - u_x v/c^2)^{-1}. \quad (16)$$

Формула такого же вида, понятно, верна и для  $z$ -компонента скорости.

Дополнительно легко показать, что формулы преобразования компонент скорости тела применимы и к скорости света, что дает возможность вывести формулу аберрации света.

Комбинируя формулу зависимости массы от скорости с формулой (15), можно легко вывести формулу преобразования массы тела при переходе из одной инерциальной системы в другую. Эту формулу вместе с формулами преобразования компонент скорости можно вслед за тем использовать для вывода формул преобразования компонент импульса. Нетрудно также убедиться, что все эти формулы применимы также к массе и импульсу света. Все это получается гораздо проще и естественнее, чем на основе четырехмерного формализма.

Вывод кинематических эффектов — сокращения длин и замедления времени — вместе с обоснованием понятия собственного времени тоже не нуждается в преобразованиях Лоренца. Приведем здесь способы, несколько отличные от данных в [1], но использующие те же исходные идеи. Начнем с сокращения длин. Рассматриваем два движущихся со скоростью  $v$  друг относительно друга параллельных стержня таких длин покоя  $l_1$  и  $l_2$ , что световой сигнал, испущенный вдоль стержней в момент совпадения одной пары концов из точки совпадения, приходит к другой паре концов тоже в момент их совпадения. Если  $g(v)$  означает множитель, на который нужно умножить длину покоя, чтобы получить длину при движении со скоростью  $v$ , то, рассматривая процесс в системе покоя первого или второго стержня, находим:

$$l_2 g(v) = l_1 (1 - v/c), \quad (17)$$

$$l_1 g(v) = l_2 (1 + v/c),$$

откуда

$$g(v) = (1 - v^2/c^2)^{1/2}. \quad (18)$$

Здесь интересно сравнить формулы (17) с формулами (3) и (4) и отметить аналогию между выводами формул (5) и (18).

Формула замедления времени получается тоже вполне аналогичным путем. Рассматриваем двое часов, удаляющихся друг от друга вдоль соединяющей их прямой со скоростью  $v$ . Первые часы испускают два мгновенных световых сигнала с промежутком времени между ними  $\tau_1$  (по этим часам самим) или  $\tau_1 k(v)$  (по другим часам); сигналы доходят до других часов с промежутком времени между ними  $\tau_2$  (по этим другим часам самим) или  $\tau_2 k(v)$  (по первым часам). Тогда легко найти соотношения:

$$\tau_1 = \tau_2 k(v) (1 - v/c), \quad (19)$$

$$\tau_2 = \tau_1 k(v) (1 + v/c),$$

откуда

$$k(v) = (1 - v^2/c^2)^{-1/2}. \quad (20)$$

### Заключение

Итак, построение основ релятивистской динамики и кинематики можно считать законченным. Остается вывести еще только преобразования Лоренца, необходимые для дальнейшего изложения теории, в частности — для введения четырехмерного формализма. Преобразования Лоренца выводятся наиболее простым и естественным путем из формул преобразования компонент скорости (14) и (16), если только из соображений симметрии принять  $y' = y$ ,  $z' = z$ .

Четырехмерный формализм и применения в электродинамике и других областях могут излагаться теперь уже обычными, принятыми до сих пор методами. Новая методика эти высшие разделы теории относительности не затрагивает.

Резюмируя, сформулируем два наших главнейших тезиса. Во-первых, еще раз подчеркнем неоченимое эвристическое и методическое значение понятий массы и импульса света. В особенности это относится к понятию массы света. Странно, что некоторые авторы [2, 3] отрицают это понятие; не менее странно и то, когда о массе света говорят как о какой-то ненастоящей, «эффективной» массе [6] или ставят этот термин в кавычки [7]. Мы кладем, наоборот, в основу нашей методики трактовку массы света на совершенно равных основаниях с массой тел. Мы привели в пользу этого воззрения достаточно веские и убедительные аргументы. В конце концов, несомненная ясность и простота новой методики, недостижимая иными способами, сама по себе говорит в пользу нашей трактовки. Мы настаиваем также на том, что это обобщение классического понятия массы должно предшествовать построению теории относительности, а не рассматриваться (да и то лишь в лучшем случае) как один из ее выводов.

Наш второй тезис: новая методика способна положить конец тому незавидному состоянию, в котором находится сейчас преподавание начал теории относительности в средней школе (см. [8]). В самом деле, лучше ничему не учить, чем только декларировать истины, опуская руки в бессилии перед фундаментальными выводами. Но, как мы показали, самые главные положения теории относительности — зависимость массы от скорости и эквивалентность массы и энергии, а также формула сложения скоростей (в одномерном случае) и формулы кинематических эффектов — поддаются строгому обоснованию самими простыми средствами. В таком виде начала теории относительности и могут, и должны преподаваться в средней школе.

#### ЛИТЕРАТУРА

1. Кард П., Изв. АН ЭССР, Физ. Матем., 24, 335 (1975).
2. Угаров В. А., Специальная теория относительности, М., 1969, гл. VII.
3. Угаров В. А., Физика. Сб. научно-методических статей, вып. 2, М., 1972, с. 6—11.
4. Кард П. Г., В кн.: Мат-лы третьего научно-методического семинара преподавателей физики вузов прибалтийских республик, Белорусской ССР и Калининградской области 5—8 июня 1971 г., Вильнюс, 1971, с. 88—91.
5. Кард П. Г., Уч. зап. Тартуск. гос. ун-та, вып. 331, 3—12 (1974).
6. Зелькин Г. Г., Природа, № 11, 69—72 (1960).
7. Фейнман Р., Лейтон Р., Сэндс М., Фейнмановские лекции по физике I, М., 1965, с. 139.
8. Мякишев Г. Я., Буховцев Б. Б., Физика. Учебное пособие для 10 класса средней школы, М., 1973, гл. VIII.

*Тартуский государственный  
университет*

Поступила в редакцию  
24/II 1975

P. KARD

#### RELATIIVSUSTEORIA ALUSTE ÕPETAMISE UUS METOODIKA

Esitav erirelatiivsusteooria aluste õpetamise metoodika põhineb kiirguse massi mõiste laiendusel kasutamisel. Selle mõisteni jõudmiseks vaadeldakse õõnsa keha kiirendamist ning arvestatakse seejuures õõnsust täitva musta kiirguse impulsi olemasolu. Seejärel postuleeritakse massi ja impulsi jäävuse üldistatud seadused, mis arvestavad peale kehade massi ja impulsi ka kiirguse massi ja impulssi. Koos relatiivsusteooria põhipostulaatidega on need eeldused relativistliku mehaanika ülesehitamise lähteks. Alus-

tataakse dünaamikast ja lõpetatakse kinemaatikaga. Kõik relativistlikud põhivõrrandid ja muud seosed saadakse väga lihtsate mõttekäikude varal. Lorentzi teisendusi selleks algul vaja ei ole, küll aga on neid võimalik saada teiste tulemuste hulgas lõpus. Uus meetodika on eriti efektiivne keskkooliõpetuses, aga temast on palju kasu ka kõrgemas koolis, eriti üldfüüsikakursuse puhul.

P. KARD

### EINE NEUE UNTERRICHTSMETHODIK IN DEN GRUNDLAGEN DER RELATIVITÄTSTHEORIE

In den Grundlagen der speziellen Relativitätstheorie wird eine neue Unterrichtsmethodik ausgearbeitet, die sich weitgehend auf den Begriff der Masse der Strahlung stützt. Man gelangt zu diesem Begriffe am besten, indem man die Beschleunigung eines mit schwarzer Strahlung gefüllten Hohlkörpers betrachtet und dabei die Existenz vom Impuls der Strahlung berücksichtigt. Hiernach erweitert man die mechanischen Erhaltungsgesetze für Masse und Impuls dadurch, daß man neben der Masse und dem Impulse der Körper auch die Masse und den Impuls der Strahlung in Betracht zieht. Neben den beiden Grundprinzipien der Relativitätstheorie genügen nun diese Voraussetzungen, um alle relativistischen Grundgleichungen und andere Formeln auf sehr einfachen Gedankenwegen zu ermitteln. Man fängt dabei mit der Dynamik an und endet mit der Kinematik. Der Lorentz-Transformationen bedarf man nicht, kann sie aber am Ende ebenso leicht in der Reihe anderer Ergebnisse folgern. Die neue Methodik eignet sich besonders gut für den Unterricht in der Mittelschule und im ersten Lehrzyklus der Hochschule.