

Я. МЕТСАВЕЭР

УДК 533.6.013.42

УТОЧНЕНИЕ МЕТОДА ВЫЧИСЛЕНИЯ ЭХО-СИГНАЛА ОТ УПРУГОЙ СФЕРИЧЕСКОЙ ОБОЛОЧКИ В ЖИДКОСТИ

J. METSAVEER. TÄPSUSTATUD MEETOD VEDELIKUS OLEVALT ELASTSELT SFAÄRILISELT KOORIKULT SAABUVA KÄJASIGNAALI ARVUTAMISEKS

J. METSAVEER. ON MORE EXACT METHOD OF CALCULATION OF ECHO-SIGNAL FROM AN ELASTIC SPHERICAL SHELL IN FLUID

Рассматривается способ уточнения метода вычисления эхо-сигнала, вызванного в безграничной идеальной сжимаемой жидкости действием зондирующего синусоидального импульса конечной длины, от упругой сферической оболочки.

Предложенный автором в работах [1-3] метод позволяет вычислить эхо-сигнал в виде суммы последовательностей эхо-импульсов, причем последние в последовательностях подобны зондирующему импульсу и отличаются от него лишь амплитудами, фазами и временами прибытия в точку наблюдения. Для эхо-импульсов изгибной моды такое ограничение является неточным, так как в процессе образования эхо-импульсов их форма также изменяется. В данной работе предлагается уточненный метод вычисления эхо-сигнала, который учитывает и изменения формы эхо-импульсов. Для простоты выкладок ограничимся только эхо-сигналом в точке расположения источника зондирующего импульса.

Пусть на сферическую оболочку падает зондирующий импульс

$$p_i = A_0 r^{-1} \exp[i\omega_0(r - ct)c^{-1}][H(ct - r + ct_p) - H(ct - r - ct_p)], \quad (1)$$

где A_0 — постоянная, определяющая амплитуду зондирующего импульса; r — расстояние до центра источника; ω_0 , $2t_p$ — частота и продолжительность зондирующего импульса; c — скорость звука в жидкости; t — время; H — единичная функция Хевисайда.

Эхо-сигнал такого зондирующего импульса от упругой сферической оболочки в точке источника может быть представлен суммой [2, 3]

$$p_e = -\frac{A_0}{2Rr_0^2} [p_0(\tau) + \sum_{s=1}^{\infty} \sum_{m=0}^{\infty} p_{sm}(\tau)], \quad (2)$$

где R — радиус оболочки; r_0 — расстояние от источника до центра оболочки, измеряемое в радиусах R оболочки; $p_0(\tau)$ — отраженный эхо-импульс; $p_{sm}(\tau)$ — эхо-импульс, излученный группой волн моды s при m -м пробеге в оболочке или вокруг нее [2]. На основе результатов работы [3] отраженный эхо-импульс определяется следующим образом:

$$p_0(\tau) = b_0[H(\tau_0 + \tau_p) - H(\tau_0 - \tau_p)], \quad (3)$$

где

$$b_0 = G_0(x_0) \exp[ix_0(2r_0 - 2 - \tau)]; \quad \tau_0 = 2(r_0 - 1) + [d \arg G_0(x)/dx]_{x=x_0}; \quad (4)$$

$$G_0(x) = [F_2 F_1^{-1}]_{\mu=-1/2}; \quad x_0 = \frac{\omega_0 R}{c}; \quad \tau = \frac{ct}{R}; \quad \tau_p = \frac{ct_p}{R}.$$

Функции F_1, F_2 в (4) вычисляются либо по формулам (2.14) работы [3], либо как F_0, F_p по формулам (2.12) работы [1].

Выражение для излученного эхо-импульса может быть представлено интегралом [2, 3]

$$p_{sm}(\tau) = \int_{-\infty}^{\infty} g(x) \exp[\alpha_{sm}(x) + i\beta_{sm}(x) - ix\tau] dx, \quad (5)$$

где $g(x)$ — спектральная плотность зондирующего импульса; $\alpha_{sm}(x), \beta_{sm}(x)$ — вещественные функции от x , причем

$$\alpha_{sm}(x) = \ln |G(x)| - \varphi \operatorname{Im} \mu_s, \quad \beta_{sm}(x) = 2r_0 x + \gamma_{sm}(x). \quad (6)$$

Здесь

$$G(x) = 4\pi z_s \left[\frac{F_2}{\partial F_1 / \partial \mu} \right]_{\mu=\mu_s}; \quad \varphi = 2 \operatorname{Re}(\arccos z_s) + (2m+1)\pi; \quad (7)$$

$$\gamma_{sm}(x) = \arg G(x) + x(\varphi \operatorname{Re} z_s - 2 \operatorname{Re} \sqrt{1 - z_s^2}) - m\pi; \quad z_s = (\mu_s + 1/2)/x;$$

μ_s — комплексные числа ($s = 1, 2, \dots$), которые определяют расположение полюсов на комплексной плоскости преобразования Зоммерфельда—Ватсона и являются решениями уравнения $F_1 = 0$. На рис. 1 представлены функции $\alpha_{20}(x), \gamma_{20}(x)$ изгибной моды ($s = 2$) при $m = 0$ для алюминиевой оболочки, имеющей относительную толщину $h/R = 0,03$ (h — толщина оболочки).

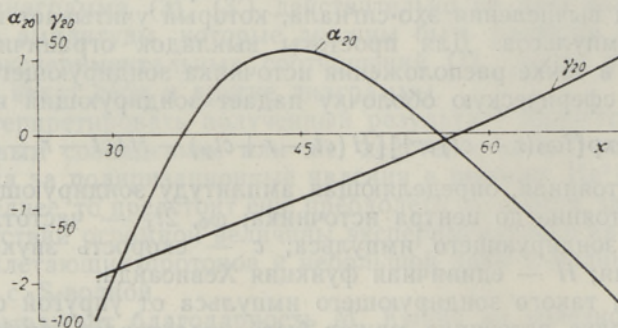


Рис. 1.

Для обращения интеграла (5) заменим функции $\alpha_{sm}(x), \beta_{sm}(x)$ их приближенными выражениями. В нулевом приближении воспользуемся аппроксимацией

$$\alpha_{sm}(x) \approx \alpha_0, \quad \beta_{sm}(x) \approx \beta_0 + \beta_1(x - x_0). \quad (8)$$

Коэффициенты $\alpha_0, \beta_0, \beta_1$ в (8) могут быть определены или как коэффи-

циенты разложения функций $\alpha_{sm}(x)$, $\beta_{sm}(x)$ в ряд Тейлора при $x = x_0$, или на основе какой-либо другой аппроксимации. Обращение интеграла (5) с учетом разложения (8) соответствует обращению в работах [2, 3] и определяет эхо-импульсы в виде

$$p_{sm}(\tau) = b_{sm}[H(\tau_{sm} + \tau_p) - H(\tau_{sm} - \tau_p)], \quad (9)$$

где

$$b_{sm} = \exp[\alpha_0 + i(\beta_0 - x_0\tau)]; \quad \tau_{sm} = \tau - \beta_1. \quad (10)$$

Для более точного обращения интеграла (5) воспользуемся аппроксимацией

$$\alpha_{sm}(x) \approx \alpha_0 + \alpha_1(x - x_0) - \alpha_2(x - x_0)^2, \quad (11)$$

а $\beta_{sm}(x)$ аппроксимируем согласно (8). Для обращения интеграла (5) с учетом (11) вычислим сначала интеграл

$$\tilde{f}(\tau) = \int_{-\infty}^{\infty} \exp(\alpha_1\xi - \alpha_2\xi^2 - i\tau\xi) d\xi, \quad (12)$$

который после интегрирования равен

$$\tilde{f}(\tau) = \sqrt{\frac{\pi}{\alpha_2}} \exp\left[-\frac{(\tau + i\alpha_1)^2}{4\alpha_2}\right]. \quad (13)$$

Выражение для излученного эхо-импульса, определенное интегралом (5), вычисляется по теореме свертки. С учетом (9) и (13) оно имеет вид

$$p_{sm}(\tau) = \frac{1}{2} b_{sm}[\Phi(y_{sm} + y_p) - \Phi(y_{sm} - y_p)], \quad (14)$$

где

$$y_{sm} = \frac{\tau_{sm} + i\alpha_1}{2\sqrt{\alpha_2}}; \quad y_p = \frac{\tau_p}{2\sqrt{\alpha_2}}, \quad (15)$$

а интеграл вероятности

$$\Phi(y) = \frac{2}{\sqrt{\pi}} \int_0^y e^{-u^2} du. \quad (16)$$

На рис. 2 приведены огибающие первого эхо-импульса, излученного группой волн изгибной моды, от алюминиевой оболочки толщиной

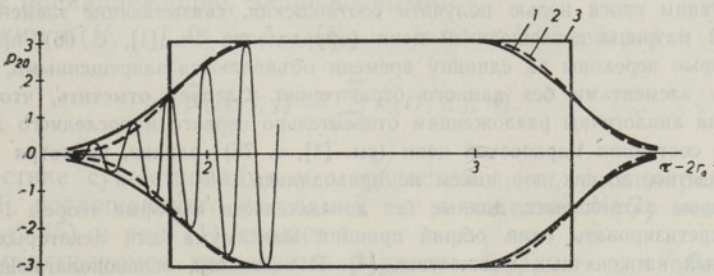


Рис. 2.

$h/R = 0,03$ при $x_0 = 45$, $\tau_p = 0,75$. Огибающие эхо-импульса (кривые 1—3) вычислены соответственно путем численного интегрирования интеграла (5) (кривая 1), по формуле (14) (кривая 2), по формуле (9)

(кривая 3). При вычислении эхо-импульса по формулам (9) и (14) приняты значения $\alpha_0 = 1,12$; $\alpha_1 = 0,01$; $\alpha_2 = 0,012$; $\beta_0 = -35,0$ и $\beta_1 = 2,62$.

ЛИТЕРАТУРА

1. Метсавээр Я., Изв. АН ЭССР, Физ. Матем., 19, 415 (1970).
2. Метсавээр Я., Изв. АН ЭССР, Физ. Матем., 20, 295 (1971).
3. Метсавээр Я. А., Алгоритм вычисления эхо-сигналов от упругой сферической оболочки в жидкости путем суммирования отдельных групп бегущих волн. Препринт № 3 Ин-та киберн. АН ЭССР, Таллин, 1971.

Институт кибернетики
Академии наук Эстонской ССР

Поступила в редакцию
21/XII 1971

EESTI NSV TEADUSTE AKADEEMIA TOIMETISED. 21. KÕIDE
FÜSIKA * МАТЕМАТИКА. 1972, NR. 3

ИЗВЕСТИЯ АКАДЕМИИ НАУК ЭСТОНСКОЙ ССР. ТОМ 21
ФИЗИКА * МАТЕМАТИКА. 1972, № 3

УДК 519.217

И. МУЛЛАТ

ОБ ОДНОМ КЛАССЕ ПОГЛОЩАЮЩИХ ЦЕПЕЙ МАРКОВА

I. MULLAT. ÜHESIT NEELAVATE MARKOVI AHELATE KLASSIST

I. MULLAT. ON AN ABSORBING CLASS OF MARKOV CHAINS

В настоящей заметке рассматриваются однородные цепи Маркова с конечным числом состояний n и дискретным временем.

Мы ставим своей целью получить соотношения, связывающие элементы фундаментальной матрицы поглощающей цепи (определение см. [1], с. 66); при условии, что некоторые переходы за единицу времени объявляются запрещенными, с соответствующими элементами без данного ограничения. Следует отметить, что подобные соотношения аналогичны разложениям относительно первого и последнего достижения некоторого состояния марковской цепи (см. [2], с. 75), однако, несмотря на их очевидное сходство, до сих пор никем не приводились.

Указанные соотношения, данные без доказательств в форме теорем 1—4, позволяют конкретизировать один общий принцип максимума для некоторых функций, определенных на конечных множествах [3]. В частности, основополагающим моментом конструкции в [3] являются требования, налагаемые на функции в виде приведенных ниже неравенств.

Использование теорем 1—4 явилось основой для созданного в вычислительном центре Таллинского политехнического института эффективного алгоритма решения задачи классификации в распознавании образов. Алгоритм позволил повысить качество и скорость решения задач на ЭВМ по сравнению с употребляемыми в настоящее время алгоритмами.