

В. САРВ

МОДЕЛИРОВАНИЕ УПРАВЛЯЕМЫХ МАГНИТНЫХ ПРЕОБРАЗОВАТЕЛЕЙ ДИОДНЫМИ СХЕМАМИ

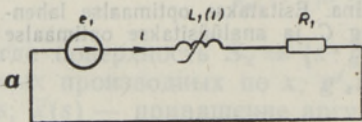
Анализ и синтез электрических цепей из активных сопротивлений осуществлять проще, чем цепей, состоящих из индуктивностей и емкостей, так как вследствие ненакопления энергии в элементах цепи электромагнитные процессы можно описывать алгебраическими уравнениями. Это преимущество особенно ощутимо в случае нелинейных цепей.

К тому же теория нелинейных омических цепей и соответствующих преобразователей более развита по сравнению с теорией нелинейных индуктивных и емкостных цепей и преобразователей. Поэтому в целях облегчения анализа и синтеза представляет практический интерес приведение цепей с нелинейными индуктивностями или емкостями к эквивалентным (естественно, в каком-то ограниченном смысле) омическим цепям.

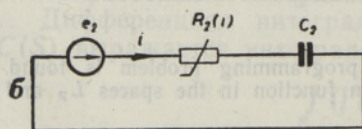
В данной статье мы ограничиваемся рассмотрением нелинейных индуктивных цепей, соответствующих симметричным управляемым преобразователям параметров электроэнергии. Рассматривается приведение, обеспечивающее неизменность графа и токораспределения исходной схемы.

Принцип приведения цепей с нелинейными индуктивностями к цепям с нелинейными сопротивлениями

Рассмотрим простую последовательную цепь (рис. 1, а) из нелинейной индуктивности $L_1 = L_1(i)$, сопротивления $R_1 = \text{const}$ и источника периодической э. д. с. $e_1(t)$ с периодом T . Ток $i(t)$ в цепи определен дифференциальным уравнением



$$L_1(i) \frac{di}{dt} + R_1 i = e_1(t). \quad (1)$$



С точки зрения решения уравнения (1), электрическую цепь, изображенную на рис. 1, а, можно рассматривать как простое устройство, решающее в процессе своей работы уравнение (1).

Рис. 1.

Если мы преобразуем каким-либо образом уравнение (1), не заменяя при этом искомой функции $i(t)$, то решением преобразованного уравнения по-прежнему будет ток $i(t)$ в исходной цепи рис. 1, а. Поэтому цепь рис. 1, а можно использовать в качестве модели и для решения преобразованного уравнения, которому непосредственно будет соответствовать уже какая-то другая конкретная электрическая цепь. Например, умножение уравнения (1) на постоянную A не изменяет решения, но в электрической цепи, соответствующей новому виду уравнения, э. д. с., индуктивность и сопротивление будут в A раз увеличены.

Преобразуем уравнение (1) интегрированием и умножением обеих сторон на $2\pi/T = \omega$, тогда

$$\omega L_1(i) i + \omega R_1 \int i dt = \omega \int e_1(t) dt = e_2(t). \quad (2)$$

Так как умножение на постоянную и интегрирование по времени являются операторами Кирхгофа [1], то и (2) можно считать выражением второго закона Кирхгофа, но уже для видоизмененного контура с новыми элементами. Имея в виду размерность коэффициентов в уравнении (2), обозначим

$$\omega L_1(i) = R_2(i), \quad \omega R_1 = \frac{1}{C_2}, \quad (3)$$

тогда вместо (2) будем иметь

$$R_2(i) i + \frac{1}{C_2} \int i dt = e_2(t). \quad (4)$$

В уравнениях (2) и (4) все члены имеют размерность напряжения. Эти уравнения можно толковать как второй закон Кирхгофа для какой-то цепи, эквивалентной цепи рис. 1, а в смысле идентичности тока.

Нетрудно увидеть, что в данном случае уравнению (4) соответствует эквивалентная цепь, представленная на рис. 1, б. Здесь по сравнению с исходной цепью рис. 1, а нелинейная индуктивность L_1 с вебер-амперной характеристикой $\psi_{L_1} = f(i)$ заменена нелинейным сопротивлением R_2 с вольт-амперной характеристикой $u_{R_2} = \omega \psi_{L_1} = \omega f(i)$, а линейное сопротивление R_1 заменено линейной емкостью $C_2 = 1/\omega R_1$.

Естественно, в случае более сложных цепей такие замены нужно провести для всех индуктивностей и сопротивлений исходной цепи.

Далее, так как от уравнения (4) путем его дифференцирования и деления на ω можно перейти к уравнению (1), то к нелинейным омическим цепям можно привести и нелинейные емкостные цепи.

Приведение элементарного звена магнитных преобразователей

Основным преобразовательным элементом в схемах управляемых магнитных умножителей частоты (МУЧ) и магнитных усилителей (МУ) является поляризованная нелинейная индуктивность $L_{нл}$, вебер-амперная характеристика которой зачастую имеет прямоугольный вид. Такая характеристика с достаточной точностью может быть аппроксимирована тремя отрезками прямых. Это, в свою очередь, позволяет заменить нелинейную индуктивность $L_{нл}$ последовательно-параллельной схемой замещения из двух линейных индуктивностей L_K и L_d и одной нелинейной индуктивности K , имеющей идеально прямоугольную характеристику [2, 3]. В дальнейшем идеальную нелинейную индуктивность K будем называть магнитным ключом, так как она выполняет в схеме функцию включения и выключения ветви.

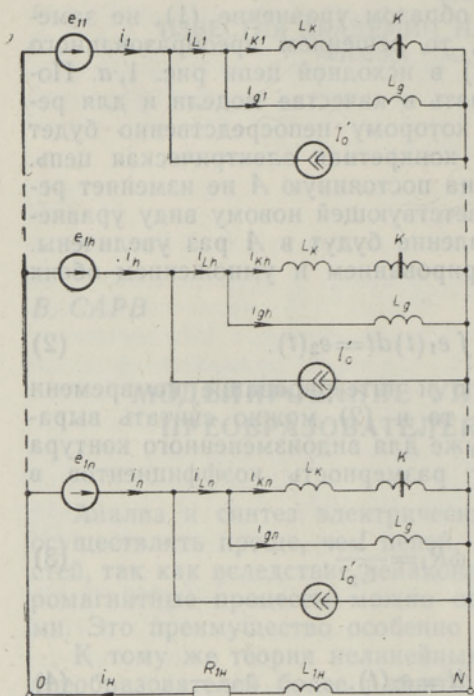


Рис. 2.

В схемах преобразователей нелинейные индуктивности работают в качестве модуляторов и обыкновенно соединены последовательно с фазными питающими э. д. с. Для управления модуляцией параллельно нелинейным индуктивностям могут быть подсоединены источники тока I'_0 . В целом схему замещения элементарного звена многих МУЧ и МУ можно представить в виде, данном на рис. 2 [4], где R_{1h} и L_{1h} являются сопротивлением и индуктивностью нагрузки, а система синусоидальных э. д. с. $e_{11}, e_{12}, \dots, e_{1n}$ является симметричной.

Элементарное звено МУ получим при $n = 1$, т. е. МУ можно рассматривать как частный случай МУЧ. Схемы более совершенных МУ и МУЧ часто являются последовательным, параллельным или более сложным сочетанием нескольких элементарных схем рис. 2 [5, 6].

Процессы в схеме рис. 2 описываются следующей системой уравнений:

$$i_1 + I'_0 - i_{K1} - i_{d1} = 0, \quad (5)$$

$$\sum_{h=1}^n i_h - i_n = 0, \quad (6)$$

$$(L_K + K) \frac{di_{K1}}{dt} + L_{1n} \frac{di_n}{dt} + R_{1n} i_n = e_{11}, \quad (7)$$

$$(L_K + K) \frac{di_{K1}}{dt} - L_d \frac{di_{d1}}{dt} = 0, \quad (8)$$

$$i_h(t) = i_{h-1} \left(t - \frac{1}{n} T \right) = i_1 \left(t - \frac{h-1}{n} T \right). \quad (9)$$

Так как приведение схемы рис. 2 происходит с сохранением графа и токораспределения, то уравнения (5), (6) и (9) остаются в силе и для искомой приведенной схемы.

Аналогично преобразованию уравнения (1) проинтегрируем и умножим на угловую частоту ω уравнения (7) и (8). Тогда, после введения следующих обозначений:

$$\left. \begin{aligned} \omega L_K &= R_K, & \omega L_d &= R_d, & \omega K &= K_R, \\ \omega L_{1n} &= R_{2n}, & \omega R_{1n} &= \frac{1}{C_{2n}}, \\ \{\omega \int e_{1h} dt\}_{h=1, \dots, n} &= \{e_{2h}\}_{h=1, \dots, n}, \end{aligned} \right\} \quad (10)$$

уравнениям (7) и (8) исходной схемы будут соответствовать в случае приведенной схемы уравнения

$$(R_K + K_R) i_{K1} + R_{2H} i_H + \frac{1}{C_{2H}} \int i_H dt = e_{21}, \quad (11)$$

$$(R_K + K_R) i_{K1} - R_D i_{д1} = 0. \quad (12)$$

Приведенная схема элементарного звена управляемых магнитных преобразователей, соответствующая уравнениям (5), (6), (9), (11) и (12), представлена на рис. 3, а. Здесь нелинейное сопротивление K_R с симметричной прямоугольной вольт-амперной характеристикой изображено в виде последовательно-встречного соединения двух стабилитронов, позволяющих практически реализовать такую характеристику.

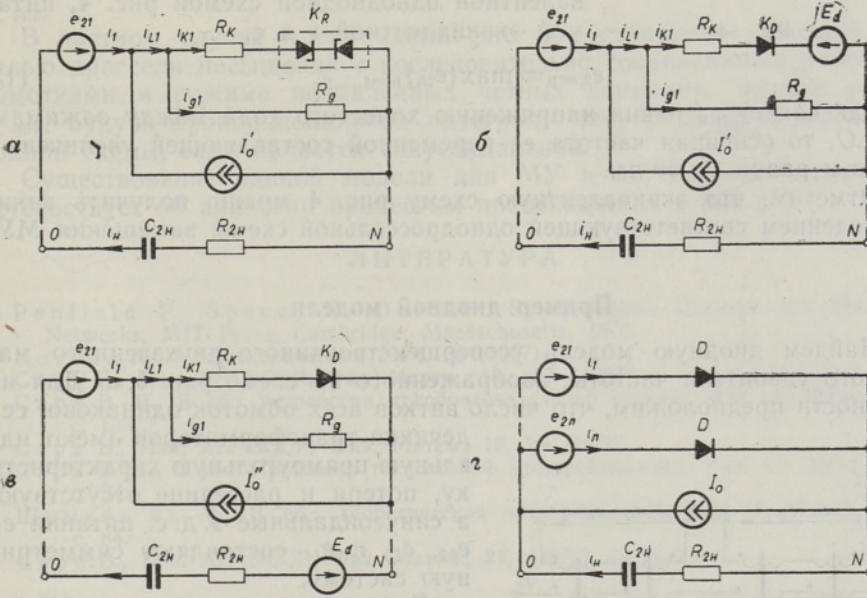


Рис. 3.

В схеме рис. 3, а уже отсутствуют нелинейные реактивные элементы, но для ее практического применения целесообразны упрощающие преобразования, показанные на рис. 3, б, в, и г. Преобразование схемы рис. 3, а в схему рис. 3, б основывается на том, что в схеме рис. 2 $i_{K1} \geq 0$ [4], а идеальный диод K_D и постоянная э. д. с. E_d реализуют рабочую область нелинейной вольт-амперной характеристики K_R . При преобразовании схемы рис. 3, б в схему рис. 3, в применены 1) правило переноса источника э. д. с., 2) замена перенесенной в ветвь R_D э. д. с. E_d эквивалентным источником тока $I_D = E_d/R_D$ и 3) новое обозначение $I''_0 = I'_0 - I_D$.

Учитывая еще, что $R_K \ll R_{лв}$, а R_D относительно велико, можно считать R_K и R_D выполняющими роль соответственно прямого и обратного сопротивлений какого-то реального диода D . Кроме того, без изменения токов в нагрузке и в преобразовательных элементах можно n источников тока I''_0 заменить одним источником тока $I_0 = nI''_0$, соединенным параллельно ветви нагрузки. Наконец, в схеме рис. 3, в постоянная э. д. с. E_d , включенная последовательно с емкостью C_{2H} , не влияет на токораспределение установившегося режима и ее можно исключить из схемы. Напряжение $u_{NO}(t)$ после удаления источника э. д. с.

E_d не изменяется, так как в напряжении на конденсаторе появляется постоянная составляющая $U_{C0} = E_d$. В итоге перечисленные изменения в схеме рис. 3, в приводят к удобной для анализа схеме рис. 3, г.

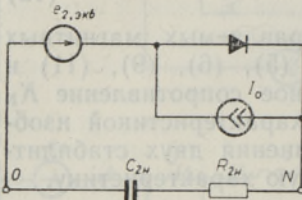


Рис. 4.

Существенно, что приведение нелинейных индуктивных схем к эквивалентным диодным схемам позволяет воспользоваться результатами, достигнутыми в теории выпрямителей. Например, аналогично [7] n -фазная выпрямительная цепь рис. 3, г в режиме работы без перекрытия фаз может быть заменена эквивалентной однодиодной схемой рис. 4, питаемой эквивалентной э. д. с.

$$e_{2, экв} = \max \{e_{2h}\}_{h=1, \dots, n}. \tag{13}$$

Так как $e_{2, экв}$ равна напряжению холостого хода между зажимами N и O , то основная частота ее переменной составляющей увеличена в n раз и равна $\omega_n = n\omega$.

Отметим, что эквивалентную схему рис. 4 можно получить также приведением соответствующей однодроссельной схемы замещения МУЧ [4].

Пример диодной модели

Найдем диодную модель усовершенствованного двухзвенного магнитного удвоителя частоты, изображенного на схеме рис. 5, а. Для наглядности предположим, что число витков всех обмоток одинаково, сердечники трансформаторов имеют идеальную прямоугольную характеристику, потери и рассеяние отсутствуют, а синусоидальные э. д. с. питания e_{11} , e_{12} , e_{13} и e_{14} составляют симметричную систему.

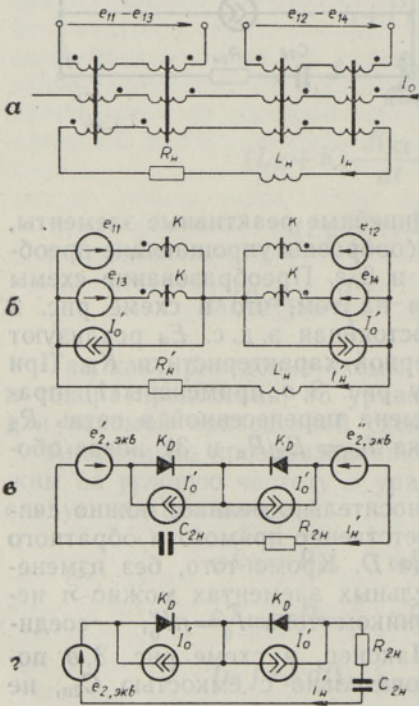


Рис. 5.

В этом случае на основе [4] можем перейти к бестрансформаторной схеме рис. 5, б с четырьмя магнитными ключами K , где из-за равенства числа витков всех обмоток $i'_{H} = 2i_H$ и $I'_0 = 2I_0$. Заменяя теперь согласно вышеизложенному магнитные ключи идеальными диодами K_D , сопротивление $R'_H = R_H/4$ — емкостью $C_{2H} = 1/\omega R'_H$, индуктивность $L'_H = L_H/4$ — сопротивлением $R_{2H} = \omega L'_H$, а приведенные э. д. с. звеньев по (13) — эквивалентными э. д. с. $e'_{2, экв}$ и $e''_{2, экв}$ получим схему рис. 5, в. После сложения эквивалентных э. д. с. двух звеньев в итоге получим простую диодную модель рис. 5, г, где $e_{2, экв} = e'_{2, экв} - e''_{2, экв}$.

На основе полученной модели ясно видно, что при заданном токе подмагничивания I_0 изменение тока нагрузки i_H возможно только в пределах

$$I_0 \geq i_H \geq -I_0. \tag{14}$$

Поэтому при достаточно малом сопротивлении нагрузки ток нагрузки имеет прямоугольную форму с амплитудой I_0 независимо от конкретной формы э. д. с. в схеме 5, г. В рассмотренном примере удвоителя частоты э. д. с. $e_{2, экв}$ является несинусоидальной и содержит гармоники с порядковым номером $2(2m - 1)$, где m — целое число.

Важно подчеркнуть, что диодная модель рис. 5, г соответствует не только двухзвенным удвоителям частоты, но умножителям частоты любой кратности, состоящим из двух последовательных звеньев рис. 2. От кратности умножения зависит только гармонический состав э. д. с. $e_{2, экв}$.

В частном случае $n = 1$ схема рис. 5, г становится диодной моделью дросселя насыщения с последовательно соединенными рабочими обмотками в режиме подавленных четных гармоник, причем э. д. с. $e_{2, экв}$, будучи пропорциональной интегралу синусоидальной э. д. с. исходной схемы, сама является синусоидальной.

Существование единой модели для МУ и МУЧ убедительно свидетельствует об аналогии процессов, происходящих в них [8].

ЛИТЕРАТУРА

1. Penfield P., Spence R., Duinker S., Tellegen's Theorem and Electrical Networks, MIT Press, Cambridge, Massachusetts, 1970.
2. Котов В. Л. Ф., Электричество, № 4, 88 (1967).
3. Сарв В., Изв. АН ЭССР, Физ. Матем., 16, 357 (1967).
4. Сарв В. В., В сб.: Устройства преобразовательной техники, вып. 3, Киев, 1969, с. 133.
5. Сарв В., Изв. АН ЭССР, Физ. Матем., 19, 94 (1970).
6. Сарв В. В., В сб.: Проблемы технической электродинамики, вып. 19, Киев, 1969, с. 24.
7. Шумков Ю. М., В сб.: Теоретическая электротехника, вып. 1, Львов, 1966, с. 84.
8. Сарв В., Изв. АН ЭССР, Физ. Матем., 21, (1972) (в печати).

Институт термофизики и электрофизики
Академии наук Эстонской ССР

Поступила в редакцию
24/XII 1971

V. SARV

JUHITAVATE MAGNETMUUNDURITE MODELLEERIMINE DIODSKEEMIDEGA

Esitatakse meetod ebalineaarsete induktiivsete või mahtuvuslike elektrihaelate voolu- jaotuse modelleerimiseks ebalineaarsete takistuslike elektrihaelate abil. Näidatakse, et juhitavate magnetmuundurite korral vastavad lähteskeemi magnetlülititele mudelis diodid. Meetodit illustreeritakse kaheelemendilise magnetsageduskordisti diodmudeli moodustamisega.

V. SARV

SIMULATION OF CONTROLLABLE MAGNETIC CONVERTERS BY THE USE OF DIODES

A method for simulation of the current distribution in nonlinear inductive or capacitive networks by means of an equivalent network containing nonlinear resistances is presented. In the case of controllable magnetic converters, such as transducers and frequency multipliers, it is necessary to replace magnetic switches by diodes and the load resistance by a corresponding capacitance. The graphs of the original network and of its model are identical. The presented simulation method is illustrated by deriving a diode model for a four-core frequency doubler.