EESTI NSV TEADUSTE AKADEEMIA TOIMETISED. XVIII KÖIDE
FÜÜSIKA * MATEMAATIKA. 1969, NR. 3

ИЗВЕСТИЯ АКАДЕМИИ НАУК ЭСТОНСКОЙ ССР. ТОМ XVIII
ФИЗИКА * МАТЕМАТИКА. 1969, № 3

https://doi.org/10.3176/phys.math.1969.3.11

Ф. ФРИШМАН

РАСЧЕТ СИСТЕМЫ ИЗ ДВУХ ТУРБУЛЕНТНЫХ ЗАТОПЛЕННЫХ СТРУЙ, ВЫТЕКАЮЩИХ ИЗ ПРЯМОУГОЛЬНЫХ СОПЕЛ С ПАРАЛЛЕЛЬНЫМИ ОСЯМИ

В работах [1, 2] приведены результаты исследования взаимодействия двух турбулентных струй одинакового размера, вытекающих из прямоугольных сопел с параллельными осями. Исследования показали, что, учитывая особенности развития каждой отдельной струи в системе, связанные с искривлением осей и соударением, можно с достаточной для практических расчетов точностью получить профили полного напора совместного течения суперпозицией профилей взаимодействующих струй. Это позволяет воспользоваться для решения поставленной задачи линеаризацией уравнений пограничного слоя путем сведения их к уравнениям типа теплопроводности.

Таким образом, в качестве исходного уравнения для расчета системы струй используется уравнение типа теплопроводности:

$$\frac{\partial H}{\partial \tau}=\frac{\partial^2 H}{\partial \eta^2}+\frac{\partial^2 H}{\partial z^2}. \tag{1}$$

Здесь H — искомая функция, а τ и η — соответственно преобразованные продольная и поперечная координаты.

Решение этого уравнения при граничных условиях

$$\begin{cases} \eta\to\infty, & H\to 0,\\ z\to\infty, & H\to 0 \end{cases} \tag{2}$$

имеет вид

$$\frac{H}{H_0}=\frac{1}{4\pi\tau}\int_{-\infty}^{\infty}\int_{-\infty}^{\infty} F(\alpha,\nu)\exp\left[-\frac{(\nu-\eta)^2}{4\tau}\right]\exp\left[-\frac{(\alpha-z)^2}{4\tau}\right]d\alpha d\nu. \tag{3}$$

Обозначив через h_0 ординату оси сопла, запишем начальные условия при равномерном начальном профиле, отнеся все линейные размеры к полуширине сопла:

$$\begin{aligned} &F(\alpha,\nu)=0, && \begin{cases} \bar{L}_0<|\alpha|,\\ \bar{h}_{02}+1<\nu<\infty,\\ -\infty<\nu<\bar{h}_{01}-1, \end{cases}\\ &F(\alpha,\nu)=1, && \bar{h}_{01}-1\leqslant\nu\leqslant\bar{h}_{01}+1,\\ &F(\alpha,\nu)=H_{02}/H_{01}, && \bar{h}_{02}-1\leqslant\nu\leqslant\bar{h}_{02}+1. \end{aligned} \tag{4}$$

Здесь $F(\alpha,\nu)$ — распределение величины H при $\tau=0$.

Черточка над индексом обозначает относительную величину. С учетом (4) интегрируем (3) и при $z=0$ получаем

$$H/H_0 = \frac{1}{2}\left[\left(\operatorname{erf}\frac{1+\bar{h}_{01}-\bar{\eta}}{2\sqrt{\bar{\tau}}} + \operatorname{erf}\frac{1-\bar{h}_{01}+\bar{\eta}}{2\sqrt{\bar{\tau}}}\right) + \right.$$

$$\left. + H_{02}/H_{01}\left(\operatorname{erf}\frac{1+\bar{h}_{02}-\bar{\eta}}{2\sqrt{\bar{\tau}}} + \operatorname{erf}\frac{1-\bar{h}_{02}+\bar{\eta}}{2\sqrt{\bar{\tau}}}\right)\right] \operatorname{erf}\frac{\bar{L}_0}{2\sqrt{\bar{\tau}}}. \quad (5)$$

Здесь $\operatorname{erf}\varphi = \frac{2}{\sqrt{\pi}}\int\limits_0^\varphi \exp[-\zeta^2]\,d\zeta$; L_0 — высота сопла.

В случае небольшого расстояния между соплами распределение статического давления в системе не отличается от распределения давления в одиночной струе, и для линеаризации уравнений движения достаточно преобразования только одной продольной координаты, т. е. $\bar{y}=\bar{\eta}$. В работе [1] отмечалось, что в этом случае функция $\tau(x)$ такая же, как в одиночной струе соответствующей формы поперечного сечения, и не зависит от начального соотношения скоростей. Зависимость функции $\tau(x)$ от соотношения размеров сопла для одиночной прямоугольной струи обсуждается в работе [3].

При $L>10$ можно принять $\sqrt{\bar{\tau}} = (0{,}047 \div 0{,}05)\,\bar{x}$. Следовательно, взятая из опыта информация сводится к одному коэффициенту $c=\sqrt{\bar{\tau}}/\bar{x}$.

В [1] предлагается методика расчета такого течения с учетом влияния пограничного слоя на разделяющей сопла перегородке.

Наличие между соплами закрытого с фронта зазора приводит к существенному изменению характера течения. Появляются продольные и поперечные градиенты статического давления, и для перехода к линейному уравнению недостаточно преобразования только одной координаты.

Опыты показали, что в этом случае искомой функцией в уравнении [4] является полный напор, т. е. $H=p_*$, а функция преобразования поперечной координаты, отражающая влияние поперечного градиента статического давления в условиях относительно небольшого искривления оси струи,

$$\bar{\eta} \cong \bar{y} + \Delta\bar{h}(x). \quad (6)$$

Здесь $\Delta\bar{h}(x)$ — относительное смещение оси струи.

Смещение оси можно определить из условия, согласно которому центростремительная сила, действующая на элемент струи, возникает за счет разности давлений на внутренней и внешней поверхностях струи. Это в конечном итоге приводит к уравнению окружности:

$$\Delta h_i = \frac{I_i}{\Delta p}\left[1-\sqrt{1-\left(\frac{\Delta p}{I_i}x\right)^2}\right], \quad (7)$$

где Δp — среднее разрежение в зоне обратных токов; I_i — начальное количество движения струи. Учитывая относительно небольшую величину среднего разрежения в межструйном пространстве Δp, получаем упрощенную формулу

$$\Delta h_i = \frac{\Delta p}{2I_i}x^2. \quad (8)$$

Опыты показали, что если вдоль оси совместного течения установить тонкую перегородку, то распределение давления в зоне обратных токов при взаимодействии струй одинаковой скорости не изменяется. Следовательно, для определения зависимости разрежения от расстояния между соплами можно воспользоваться методикой, аналогичной методике расчета взаимодействия струи с плоскостью, приведенной в работах [5, 4]. Для относительно небольших разрежений можно получить формулу

$$\frac{\Delta p h_0}{I} = 1 - (1 - k\sqrt{\beta})\left[1 - 0{,}5\left(\sqrt{\beta} - \frac{\Delta p b_0}{Ik}\right)\right]. \tag{9}$$

Здесь $k = 0{,}12$ — эмпирический коэффициент; β — коэффициент, зависящий от условий подсоса в зону обратных токов из окружающей среды, в частности от высоты сопел. Для плоскопараллельных струй $\beta = 1$.

При определении зависимости среднего разрежения в зоне обратных токов от начального соотношения скоростных напоров можно воспользоваться выражением

$$\Delta p_m = \frac{\Delta p}{2}(1 + I_2/I_1). \tag{10}$$

Длина зоны обратных токов определяется как абсцисса точки пересечения внутренних границ струй:

$$l = \frac{2(\sqrt{k^2 + \Delta p h_0 (1/I_1 + 1/I_2)} - k)}{\Delta p (1/I_1 + 1/I_2)}. \tag{11}$$

Смещение профилей совместного течения относительно профилей одиночных струй, вытекающих из тех же сопел, продолжается и после слияния внутренних границ взаимодействующих струй. Направление струй до слияния и избыточное давление, возникающее после слияния, свидетельствуют о том, что имеет место соударение.

Следовательно, задача расчета параметров течения становится неопределенной. Поэтому можно рекомендовать только приближенную формулу

$$\Delta h_i = \frac{\Delta p}{2I_i}x^2 + \frac{l\Delta p}{I_i}(l - 2x), \tag{12}$$

пригодную для участка $l \leqslant x \leqslant 2l$. При $x > 2l$, как показали опыты, $\Delta h_i = \text{const}$.

Таким образом, функция преобразования поперечной координаты в уравнении (5) имеет довольно ясный физический смысл. Она характеризует изменение формы оси каждой из струй, развивающихся в системе.

Что касается функции преобразования продольной координаты, то при $x > 10h_0$ она становится универсальной и не зависит от начального соотношения скоростей. В этом нет ничего неожиданного, так как статическое давление на таком расстоянии становится практически постоянным. Для расчета в данном случае достаточно двух эмпирических постоянных: $\Delta h_{1\max}(\Delta h_{2\max} \cong I_1 \Delta h_{1\max}/I_2)$ и $c = \sqrt{\tau}/\bar{x}$, причем последняя такая же, как и для соответствующей одиночной струи.

На расстояниях $x < 10\,h_0$ функция преобразования продольной координаты зависит от кривизны оси каждой струи и, следовательно, от начального соотношения скоростей.

Для практических расчетов может быть рекомендована формула

$$\sqrt{\bar{\tau}_i} = \sqrt{\bar{\tau}_{0i}(\bar{x})} + 0{,}4\left(\frac{\Delta\bar{h}_i}{\bar{x}}\right)^2 \bar{x}. \tag{13}$$

При $\bar{L}_0 > 10$ $\sqrt{\bar{\tau}_0} = 0{,}047\bar{x}$.

С учетом всего сказанного выше формулу (5) можно преобразовать к более удобному для расчетов виду:

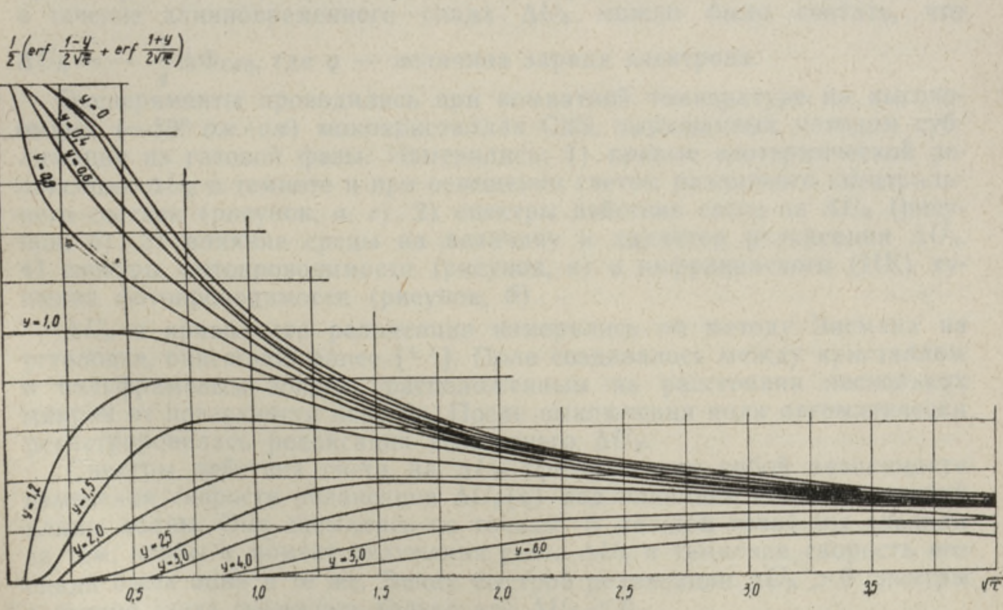
$$\frac{p_*}{p_{*01}} = \left[\frac{1}{2}\left(\operatorname{erf}\frac{1-\bar{h}_1-\bar{y}}{2\sqrt{\bar{\tau}_1}} + \operatorname{erf}\frac{1-\bar{h}_1+\bar{y}}{2\sqrt{\bar{\tau}_i}}\right) + \right.$$

$$\left. + \frac{p_{*02}}{2p_{*01}}\left(\operatorname{erf}\frac{1+\bar{h}_2-\bar{y}}{2\sqrt{\bar{\tau}_2}} + \operatorname{erf}\frac{1-\bar{h}_2+\bar{y}}{2\sqrt{\bar{\tau}_2}}\right)\right]\operatorname{erf}\frac{\bar{L}_0}{2\sqrt{\bar{\tau}}}, \tag{14}$$

$$h_i = h_{0i} - \Delta h_i(x).$$

Расчеты по формуле (14) требуют известной затраты времени. Для сокращения ее составлен график (см. рисунок). Поля полного напора в поперечном сечении каждой из струй строятся в зависимости от τ. Точки пересечения прямой $\tau = \mathrm{const}$ с кривыми $y = \mathrm{const}$ дают значения p_*/p_{*0} в зависимости от y для одной из струй в данном поперечном сечении. Аналогично находится профиль второй струи. Значения p_*/p_{*0} соответствующей струи умножаются на p_{*02}/p_{*01}. Профили располагают относительно оси x на расстояниях h_1 и h_2, и значения p_*/p_{*0} в каждой точке складывают.

Значение $\operatorname{erf} L_0/2\sqrt{\tau}$ определяется в точке пересечения прямой $\tau/L_0^2 = \mathrm{const}$ с кривой $y = 0$.



ЛИТЕРАТУРА

1. Фришман Ф., Изв. АН ЭССР, Сер. физ.-матем. и техн. наук, 15, № 3, 416 (1966).
2. Фришман Ф., Изв. АН ЭССР, Сер. физ.-матем. и техн. наук, 15, № 4, 608 (1966).
3. Палатник И., Темирбаев Д., Прикл. теплофиз., вып. 1, 18 (1964).
4. Sawjer R. J., Fluid Mech., 17, 481 (1963).
5. Sawjer. R. J., Fluid Mech., 9, 543 (1960).

Институт термофизики и электрофизики
Академии наук Эстонской ССР

Поступила в редакцию
20/VI 1968

F. FRIŠMAN

KAHE PARALLEEL-NELINURKSE VABA TURBULENTSE JOA LEVIMISE ARVUTUS

Esitatakse kahest turbulentsest joast koosneva süsteemi ligikaudse arvutamise metoodika. Joad voolavad paralleelselt, erinevate omavaheliste sammudega ristkülikukujulise ristlõikega düüsidest.

F. FRISHMAN

CALCULATION OF A SYSTEM OF TWO TURBULENT JETS EMITTED FROM RECTANGULAR NOZZLES WITH PARALLEL AXES

The author proposes a method of approximate calculation of a system of two turbulent jets emitted from rectangular nozzles with parallel axes and with various distances between them.