EESTI NSV TEADUSTE AKADEEMIA TOIMETISED. XVIII KÖIDE
FÜÜSIKA * MATEMAATIKA. 1969, NR. 3

ИЗВЕСТИЯ АКАДЕМИИ НАУК ЭСТОНСКОЙ ССР. ТОМ XVIII
ФИЗИКА * МАТЕМАТИКА. 1969, № 3
https://doi.org/10.3176/phys.math.1969.3.03

Э. КУНДЛА, В. СИНИВЕЭ

О СПЕКТРАХ ЯДЕРНОГО МАГНИТНОГО ДВОЙНОГО РЕЗОНАНСА ПРИ СИЛЬНОМ ВОЗМУЩЕНИИ. I

Вопросы теории спектров ядерного магнитного двойного резонанса высокого разрешения на основе метода матрицы плотности впервые рассматривались Блохом [1]. Двойной резонанс более широкого класса экспериментальных условий и спиновых систем исследовался в работах Бальдешвилера [2], Барфильда и Бальдешвилера [3] и Рао [4]. Названные авторы допускали при этом определенные упрощающие предположения, на которые они не указывают явно, но которые, однако, ограничивают применимость полученных результатов. В частности, работа [2] фактически относится только к области слабого возмущающего радиочастотного (рг) поля $\vec{H}^2$, в работе [3] измерительное рч поле $\vec{H}_1$ — слабое (в блоховском смысле), а также имеется и ряд других ограничений.

В настоящей работе на основе более общего метода решения кинетического уравнения указываются границы применимости решений, полученных в [3, 4]. Предлагаемый способ решения можно использовать и в случае нарушения условий слабой релаксации. В дальнейшем полученные уравнения будут использованы для изучения спектров в условиях коллапса.

1. Определения и условия эксперимента

Матрица плотности $\sigma(t)$ спиновой системы маловязкой изотропной жидкости, находящейся во внешнем магнитном поле

$$\vec{H} = H_0\vec{k} + \vec{i}\sum_{\lambda=1}^{2} 2H_\lambda \cos \omega_\lambda t, \tag{1.1}$$

во вращающихся с частотой ω_2 координатах в условиях сильного сужения и при $H_0 \gg H_\lambda$ удовлетворяет следующему упрощенному кинетическому уравнению [4]:

$$\frac{d\sigma_T}{dt} + i[\mathbf{H}_{0T} + \mathbf{H}_{1T}, \sigma_T] = \Gamma(\sigma_T - \sigma_0), \tag{1.2}$$

где

$$\mathbf{H}_{0T} = 2\pi[\sum_i (\nu_{0i} - \nu_2)\, \mathbf{I}_z(i) + \sum_{i<j} J_{ij}\vec{\mathbf{I}}(i) \cdot \vec{\mathbf{I}}(j)] + \mathbf{D}_{+2} + \mathbf{D}_{-2}, \tag{1.3}$$

$$\mathbf{H}_{1T} = \mathbf{D}_{+1} \exp(i\,\Omega_1 t) + \mathbf{D}_{-1} \exp(-i\,\Omega_1 t), \tag{1.4}$$

$$\mathbf{D}_{\pm\lambda} = \pi \sum_i \nu_{\lambda i} \mathbf{I}_\pm(i), \quad \lambda = 1, 2. \tag{1.5}$$

$$\nu_{\lambda i} = -\gamma_i \frac{H_\lambda}{2\pi}, \quad \lambda = 0, 1, 2. \tag{1.6}$$

$$\nu_2 = \frac{\omega_2}{2\pi}, \tag{1.7}$$

$$\Omega_1 = \omega_1 - \omega_2. \tag{1.8}$$

Здесь $\vec{\mathbf{I}}(i)$, γ_i — соответственно спиновый вектор и положительное гиромагнитное отношение ядра i, а J_{ij} — константа спин-спиновой связи ядер i и j. Матрица релаксации в (1.2) выбрана в форме, принятой в полуклассической теории [4–6], а σ_0 соответствует состоянию теплового равновесия в постоянном магнитном поле $\vec{H}_0$.

Переход к вращающимся координатам достигается применением преобразования [7]

$$\mathbf{T} = \exp\left[-\mathrm{i}\,\omega_2 t \sum_i \mathbf{I}_z(i)\right] \tag{1.9}$$

ко всем спиновым операторам $\mathbf{Q}$

$$\mathbf{Q}_T = \mathbf{TQT}^{-1}. \tag{1.10}$$

При решении уравнения (1.2) пользуемся представлением, в котором $\mathbf{H}_{0T}$ диагонален,

$$\mathbf{H}_{0T}\,|\,\alpha\rangle = \alpha\,|\,\alpha\rangle. \tag{1.11}$$

Проблема собственных состояний (1.11) решена многими авторами для ряда конкретных спиновых систем [8]. По предположению, возмущающее рч поле $\vec{H}_2$ является сильным:

$$|\gamma H_2| \gg |R_{\alpha\alpha'\beta\beta'}|, \tag{1.12}$$

а измерительное рч поле $\vec{H}_1$ — слабым:

$$|\gamma H_1| \ll |\alpha - \alpha'|,\ |(\beta - \beta') - (\alpha - \alpha')|. \tag{1.13}$$

Коэффициенты релаксации $R_{\alpha\alpha'\beta\beta'}$ те же, что и в работе Рао [4]. Учитывая (1.12), (1.13), естественно решать уравнение (1.2) двумя последовательными этапами: 1) учет влияния сильного рч поля $\vec{H}_2$; 2) учет влияния слабого рч поля $\vec{H}_1$; таким образом

$$\sigma_T = \sigma_0 + \chi_T + \eta_T. \tag{1.14}$$

Матрицы $\sigma_0 + \chi_T$ и η_T определяем как решения уравнений

$$\frac{\mathrm{d}(\sigma_0 + \chi_T)}{\mathrm{d}t} + \mathrm{i}[\mathbf{H}_{0T}, \sigma_0 + \chi_T] = \Gamma(\chi_T), \tag{1.15}$$

$$\frac{\mathrm{d}\eta_T}{\mathrm{d}t} + \mathrm{i}[\mathbf{H}_{0T} + \mathbf{H}_{1T}, \eta_T] = \Gamma(\eta_T) - \mathrm{i}[\mathbf{H}_{1T}, \sigma_0 + \chi_T]. \tag{1.16}$$

Стационарное решение уравнения (1.15) получено в работе [4] исходя из требования

$$\frac{\mathrm{d}(\sigma_0 + \chi_T)}{\mathrm{d}t} = 0. \tag{1.17}$$

Рао [4] указал, что при выполнении условия (1.12)

$$|\alpha-\alpha'| \gg |R_{\alpha\alpha'\beta\beta'}| \tag{1.18}$$

и матрица $\sigma_0+\chi_T$ является в представлении (1.11) диагональной. Ограничиваясь в дальнейшем этим блоховским приближением [1], обозначим

$$<\alpha|\sigma_0+\chi_T|\alpha> = P_\alpha^0. \tag{1.19}$$

2. Учет слабого рч поля и наблюдаемые сигналы

Уравнение (1.16) с гамильтонианами (1.3), (1.4) является уравнением колебаний параметрического типа. Поскольку коэффициенты уравнения зависят от времени с частотой Ω_1, естественно искать стационарное решение в виде ряда

$$\eta_T = \sum_k X^k \exp(\mathrm{i}\,k\Omega_1 t), \quad k=0, \pm 1, \pm 2, \ldots . \tag{2.1}$$

Из эрмитовости и нормированности σ_T следует

$$(X^k_{\alpha\beta})^* = X^{-k}_{\beta\alpha}, \tag{2.2}$$

$$\mathrm{Sp}\,\eta_T = 0. \tag{2.3}$$

Подставляя (2.1) в (1.16) и группируя члены, одинаково изменяющиеся во времени, получаем

$$\mathrm{i}(k\Omega_1-\omega_{\alpha\beta})X^k_{\alpha\beta} + \sum_{\lambda\tau} R_{\alpha\beta\lambda\tau}X^k_{\lambda\tau} + \mathrm{i}[\mathbf{D}_{+1}, X^{k-1}]_{\alpha\beta} + \mathrm{i}[\mathbf{D}_{-1}, X^{k+1}]_{\alpha\beta} =$$

$$= \mathrm{i}\,\delta_{k,1}(P^0_\alpha - P^0_\beta)\mathbf{D}_{+1\alpha\beta} + \mathrm{i}\,\delta_{k,-1}(P^0_\alpha - P^0_\beta)\mathbf{D}_{-1\alpha\beta}, \tag{2.4}$$

где

$$\omega_{\alpha\beta} = \beta - \alpha. \tag{2.5}$$

Решение системы (2.4) дает возможность определить X^k и тем самым учесть влияние рч поля $\vec{H}_1$ на спиновую систему и определить σ_T.

Выражение для наблюдаемого сигнала ЯМР следующее [1,4]:

$$S = -\frac{K}{2i}\frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t}\mathrm{Sp}\,[\mathbf{F}_+\sigma_T \exp(-\mathrm{i}\,\omega_2 t) - \mathbf{F}_-\sigma_T\exp(\mathrm{i}\,\omega_2 t)], \tag{2.6}$$

где

$$\mathbf{F}_\pm = \sum_i \gamma_i \mathbf{I}_\pm(i). \tag{2.7}$$

Подставляя в (2.6) выражения (1.14), (1.19) и (2.1) с учетом (2.2), имеем

$$S = S(\omega_2) + \sum_k S(\omega_2 + k\Omega_1), \tag{2.8}$$

где

$$S(\omega_2) = -\omega_2 K[\sum_\alpha P^0_\alpha <\alpha|\mathbf{F}_y|\alpha> \sin\omega_2 t - \sum_\alpha P^0_\alpha <\alpha|\mathbf{F}_x|\alpha>\cos\omega_2 t], \tag{2.9}$$

$$S(\omega_2+k\Omega_1) = -(\omega_2+k\Omega_1)K[V_k\sin(\omega_2+k\Omega_1)t - U_k\cos(\omega_2+k\Omega_1)t]. \tag{2.10}$$

V_k и U_k являются соответственно сигналами поглощения и дисперсии на частоте $\omega_2+k\Omega_1$:

$$V_k = \mathrm{Im}\sum_\alpha\sum_\beta <\beta|\mathbf{F}_-|\alpha> <\alpha|X^k|\beta>, \tag{2.11}$$

$$U_k = \mathrm{Re} \sum_{\alpha} \sum_{\beta} < \beta | \mathbf{F}_- | \alpha > < \alpha | X^k | \beta >. \tag{2.12}$$

Основной интерес представляют сигналы V_k и U_k. Для того чтобы записать их выражения в явном виде, нужно найти решение системы (2.4). Так как элементы матриц X^k и X^{-k} связаны соотношением (2.2), то из уравнений (2.4) достаточно определить лишь те из матриц X^k, у которых $k \geqslant 0$. Решение системы (2.4) самым тесным образом зависит от типа спиновой системы и условий эксперимента. При учете (1.13), (1.18) и при выполнении условия

$$|\omega_1 - \omega_2| \gg |R_{\alpha\beta\lambda\tau}|, |\gamma H_1| \tag{2.13}$$

можно отметить, что первый член в уравнениях (2.4) значительно больше остальных, за исключением случая резонанса

$$k\Omega_1 - \omega_{\alpha\beta} \approx 0. \tag{2.14}$$

На основании этого в первом приближении отличными от нуля считаем только те матричные элементы X^k, для которых условие резонанса (2.14) выполнено. Из (2.4) видно, что в этом приближении X^0 диагональна, а X^k, при $k \neq 0$, не обладает ненулевыми диагональными элементами. В системе (2.4) единственными уравнениями, в которых свободный член отличен от нуля, являются уравнения $X^{\pm 1}$. Следовательно, условие резонанса элемента X^1 всегда должно выполняться. В случае выполнения условий (1.13) и отсутствия равных разностей между уровнями $\mathbf{H}_{0T}$

$$|(\alpha - \alpha') - (\beta - \beta')| \gg |R_{\alpha\alpha'\beta\beta'}| \tag{2.15}$$

из структуры членов $i[\mathbf{D}_{\pm 1}, X^{k \mp 1}]$ следует, что в системе (2.4) отсутствует связь между уравнениями с матричными элементами X^1 и X^k, $k > 1$. Согласно вышеуказанному, только $X^1_{\alpha\beta}$ и $X^{-1}_{\beta\alpha}$ могут отличаться от нуля.

Отметим, что высшие гармоники в (2.1) не могут отличаться от нуля и в случае очень слабого измерительного поля $\vec{H}_1$

$$|\gamma H_1| \ll |R_{\alpha\alpha'\beta\beta'}|, \tag{2.16}$$

так как в этом случае мы можем в системе (2.4) опустить члены $i[\mathbf{D}_{\mp 1}, X^{k \mp 1}]$ ввиду их малости по сравнению с остальными.

Если $X^1_{\alpha\beta}$ и $X^{-1}_{\beta\alpha}$ — единственные отличные от нуля недиагональные элементы η_T, то для диагональных элементов получаем из (2.4) хорошо известную систему уравнений, решение которой можно записать в виде [1, 3, 9]

$$X^0_{\gamma\gamma} = T^{\alpha\beta}_{\gamma} I. \tag{2.17}$$

Здесь

$$I = 2\,\mathrm{Im} < \alpha | \mathbf{D}_{+1} | \beta > X^1_{\alpha\beta}, \tag{2.18}$$

а величины $T^{\alpha\beta}_{\gamma}$, где верхние индексы обозначают уровни, возмущаемые полем $\vec{H}_1$, соответствуют аналогичным величинам в работах [1, 3, 9]. С помощью обозначений

$$P_\alpha = P^0_\alpha + X^0_{\alpha\alpha}, \tag{2.19}$$

$$\frac{1}{T_{2\alpha\beta}} = R_{\alpha\beta\alpha\beta} \tag{2.20}$$

получим для $X^1_{\alpha\beta}$ следующее выражение:

$$X^1_{\alpha\beta} = \frac{(P_\alpha - P_\beta) <\alpha|\mathbf{D}_{+1}|\beta> T_{2\alpha\beta}[T_{2\alpha\beta}(\Omega_1 - \omega_{\alpha\beta}) + i]}{1 + (\Omega_1 - \omega_{\alpha\beta})^2 T^2_{2\alpha\beta}}. \tag{2.21}$$

Используя (2.17)—(2.19), (2.21) и обозначая

$$T^{\alpha\beta}_{1\delta\gamma} = T^{\alpha\beta}_{\delta} - T^{\alpha\beta}_{\gamma}, \tag{2.22}$$

можем записать разность населенностей в виде

$$P_\gamma - P_\delta = (P^0_\gamma - P^0_\delta)(1 - O^{\beta\alpha}_{\delta\gamma} S_{\alpha\beta}), \tag{2.23}$$

где $O^{\beta\alpha}_{\delta\gamma}$ есть фактор Оверхаузера [10]

$$O^{\beta\alpha}_{\delta\gamma} = \frac{T^{\alpha\beta}_{1\delta\gamma}}{T^{\alpha\beta}_{1\beta\alpha}} \frac{P^0_\alpha - P^0_\beta}{P^0_\gamma - P^0_\delta}, \tag{2.24}$$

а $S_{\alpha\beta}$ — фактор насыщения

$$S_{\alpha\beta} = \frac{2|<\alpha|\mathbf{D}_{+1}|\beta>|^2 T_{2\alpha\beta} T^{\alpha\beta}_{1\beta\alpha}}{1 + (\Omega_1 - \omega_{\alpha\beta})^2 T^2_{2\alpha\beta} + 2|<\alpha|\mathbf{D}_{+1}|\beta>|^2 T_{2\alpha\beta} T^{\alpha\beta}_{1\beta\alpha}}. \tag{2.25}$$

По мере увеличения амплитуды H_1 разность населенностей приближается к своему предельному значению

$$(P_\gamma - P_\delta) \to (P^0_\gamma - P^0_\delta)(1 - O_{\delta\gamma}),$$

а переход $\alpha \to \beta$ насыщается:

$$(P_\alpha - P_\beta) \to 0.$$

Из (2.21), (2.23) получим окончательно для недиагональных элементов η_T

$$X^1_{\alpha\beta} = \frac{(P^0_\alpha - P^0_\beta) <\alpha|\mathbf{D}_{+1}|\beta> T_{2\alpha\beta}[T_{2\alpha\beta}(\Omega_1 - \omega_{\alpha\beta}) + i]}{1 + (\Omega_1 - \omega_{\alpha\beta})^2 T^2_{2\alpha\beta} + 2|<\alpha|\mathbf{D}_{+1}|\beta>|^2 T_{2\alpha\beta} T^{\alpha\beta}_{1\beta\alpha}}. \tag{2.26}$$

Отметим, что одна пара энергетических уровней α, β может удовлетворять условию резонанса двумя способами: $\Omega_1 - \omega_{\alpha\beta} \approx 0$ и $\Omega_1 - \omega_{\beta\alpha} \approx 0$. Отличными от нуля недиагональными элементами являются соответственно $X^1_{\alpha\beta}$ и $X^{-1}_{\beta\alpha}$ или $X^1_{\beta\alpha}$ и $X^{-1}_{\alpha\beta}$.

Выводы и дискуссия

1. Подстановка (2.26) в (2.11) приводит к известным выводам относительно спектров, детектируемых на частоте ω_1.

а) Частоты спектральных линий определяются всеми возможными разностями собственных значений оператора $\mathbf{H}_{0T}$, а интенсивности линий зависят от коэффициентов перехода $|<\alpha|\mathbf{F}_+|\beta>|^2$. В важном частном случае слабо связанных спиновых систем число линий в невозмущаемой части спектра значительно сокращено вследствие приближенных правил отбора для матричных элементов $\langle \alpha|\mathbf{F}_{+}|\beta \rangle$. Решение уравнения (1.11) — основная задача теории «с пренебрежением эффектами релаксации».

б) Каждому переходу $\alpha \to \beta$ соответствуют в общем случае две линии: нормальная, на частоте резонанса $\omega_1 = \omega_2 + \omega_{\alpha\beta}$ и с коэффициентом перехода $|\langle \alpha|\mathbf{F}_{+}|\beta \rangle|^2$, и инвертированная, на частоте резонанса $\omega_1 = \omega_2 - \omega_{\alpha\beta}$ и с коэффициентом перехода $\langle \alpha|\mathbf{F}_{+}|\beta \rangle \langle \alpha|\mathbf{F}_{-}|\beta \rangle$. Эти линии описываются соответственно недиагональными элементами $X^1_{\alpha\beta}$ и $X^{-1}_{\alpha\beta}$. В спектрах слабо связанных спиновых систем инвертированные линии содержатся только в возмущенной части.

в) Интенсивность линий зависит также от разности населенностей $P^0_\alpha - P^0_\beta$.

г) Форма линии лоренцовая. Параметр естественной ширины линии $T_{2\alpha\beta}$ зависит также от величин ω_2, H_2. Увеличение H_1 приводит к уширению и насыщению линии.

2. Слабое рч поле $\vec{H}_1$ изменяет не только населенности уровней α, β, но и всех остальных (эффект Оверхаузера). Экспериментально это можно обнаружить с помощью третьего рч поля [11]. Фактор эффекта Оверхаузера (2.24) не зависит от того, какая из двух линий, соответствующих данному переходу, возмущаемая. От этого, однако, при заданном значении H_1 зависит фактор насыщения, $S_{\alpha\beta} \neq S_{\beta\alpha}$.

3. Поскольку при $X^k_{\alpha\beta} \neq 0$ верно и $X^{-k}_{\beta\alpha} \neq 0$, то одновременно с сигналами V_k, U_k на частоте $\omega_2 + k\Omega_1$ наблюдаются и сигналы V_{-k}, U_{-k} на частоте $\omega_2 - k\Omega_1$. При $k = 1$ это было показано Блохом [1] и обнаружено Андерсом и Бальдешвилером [12]. В случае слабо связанных спиновых систем эти частоты лежат в возмущенной части спектра.

4. Формула (2.26) была также получена Барфильдом и Бальдешвилером [3]. Из вышеизложенного вывода этой формулы видно, что она верна лишь при определенном выборе экспериментальных условий.

а) Условие сильного поля $\vec{H}_2$ (1.12) ограничивает применимость (2.26) в случае малых значений H_2. Нарушение условия (1.12) означает перекрывание естественных ширин линий и ошибочность (1.18). Вследствие этого приходится исходить из множества недиагональных элементов матрицы η_T, связанных с множеством элементов $\sigma_0 + \chi_T$. В области слабого возмущающего поля более рациональным оказалось построение теории в представлении, отличном от (1.11) [13].

Между методами учета действия слабого рч поля $\vec{H}_2$ в [13] и слабого рч поля $\vec{H}_1$ в данной работе, естественно, много сходного. Двойному резонансу в данной работе соответствует монорезонанс в [13], а тройному резонансу с одним сильным возмущающим полем [11] — двойной резонанс в [13]. Имеются, однако, определенные отличия, вытекающие из полного или частичного отсутствия правил отбора для соответствующих матричных элементов перехода. В силу этого число линий в спектре двойного резонанса с сильным H_2, вообще говоря, значительно превышает число линий в спектре монорезонанса того же соединения; появляются инвертированные линии и сигналы на частотах, отличных от ω_1 и ω_2.

б) Рассмотрение конкретных решений уравнения (1.11) показывает, что применимость формулы (2.26) ограничена и со стороны больших значений H_2. Известно, что при больших значениях H_2 (в условиях коллапса) появляются равные или почти равные разности уровней $\mathbf{H}_{0T}$, даже если в отсутствие H_2 их не было. Существование равных разностей означает, что одной частотой Ω_1 можно удовлетворить условию резонанса для нескольких недиагональных элементов η_T. При этом существенно, обладают ли эти переходы общими уровнями.

Если $\alpha-\alpha'\approx\beta-\beta'$, но $\alpha, \alpha', \beta, \beta'$ все разные, то одновременно $X^1_{\alpha\alpha'}\neq 0$ и $X^1_{\beta\beta'}\neq 0$. Вследствие нарушения условия слабой релаксации (2.15) уравнения для этих матричных элементов связаны через релаксационный коэффициент $R_{\alpha\alpha'\beta\beta'}$. Это оказывает влияние на форму коллапсирующих линий [14].

Если же $\gamma-\beta\approx\beta-\alpha$, то одновременно $X^1_{\alpha\beta}\neq 0$, $X^1_{\beta\gamma}\neq 0$ и $X^2_{\alpha\gamma}\neq 0$. На спектр заметно влияет нарушение условий (2.15) и (1.13). Это видно не только из формы спектральной линии, но и благодаря появлению сигналов на частотах $\omega_2\pm 2\Omega_1$.

5. В работе [4] составлена система уравнений, решая которую можно определить $\sigma_0+\chi_T$ при любых значениях H_2. При определении η_T в [4] учитываются только члены с $k=0, \pm 1$. Однако при малых H_2 из-за нарушения условия (1.12), как и в области коллапса из-за нарушения условия (2. 15), надо учитывать и члены с $|k|>1$. Таким образом, конечный результат в работе [4] относится к экспериментам с сильным возмущающим полем (1.12) вне коллапса. В этих условиях матрица $\sigma_0+\chi_T$ диагональна и результат (2.26) верен.

Авторы благодарны Э. Липпмаа за ценные замечания и А. Оливсон за корректировку рукописи.

ЛИТЕРАТУРА

1. Bloch F., Phys. Rev., **102**, 104 (1956).
2. Baldeschwieler J. D., J. Chem. Phys., **40**, 459 (1964).
3. Barfield M., Baldeschwieler J. D., J. Chem. Phys., **41**, 2633 (1964).
4. Nageswara Rao B. D., Phys. Rev., **137**, A 467 (1965).
5. Hubbard P. S., Rev. Mod. Phys., **33**, 294 (1961).
6. Redfield A. G., Advances in Magnetic Resonance, **1**, Academic Press, New York 1966.
7. Rabi I. I., Ramsey N. F., Schwinger J., Rev. Mod. Phys., **26**, 167 (1954).
8. Hoffman R. A., Forsen S., Progress in Nuclear Magnetic Resonance Spectroscopy, **1**, Pergamon Press, London 1966.
9. Sinivee V., ENSV TA Toim., Füüs. Matem., **16**, 444 (1967).
10. Синивеэ В., Салум В., Изв. АН ЭССР, Физ. Матем., **17**, 49 (1968).
11. Кундла Э., Изв. АН ЭССР, Физ. Матем., **17**, 475 (1968).
12. Anders L. R., Baldeschwieler J. D., J. Chem. Phys., **43**, 2147 (1965).
13. Sinivee V., Lippmaa E., ENSV TA Toim., Füüs.-matem. ja tehn. tead. seeria, **14**, 258 (1965); Sinivee V., Lippmaa E., там же, **14**, 564 (1965); Sinivee V., Lippmaa E., там же, **15**, 64 (1966).
14. Freeman R., Ernst R. R., Anderson W. A., J. Chem. Phys., **46**, 1125 (1967).

Институт кибернетики
Академии наук Эстонской ССР

Поступила в редакцию
17/IX 1968

E. KUNDLA, V. SINIVEE

TUUMAMAGNETILISE TOPELTRESONANTSI SPEKTRITEST TUGEVA HÄIRE PUHUL. I

Esitatakse kineetilise võrrandi lahendus, mis on rakendatav ka juhul, kui nõrga relaksatsiooni tingimused pole täidetud.

E. KUNDLA, V. SINIVEE

ON THE NUCLEAR MAGNETIC DOUBLE RESONANCE SPECTRUM IN THE PRESENCE OF A STRONG OSCILLATORY FIELD. I

The solution of the equation of motion, which may be used even though the condition of weak relaxation is not valid, is obtained.