EESTI NSV TEADUSTE AKADEEMIA TOIMETISED. XVII KÖIDE
FÜÜSIKA * MATEMAATIKA. 1968, NR. 3

ИЗВЕСТИЯ АКАДЕМИИ НАУК ЭСТОНСКОЙ ССР. ТОМ XVII
ФИЗИКА * МАТЕМАТИКА. 1968, № 3

https://doi.org/10.3176/phys.math.1968.3.12

А. ЭПШТЕЙН

О СОВМЕСТНОМ ВЛИЯНИИ АРХИМЕДОВОЙ СИЛЫ И ВЕРТИКАЛЬНОГО СНОСЯЩЕГО ПОТОКА НА РАЗВИТИЕ НЕИЗОТЕРМИЧЕСКОЙ СВОБОДНОЙ СТРУИ

Свободная турбулентная струя, вытекающая под некоторым углом к горизонтали в неподвижную окружающую среду другой плотности, неизбежно отклоняется под действием гравитационных сил от своего первоначального направления. Изучению этого явления посвящен ряд работ как теоретического, так и экспериментального характера [1-7] и др.

Проблема усложняется, если такая струя развивается не в неподвижной окружающей среде, а в сносящем потоке, направленном обычно вертикально, что имеет место на практике в некоторых технических процессах, происходящих, например, в котельных топках или в печах.

Ниже делается попытка оценить совместное влияние гравитационных сил и сносящего потока на развитие струи на основе схемы, использованной раньше для решения аналогичной задачи об искривлении неизотермической струи в горизонтальном сносящем потоке [8]. Рассматривается струя с круглым начальным сечением. Очевидно, тем же путем может быть получено решение и для плоско-параллельной струи.

Условие равновесия элемента струи на основе принципа Д'Аламбера под действием приложенных к нему сил — инерционной dC, воздействия сносящего потока dP и архимедовой dQ (рис. 1) в проекции на нормаль к оси струи запишется следующим образом:

$$\frac{\varrho_v v^2 F}{r} + c_n \frac{\varrho_w W^2 \cos^2 \alpha}{2} b + g \Delta \varrho F \cos \alpha = 0. \tag{1}$$

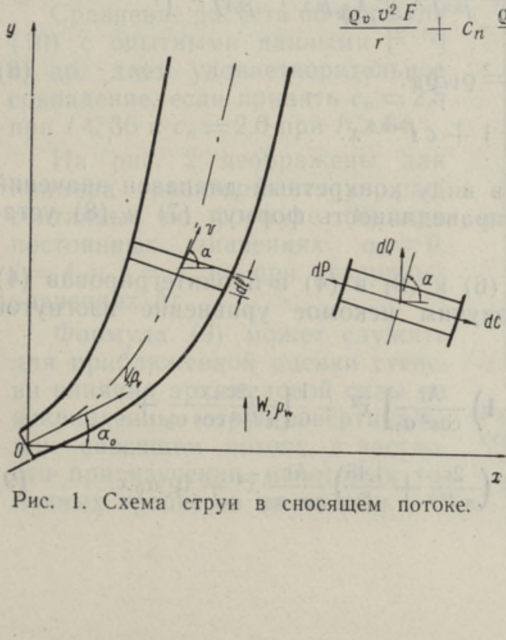

Рис. 1. Схема струи в сносящем потоке.

Коэффициент c_n рассматривается в дальнейшем как величина, не зависящая от координат.

С помощью уравнения импульсов для струи в проекции на направление x (в предположении, что первоначальное количество движения сохраняется)

$$\varrho_v F v^2 \cos \alpha = \varrho_V F_0 V^2 \cos \alpha_0 \tag{2}$$

и уравнения теплового баланса струи (в предположении изобарности процесса)

$$\Delta \varrho F v = \Delta \varrho_0 F_0 V, \tag{3}$$

а также известных соотношений дифференциальной геометрии для $\cos \alpha$ и r равенство (1) можно преобразовать к следующему дифференциальному уравнению в безразмерных переменных:

$$\bar{y}'' = \frac{2c_n}{\pi I \cos \alpha_0} \bar{b}(\bar{x}) + \frac{\mathrm{Ar}}{\cos \alpha_0} \frac{1}{\bar{v}_x(\bar{x})}, \tag{4}$$

где

$$I = \frac{\varrho_V}{\varrho_W} \frac{V^2}{W^2} = \frac{T_W}{T_V} \frac{V^2}{W^2} \quad \text{и}$$

$$\mathrm{Ar} = \frac{g D_0 \Delta \varrho_0}{V^2 \varrho_V} = \frac{g D_0 \Delta T_0}{V^2 T_W}.$$

При этом число Архимеда Ar может принимать как положительные, так и отрицательные значения в зависимости от того, совпадает ли направление архимедовой силы с направлением сносящего потока, или же эти направления взаимно противоположны.

Уравнение (4) интегрируется при граничных условиях

$$\bar{y}(0) = 0, \ \bar{y}'(0) = \operatorname{tg} \alpha_0. \tag{5}$$

$\bar{v}_x(\bar{x})$ определяем из условия (2), которое можно переписать в виде

$$G v_x = G_0 V \cos \alpha_0, \tag{2a}$$

откуда

$$\bar{v}_x = \frac{\cos \alpha_0}{\bar{G}(\bar{x})}. \tag{6}$$

В качестве $\bar{G}(x)$ и $\bar{b}(x)$ можно использовать соответствующие зависимости из работы [9] (в наших обозначениях):

$$\bar{G}(\bar{x}) = 1 + \left(\frac{\lambda}{I}\right)^{0,5} \left[0{,}5 + \left(\frac{4}{\pi} + \frac{c}{I^{0,2}}\right)\bar{x} + \left(\frac{2c}{\pi I^{0,2}} + \frac{1{,}45}{I^{0,4}}\right)\bar{x}^2\right], \tag{7}$$

где

$$\lambda = \varrho_V / \varrho_W, \tag{8}$$

$$\bar{b}(\bar{x}) = 1 + c I^{-0,2} \bar{x}.$$

Необходимо при этом иметь в виду конкретный диапазон значений $I = 3 - 25$ и $\alpha_0 = 0$, в котором справедливость формул (7) и (8) установлена экспериментально.

Подставив (7) в (6) и далее (6) и (8) в (4) и проинтегрировав (4) при граничных условиях (5), получим искомое уравнение изогнутой оси струи:

$$\bar{y} = \frac{1}{2}\left[\frac{2c_n}{\pi I \cos \alpha_0} + \left(0{,}5\sqrt{\frac{\lambda}{I}} + 1\right)\frac{\mathrm{Ar}}{\cos^2 \alpha_0}\right]\bar{x}^2 + \frac{1}{6}\left[\frac{2c_n c}{\pi I^{1,2} \cos \alpha_0} + \right.$$

$$\left. + \sqrt{\frac{\lambda}{I}}\left(\frac{4}{\pi} + \frac{c}{I^{0,2}}\right)\frac{\mathrm{Ar}}{\cos^2 \alpha_0}\right]\bar{x}^3 + \frac{1}{12}\sqrt{\frac{\lambda}{I}}\left(\frac{2c}{\pi I^{0,2}} + \frac{1{,}45}{I^{0,4}}\right)\frac{\mathrm{Ar}}{\cos \alpha_0}\bar{x}^4 + \operatorname{tg}\alpha_0 \bar{x}. \tag{9}$$

Обозначения

x, y — направления координатных осей (см. рис. 1);

D_0 — начальный диаметр струи;

F, F_0 — текущая и начальная площади поперечного сечения струи;

G, G_0 — текущий и начальный массовые расходы струи;

v, V, W — текущая (средняя по сечению) и начальная скорости струи и скорость сносящего потока соответственно;

v_x, v_y — проекции скорости струи на направления координат;

$\varrho_v, \varrho_V, \varrho_W$ — текущая (средняя по сечению) и начальная плотности струи и плотность сносящего потока соответственно;

T_v, T_V, T_W — текущая (средняя по сечению) и начальная абсолютные температуры струи и температура сносящего потока соответственно;

$\Delta\varrho = \varrho_W - \varrho_v$; $\Delta\varrho_0 = \varrho_W - \varrho_V$;

$\Delta T = T_v - T_W$; $\Delta T_0 = T_V - T_W$

b — текущая ширина струи в плоскости, перпендикулярной xy;

r — текущий радиус кривизны оси струи;

g — ускорение силы тяжести;

α, α_0 — текущий и начальный углы наклона оси струи к горизонтали;

c_n, c — коэффициенты пропорциональности.

Чертой сверху обозначены безразмерные величины:

$$\bar{x} = x/D_0, \quad \bar{y} = y/D_0, \quad \bar{b} = b/D_0, \quad \bar{G} = G/G_0, \quad \bar{v}_x = v_x/V.$$

Если влияние архимедовой силы пренебрежимо мало, т. е. если $\mathrm{Ar} \approx 0$, то (9) упрощается:

$$\bar{y} = \frac{c_n}{\pi\, l \cos\alpha_0}\,\bar{x}^2 + \frac{c_n\, c}{3\pi\, l^{1,2} \cos\alpha_0}\,\bar{x}^3 + \operatorname{tg}\alpha_0\,\bar{x}. \qquad (10)$$

Согласно опытным данным [9], если граница струи определяется по количеству движения, то $c = 1{,}7$—$2{,}0$ при $\lambda = 1$—4.

Сравнение расчета по формуле (10) с опытными данными [9-12] и др. дает удовлетворительное совпадение, если принять $c_n = 2{,}5$ при $l \leqslant 36$ и $c_n = 2{,}0$ при $l \geqslant 64$.

На рис. 2 изображены для примера траектории струи, рассчитанные по формуле (9) при постоянных значениях $\alpha_0 = 0$, $l = 4$ и $\lambda = 4$, но при различных значениях Ar.

Формула (9) может служить для приближенной оценки степени влияния архимедовой силы на искривленные струи в вертикальном сносящем потоке, в частности при изучении некоторых топочных процессов на модели.

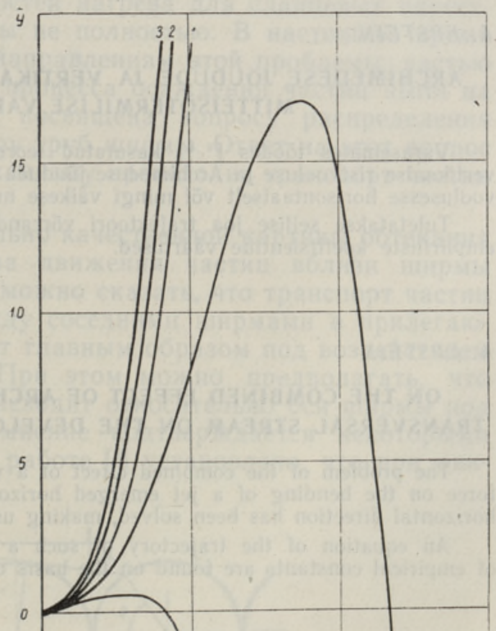

Рис. 2. Траектории неизотермических струй в вертикальном сносящем потоке при $\alpha_0 = 0$, $l = 4$, $\lambda = 4$:

1 — Ar=0, 2 — Ar=0,05, 3 — Ar=0,1, 4 — Ar=—0,05, 5 — Ar=—0,1.

ЛИТЕРАТУРА

1. Абрамович Г. Н., Теория турбулентных струй, Физматгиз, 1960.
2. Шепелев И. А., Изв. Академии строит. и архит. СССР, № 4, 90 (1961).
3. Омельчук В. С., Механика жидкости и газа, № 3, 52 (1966).
4. Ляховский Д. И., Сыркин С. Н., Советское котлотурбостроение, № 8, 90 (1938).
5. Horn G., Thring M. W., J. Inst. Fuel, **29**, No. 189, 437 (1956).
6. Gray F. A., Robertson A. D., J. Inst. Fuel, **29**, No. 189, 424 (1956).
7. Bosanquet C. H., Horn G., Thring M. W., Proc. Roy. Soc., A **263**, No. 1314, 340 (1961).
8. Эпштейн А., Изв. АН ЭССР, Сер. физ.-матем. и техн. наук, **15**, № 2, 196 (1966).
9. Палатник И. Б., Темирбаев Д. Ж., Сб. Проблемы теплоэнергетики и прикладной теплофизики, вып. 4, 196 (1967).
10. Иванов Ю. В., Эффективное сжигание надслойных горючих газов в топках паровых котлов, Таллин, Эстгосиздат, 1959.
11. Шандоров Г. С., ЖТФ, **27**, вып. 1, 156 (1957).
12. Keffer J. F., Baines W. D., J. Fluid Mech., **15**, No. 4, 481 (1963).

Институт термофизики и электрофизики Академии наук Эстонской ССР

Поступила в редакцию 13/II 1968

A. EPSTEIN

ARCHIMEDESE JÕUDUDE JA VERTIKAALSE RISTVOOLUSE KOOSMÕJUST MITTEISOTERMILISE VABAJOA ARENEMISELE

Varasemates töödes [1, 8] kasutatud teoreetilise mudeli abil lahendatakse ülesanne vertikaalse ristvooluse ja Archimedese jõudude mõjust sellise joa arenemisele, mis suubub voolusesse horisontaalselt või mingi väikese nurga all.

Tuletatakse sellise joa trajektoori võrrand ja katseandmete [9–12] alusel leitakse empiiriliste koefitsientide väärtused.

A. EPSTEIN

ON THE COMBINED EFFECT OF ARCHIMED'S FORCE AND A VERTICAL TRANSVERSAL STREAM ON THE DEVELOPMENT OF A NONISOTHERMAL JET

The problem of the combined effect of a vertical transversal stream and Archimed's force on the bending of a jet emerged horizontally or at a sufficiently small angle in horizontal direction has been solved, making use of the theoretical model of works [1, 8].

An equation of the trajectory of such a jet is deduced and the numerical values of empirical constants are found on the basis of experimental data [9–12].