

П. КАРД, Е. НЕСМЕЛОВ, Г. КОНЮХОВ

ТЕОРИЯ ЧЕТВЕРТЬВОЛНОВОГО ОТРЕЗАЮЩЕГО СВЕТОФИЛЬТРА

Выведены общие соотношения, которым должны удовлетворять показатели преломления в четвертьволновом отрезающем светофильтре для того, чтобы фильтр имел наиболее выгодные спектральные характеристики. Приведен иллюстративный пример.

Введение

Отрезающий интерференционный светофильтр, прозрачный в длинноволновой и непрозрачный в коротковолновой области спектра (или наоборот), рассматривался во многих работах, причем исходной конструкцией является обычно четвертьволновая периодическая двухкомпонентная система с чередующимися высоко- и низкопреломляющими слоями. Лучшие результаты получаются в том случае, если крайние слои сделаны вдвое тоньше остальных. Здесь возможны два варианта, в зависимости от того, являются ли крайние слои высоко- или низкопреломляющими. В работе [1] приведены характеристики подобных систем и указаны некоторые возможности их улучшения путем изменения толщин отдельных слоев.

Цель настоящей статьи состоит в теоретическом выводе условий, которым должны удовлетворять показатели преломления подложки и слоев для того, чтобы фильтр такого состава обладал наилучшими спектральными характеристиками без изменения толщин слоев. Под наилучшими характеристиками следует понимать в основном три условия: 1) возможно более высокое пропускание в области прозрачности; 2) возможно более низкое пропускание в области непрозрачности; 3) возможно более резкий переход из одной области в другую. При этом важно также, чтобы ни та, ни другая область не были слишком узкими.

В нижеследующем теоретическом анализе мы будем пренебрегать дисперсией и поглощением.

Исходные формулы

Обозначая, как обычно, высокопреломляющий четвертьволновой при длине волны λ_0 слой через H , низкопреломляющий четвертьволновой слой через L и подложку через D , рассмотрим пленку состава

$$D 0,5 H L H \dots L 0,5 H = D (0,5 H L 0,5 H)^k, \quad (1)$$

коэффициент пропускания T которой выражается [2-4] в виде

$$T = \frac{4n}{(1+n)^2 + \frac{\sin^2 k\psi}{\sin^2 \psi} (a_{21} - a_{12})(a_{21} - n^2 a_{12})}. \quad (2)$$

Здесь $2k + 1 = N$ — число слоев в пленке, n — показатель преломления подложки, ia_{12} и ia_{21} — элементы матрицы интерференции

$$\begin{pmatrix} a_{11} & ia_{12} \\ ia_{21} & a_{22} \end{pmatrix} = \prod_{j=1}^3 \begin{pmatrix} \cos g_j \varphi & \frac{i}{n_j} \sin g_j \varphi \\ i n_j \sin g_j \varphi & \cos g_j \varphi \end{pmatrix} \quad (3)$$

периода $0,5HL0,5H$ пленки, и

$$\cos \psi = a_{11} = a_{22}. \quad (4)$$

В формуле (3) $g_1 = g_3 = \frac{1}{2}$, $g_2 = 1$, $\varphi = \frac{\pi}{2} \frac{\lambda_0}{\lambda}$, $n_1 = n_3$ — показатель преломления крайних слоев периода (высокий) и n_2 — показатель преломления среднего слоя (низкий). Вычисляя произведение матриц, с учетом (4) находим:

$$\sin \frac{\psi}{2} = \frac{n_1 + n_2}{2\sqrt{n_1 n_2}} \sin \varphi, \quad (5)$$

$$\left. \begin{aligned} a_{12} &= \frac{\sin \varphi}{n_1} \left[\frac{(n_1 + n_2)^2}{2n_1 n_2} \cos \varphi + \frac{n_1^2 - n_2^2}{2n_1 n_2} \right], \\ a_{21} &= n_1 \sin \varphi \left[\frac{(n_1 + n_2)^2}{2n_1 n_2} \cos \varphi - \frac{n_1^2 - n_2^2}{2n_1 n_2} \right]. \end{aligned} \right\} \quad (6)$$

Отметим, что поскольку определитель матрицы интерференции равен 1, то

$$a_{12} a_{21} = \sin^2 \psi. \quad (7)$$

Согласно формулам (2), (5) и (6), T есть четная периодическая функция φ с периодом 2π . Кроме того, она имеет следующее свойство симметрии: замена $n_2 \rightarrow n_1^2/n_2$ вместе со сдвигом аргумента $\varphi \rightarrow \varphi \pm \pi$ не меняет T . Отсюда вытекает, что теория, развитая для пленки типа (1), применима и к пленке обратного типа, т. е. $D(0,5LH0,5L)^k$. Поэтому в нижеследующем подробно рассмотрим только пленку типа (1).

Между пленками обоих типов имеется, однако, следующее существенное различие. Пленка типа (1) действует как фильтр, прозрачный в длинноволновой и непрозрачный в коротковолновой области; пленка же обратного типа $D(0,5LH0,5L)^k$ действует как фильтр, прозрачный в коротковолновой и непрозрачный в длинноволновой области.

В самом деле, в интервале

$$\left. \begin{aligned} \varphi_1 &< \varphi < \pi - \varphi_1, \\ \cos \varphi_1 &= \frac{n_1 - n_2}{n_1 + n_2} \end{aligned} \right\} \quad (8)$$

величина ψ , согласно формуле (5), комплексна:

$$\left. \begin{aligned} \psi &= \pi - i\gamma, \\ \operatorname{ch} \frac{\gamma}{2} &= \frac{n_1 + n_2}{2\sqrt{n_1 n_2}} \sin \varphi; \end{aligned} \right\} \quad (9)$$

следовательно,

$$\frac{\sin^2 k \psi}{\sin^2 \psi} = \frac{\operatorname{sh}^2 k \gamma}{\operatorname{sh}^2 \gamma} \gg 1$$

(если k достаточно велико) и поэтому T мало. Таким образом, интервал (8) является полосой непрозрачности фильтра. В интервалах $0 \leq \varphi \leq \varphi_1$ и $\pi - \varphi_1 \leq \varphi \leq \pi + \varphi_1$, наоборот, ψ вещественно и поэтому T относительно велико. Это — области прозрачности. Как будет показано ниже, для пленки типа (1) только в первом из этих интервалов, т. е. $0 \leq \varphi \leq \varphi_1$, можно осуществить особо высокое пропускание; следовательно такая пленка является прозрачной в длинноволновой области $0 \leq \varphi \leq \varphi_1$ и непрозрачной в коротковолновой $\varphi_1 < \varphi < \pi - \varphi_1$. Наоборот, в силу указанного выше свойства симметрии функции $T(\varphi)$ и ее четности пленка обратного типа $D(0,5LH0,5L)^k$ прозрачна в коротковолновой области $\pi - \varphi_1 \leq \varphi \leq \pi + \varphi_1$ и непрозрачна в длинноволновой области $\varphi_1 < \varphi < \pi - \varphi_1$.

Оптимизация фильтра

Под оптимизацией фильтра подразумеваем оптимальный выбор показателей преломления. Рассматривая по-прежнему пленку состава (1), найдем условия, необходимые для возможно более высокого пропускания в области $0 \leq \varphi \leq \varphi_1$. Установим прежде всего ту часть этой области, в которой пропускание фильтра выше пропускания чистой подложки, т. е. $T > T_0$, где

$$T_0 = \frac{4n}{(1+n)^2}, \quad (10)$$

и потребуем затем, чтобы и в остальной части T было возможно велико, хотя и меньше T_0 . Перепишем для удобства формулу (2) в виде

$$\frac{1}{T} = \frac{1}{T_0} + \frac{\sin^2 k \psi}{\sin^2 \psi} \cdot \frac{a_{12}^2}{4n} \left(\frac{a_{21}}{a_{12}} - 1 \right) \left(\frac{a_{21}}{a_{12}} - n^2 \right). \quad (11)$$

Для того чтобы было $T > T_0$, необходимо и достаточно, чтобы

$$\left(\frac{a_{21}}{a_{12}} - 1 \right) \left(\frac{a_{21}}{a_{12}} - n^2 \right) < 0. \quad (12)$$

В области высоких пропусканий ψ вещественно, и в силу (7) $\frac{a_{21}}{a_{12}} > 0$.

Кроме того, при $0 \leq \varphi \leq \varphi_1$

$$\cos \varphi \geq \frac{n_1 - n_2}{n_1 + n_2} \quad (13)$$

и потому в силу формул (6) $a_{12} \geq 0$, $a_{21} \geq 0$. Отсюда вытекает, что для выполнения неравенства $T > T_0$ должно быть

$$\left. \begin{aligned} a_{21} &> a_{12}, \\ a_{21} &< n^2 a_{12}. \end{aligned} \right\} \quad (14)$$

Подставляя в первое из этих неравенств выражения a_{12} и a_{21} из формул (6), находим

$$\cos \varphi > \frac{(n_1 - n_2)(n_1^2 + 1)}{(n_1 + n_2)(n_1^2 - 1)}, \quad (15)$$

т. е., согласно (8),

$$\cos \varphi > \cos \varphi_1 \cdot \frac{n_1^2 + 1}{n_1^2 - 1}. \quad (16)$$

Из второго неравенства (14) имеем:

$$(n_1^2 - n_2^2)(n_1 + n_2) \cos \varphi < (n_1^2 + n_2^2)(n_1 - n_2). \quad (17)$$

При $n > \sqrt{n_1 n_2}$ это неравенство выполняется в интервале $0 \leq \varphi \leq \varphi_1$ везде; в самом деле, если $n > n_1$, это очевидно, если же $n < n_1$, то из (17) следует

$$\cos \varphi < \frac{(n_1 - n_2)(n_1^2 + n_2^2)}{(n_1 + n_2)(n_1^2 - n_2^2)}, \quad (18)$$

где правая часть при $n > \sqrt{n_1 n_2}$ больше единицы. Таким образом, неравенство (18) является условием выполнения второго неравенства (14) только при $n < \sqrt{n_1 n_2}$.

Итак, мы получили следующий результат. Если обозначим интервал, в котором выполняется неравенство (12) т. е. $T > T_0$, через $\beta < \varphi < \alpha$, то

$$\left. \begin{aligned} \cos \beta &= \cos \varphi_1 \frac{n_1^2 + n_2^2}{n_1^2 - n_2^2} = \frac{(n_1 - n_2)(n_1^2 + n_2^2)}{(n_1 + n_2)(n_1^2 - n_2^2)}, \\ \cos \beta &= 1, \quad n \leq \sqrt{n_1 n_2}, \end{aligned} \right\} \quad (19)$$

и

$$\cos \alpha = \cos \varphi_1 \frac{n_1^2 + 1}{n_1^2 - 1} = \frac{(n_1 - n_2)(n_1^2 + 1)}{(n_1 + n_2)(n_1^2 - 1)}. \quad (20)$$

Интервал $\beta < \varphi < \alpha$ не покрывает, однако, всего интервала $0 \leq \varphi \leq \varphi_1$ даже при $n > \sqrt{n_1 n_2}$, так как $\varphi_1 > \alpha$. Это значит, что в участках $0 < \varphi < \beta$ и $\alpha < \varphi < \varphi_1$ области высокого пропускания $T < T_0$. Особенно малым может оказаться T во втором из этих участков, тогда как в первом малость φ компенсирует отчасти влияние множителя $\frac{\sin^2 k \psi}{\sin^2 \psi}$ в последнем члене формулы (11). Таким образом, наша задача состоит теперь в таком подборе показателей преломления слоев и полложки,

чтобы T , будучи меньше T_0 , было все-таки возможно велико — в первую очередь в участке $\alpha < \varphi < \varphi_1$, а затем и в участке $0 < \varphi < \beta$.

Для этого, согласно формуле (11), нужно позаботиться, чтобы множитель $\frac{\sin^2 k \psi}{\sin^2 \psi}$ имел в этих участках возможно малые значения. Но, как известно, функция $\frac{\sin^2 k \psi}{\sin^2 \psi}$ имеет максимумы при значениях ψ , удовлетворяющих уравнению

$$k \operatorname{tg} \psi = \operatorname{tg} k \psi. \quad (21)$$

Это уравнение имеет в интервале $0 \leq \psi \leq \pi$, соответствующем интервалу $0 \leq \varphi \leq \varphi_1$, $k - 2$ решений, приближенно равных

$$\frac{3\pi}{2k}, \quad \frac{5\pi}{2k}, \quad \dots, \quad \frac{(2k-3)\pi}{2k}$$

и, кроме того, точные решения $\psi = 0$ и $\psi = \pi$ на концах интервала.

Обратимся прежде всего к участку $\alpha < \varphi < \varphi_1$. Первый максимум функции $\frac{\sin^2 k \psi}{\sin^2 \psi}$, считая от φ_1 , лежит в этом участке при $\psi = \frac{(2k-3)\pi}{2k}$. Чтобы он не мог обусловить слишком низкого значения T при соответствующем значении φ , последнее должно лежать уже вне «опасного» участка $\alpha < \varphi < \varphi_1$, т. е. оно должно войти в интервал $\beta \leq \varphi \leq \alpha$, где выполняется неравенство (12) и поэтому $T \geq T_0$. Еще лучше, если в интервал $\beta \leq \varphi \leq \alpha$ войдет не только максимум при $\psi = \frac{(2k-3)\pi}{2k}$, но и предшествующий ему минимум при $\psi = \frac{(k-1)\pi}{k}$. Тогда в участок $\alpha < \varphi < \varphi_1$ войдет только та область, где функция $\frac{\sin^2 k \psi}{\sin^2 \psi}$ с уменьшением φ убывает, начиная от значения k^2 на границе $\varphi = \varphi_1$. Так как в том же участке, при изменении φ от φ_1 до α , множитель $\alpha_{12}^2 \left(\frac{a_{21}}{a_{12}} - 1 \right) \left(\frac{a_{21}}{a_{12}} - n^2 \right)$ тоже убывает, то этим обеспечивается монотонность перехода T от низких значений при $\varphi > \varphi_1$ к высоким при $\varphi < \alpha$.

Итак, потребуем, чтобы значение φ , соответствующее значению $\psi = \frac{(k-1)\pi}{k}$, было меньше или равно α . Так как ψ монотонно растет с φ и так как, согласно (5) и (20), при $\varphi = \alpha$

$$\cos \psi = \frac{2n_1(n_1^2 + n_2^2) - n_2(n_1^2 + 1)^2}{n_2(n_1^2 - 1)^2},$$

то должно быть

$$\cos \frac{(k-1)\pi}{k} \geq \frac{2n_1(n_1^2 + n_2^2) - n_2(n_1^2 + 1)^2}{n_2(n_1^2 - 1)^2}, \quad (22)$$

откуда

$$\sin \frac{\pi}{2k} \geq \sqrt{\frac{n_1}{n_2} \cdot \frac{n_1 - n_2}{n_1^2 - 1}}. \quad (23)$$

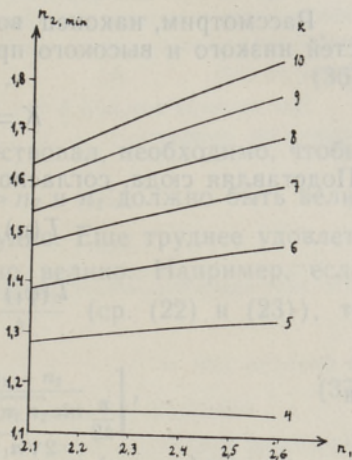
Если n_1 и k заданы, то эта формула определяет нижнюю границу для n_2 :

$$n_2 \geq n_1 \left[\sqrt{1 + \frac{(n_1^2 - 1)^2}{4n_1^2} \sin^2 \frac{\pi}{2k}} - \frac{n_1^2 - 1}{2n_1} \sin \frac{\pi}{2k} \right]^2. \quad (24)$$

На рис. 1 показана, согласно этой формуле, зависимость $n_{2, \min}$ от n_1 и k .

Показатель преломления n_1 выгодно брать возможно большим, так как, чем больше n_1 , тем уже, согласно формуле (20), «опасный» участок $\alpha < \varphi < \varphi_1$. С другой стороны, чем больше n_2 , тем уже, согласно формуле (9), область низкого пропускания $\varphi_1 \leq \varphi \leq \pi - \varphi_1$. Чтобы сохранить ширину этой области достаточно большой, целесообразно брать для n_2 именно его минимальное допустимое значение, согласно (24).

Рис. 1.



Итак, положим

$$n_2 = n_1 \left[\sqrt{1 + \frac{(n_1^2 - 1)^2}{4n_1^2} \sin^2 \frac{\pi}{2k}} - \frac{n_1^2 - 1}{2n_1} \sin \frac{\pi}{2k} \right]^2. \quad (25)$$

При таком выборе для φ_1 получается простая формула:

$$\operatorname{tg} \left(\frac{\pi}{2} - \varphi_1 \right) = \frac{n_1^2 - 1}{2n_1} \sin \frac{\pi}{2k}, \quad (26)$$

определяющая половину ширины $\pi - 2\varphi_1$ области низкого пропускания. Как видно из (26), эта область тем шире, чем больше n_1 , и тем уже, чем больше k .

Далее рассмотрим участок $0 < \varphi < \beta$. Согласно формуле (19), он существует только при $n < \sqrt{n_1 n_2}$. Чтобы в него не вошел ни один максимум функции $\frac{\sin^2 k \psi}{\sin^2 \psi}$, можно поступить аналогично тому, как мы сделали в участке $\alpha < \varphi < \varphi_1$. Именно, потребуем, чтобы значение φ , соответствующее значению $\psi = \frac{\pi}{k}$, было равно β . Тогда, аналогично формуле (23), получим:

$$\cos \frac{\pi}{2k} = n \sqrt{\frac{n_1}{n_2} \frac{n_1 - n_2}{n_2^2 - n^2}}, \quad (27)$$

откуда

$$n = n_1 \left[\sqrt{1 + \frac{(n_1 - n_2)^2}{4n_1 n_2 \cos^2 \frac{\pi}{2k}}} - \frac{n_1 - n_2}{2\sqrt{n_1 n_2} \cos \frac{\pi}{2k}} \right]. \quad (28)$$

Если n_2 выбрано согласно (25), то отсюда следует:

$$n = n_1 \left[\sqrt{1 + \frac{(n_1^2 - 1)^2}{4n_1^2} \operatorname{tg}^2 \frac{\pi}{2k}} - \frac{n_1^2 - 1}{2n_1} \operatorname{tg} \frac{\pi}{2k} \right]. \quad (29)$$

Как увидим на приведенном ниже примере, такой выбор n действительно обеспечивает в участке $0 < \varphi < \beta$ очень незначительное уменьшение T по сравнению с T_0 , тогда как при меньших значениях n T испытывает заметные колебания. Среднее же значение T в области высокого пропускания почти не зависит от n .

Рассмотрим, наконец, вопрос о крутизне K фильтра на границе областей низкого и высокого пропускания. Ее удобно определять формулой

$$K = \frac{\pi}{2} \cdot \frac{T(\alpha) - T(\varphi_1)}{\varphi_1 - \alpha}. \quad (30)$$

Подставляя сюда, согласно формулам (8), (11) и (20),

$$\left. \begin{aligned} T(\alpha) &= T_0, \\ T(\varphi_1) &= \frac{T_0}{1 + \frac{4n^2 k^2 (n_1 - n_2)^2}{n_1^3 n_2 (1+n)^2}} \end{aligned} \right\} \quad (31)$$

и

$$\varphi_1 - \alpha \approx \sin(\varphi_1 - \alpha) = \frac{2\sqrt{n_1 n_2 (n_1 - n_2)} [n_1^2 + 1 - \sqrt{(n_1^3 - n_2)(n_1 - n_2^{-1})}]}{(n_1 + n_2)^2 (n_1^2 - 1)}, \quad (32)$$

находим

$$K = \frac{\pi}{2} \cdot \frac{T_0}{1 + \frac{n_1^3 n_2 (1+n)^2}{4n^2 k^2 (n_1 - n_2)^2}} \cdot \frac{(n_1^2 - 1) \sqrt{n_1 n_2} [n_1^2 + 1 + \sqrt{(n_1^3 - n_2)(n_1 - n_2^{-1})}]}{2n_1^2 (n_1 - n_2)}. \quad (33)$$

Эта формула показывает, что крутизна тем больше, чем больше k . Что касается зависимости K от n , то, как увидим ниже на примере, она столь слаба, что ею можно пренебречь.

Чтобы исчерпать вопрос об оптимизации до конца, покажем, что в интервале $\pi - \varphi_1 < \varphi < \pi + \varphi_1$, несмотря на вещественность ψ , пропускание фильтра состава (1) нельзя удержать на достаточно высоком уровне. В этом интервале $a_{12} \leq 0$, $a_{21} \leq 0$, так что неравенство $T > T_0$ требует выполнения условий (ср. (14))

$$\left. \begin{aligned} a_{21} &< a_{12}, \\ a_{21} &> n^2 a_{12}. \end{aligned} \right\} \quad (34)$$

С помощью формул (6) находим отсюда, во-первых,

$$\cos \varphi < \frac{(n_1^2 + 1)(n_1 - n_2)}{(n_1^2 - 1)(n_1 + n_2)}.$$

Это условие в интервале $\pi - \varphi_1 < \varphi < \pi + \varphi_1$ выполняется везде, так как там $\cos \varphi < 0$. Во-вторых, если $n_1 > n$, то

$$\cos \varphi > \frac{(n_1^2 + n^2)(n_1 - n_2)}{(n_1^2 - n^2)(n_1 + n_2)},$$

что невыполнимо. Если же $n_1 < n$, то

$$\cos \varphi < - \frac{(n^2 + n_1^2)(n_1 - n_2)}{(n^2 - n_1^2)(n_1 + n_2)}. \quad (35)$$

Таким образом, неравенство $T > T_0$ выполняется только в участке $\pi - \alpha' < \varphi < \pi + \alpha'$; где

$$\cos \alpha' = \frac{(n^2 + n_1^2)(n_1 - n_2)}{(n^2 - n_1^2)(n_1 + n_2)}. \quad (36)$$

Для того чтобы такой участок вообще существовал, необходимо, чтобы $\cos \alpha' \leq 1$, откуда $n > n_1 \sqrt{\frac{n_1}{n_2}}$. Так как $n_1 > n_2$ и n_1 должно быть велико, то удовлетворить этому неравенству трудно. Еще труднее удовлетворить ему так, чтобы α' было достаточно велико. Например, если потребуем, чтобы при $\varphi = \alpha'$ было $\psi = \frac{(k-1)\pi}{k}$ (ср. (22) и (23)), то

$$n = n_1 \left[\sqrt{1 + \frac{(n_1 - n_2)^2}{4n_1 n_2 \sin^2 \frac{\pi}{2k}}} + \frac{n_1 - n_2}{2\sqrt{n_1 n_2} \sin \frac{\pi}{2k}} \right], \quad (37)$$

откуда, например, для $n_1 = 2,5$, $n_2 = 1,5$, $k = 5$ получается $n = 5,347$.

Пример

Напишем прежде всего еще несколько общих формул. Если $\varphi = \frac{\pi}{2}$, то $T = T_{\min}$. Тогда, согласно формулам (6) и (9),

$$\left. \begin{aligned} a_{12} &= \frac{\operatorname{sh} \gamma_0}{n_1}, \\ a_{21} &= -n_1 \operatorname{sh} \gamma_0, \end{aligned} \right\} \quad (38)$$

где

$$\operatorname{ch} \gamma_0 = \frac{n_1^2 + n_2^2}{2n_1 n_2}. \quad (39)$$

Подставляя эти выражения в формулу (2), находим:

$$T_{\min} = \frac{4n}{(1+n)^2 + \frac{(n_1^2 + 1)(n_1^2 + n_2^2)}{n_1^2} \operatorname{sh}^2 k \gamma_0}. \quad (40)$$

Из формулы (39) приближенно следует:

$$\gamma_0 \approx \frac{n_1 - n_2}{\sqrt{n_1 n_2}}, \quad (41)$$

а из формулы (23), где следует взять знак равенства, если n_2 выбрано согласно (25),

$$k \approx \frac{\pi}{2} \sqrt{\frac{n_2}{n_1}} \cdot \frac{n_1^2 - 1}{n_1 - n_2}. \quad (42)$$

Следовательно,

$$k \gamma_0 \approx \frac{\pi(n_1^2 - 1)}{2n_1}. \quad (43)$$

Эта формула вместе с формулой (40) показывает, что возможно большое значение n_1 обеспечивает возможно низкий минимум T независимо от значения k . Таким образом, выбор возможно большего значения k диктуется только интересами крутизны, согласно формуле (33).

Для примера возьмем $k = 6$ (тринадцатислойный фильтр) и $n_1 = 2,5$. Тогда из формулы (43) следует:

$$k \gamma_0 \approx 3,298 \quad (44)$$

и

$$\text{sh}^2 k \gamma_0 \approx 182,5. \quad (45)$$

Это значение обеспечивает достаточную малость T_{min} . Формула (25) дает

$$n_2 = 1,461 \quad (46)$$

и формула (29) —

$$n = 1,893. \quad (47)$$

Для более подробного изучения влияния n на характеристики фильтра примем, кроме значения (47), для n в двух других вариантах еще значения 1,7 и 1,5.

Из формул (8) и (20) находим еще

$$\begin{aligned} \varphi_1 &= 74^\circ 48', \\ \alpha &= 68^\circ 46', \end{aligned} \quad (48)$$

тогда как для β получаем в трех вариантах значения:

$$\begin{aligned} n = 1,893, & \quad \beta = 14^\circ 36', \\ n = 1,7, & \quad \beta = 44^\circ 28', \\ n = 1,5, & \quad \beta = 56^\circ 8'. \end{aligned} \quad (49)$$

Независимость крутизны от n иллюстрируется для данного примера рядом значений, вычисленных по формуле (33):

n	1,5	1,6	1,7	1,8	1,9
K	10,2	10,2	10,2	10,1	10,1.

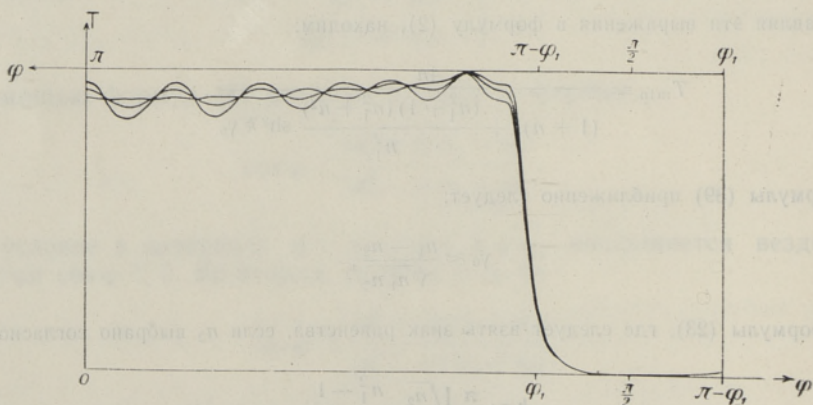


Рис. 2.

Результаты вычисления T в трех вариантах показаны на рис. 2. Для пленки типа (1) ось φ находится внизу и направлена вправо, а для пленки обратного типа (с $n_L = 2,5$ и $n_H = 4,278$) — вверх и направлена влево. Среднее значение T в области высоких пропусканий, т. е. в интервале $0 < \varphi < \varphi_1$, равно 89,3% при $n = 1,893$, 89,9% при $n = 1,7$ и 90,3% при $n = 1,5$. Таким образом, коэффициент пропускания в среднем зависит от n очень слабо.

ЛИТЕРАТУРА

1. Суетин В. Ф., Черепанова М. Н., Первеев А. Ф., ОМП, № 6, 15 (1963).
2. Ребане К. К., Уч. зап. ТГУ, вып. 62, 180 (1958).
3. Несмелов Е. А., Конюхов Г. П., ОМП, № 10, 10 (1961).
4. Vega J. J., Optica acta, 12, 515 (1965).

Тартуский государственный университет

Поступила в редакцию
26/I 1968

P. KARD, J. NESMELOV, G. KONJUHHOV

VEERANDLAINEPAKSUSTE KIHTIDEGA TÖKKEFILTRI TEORIA

Valgusfilter (tõkkefilter), mille läbilaskvus on suur spektri pikalainelises ning väike lühilainelises osas (või vastupidi), koosneb paaritust arvust veerandlainepaksustest, vaheldumisi suure (n_1) ja väikese (n_2) murdumisnäitajaga kihtidest, kusjuures äärmised kihid on $(\lambda/8)$ -paksused. Niisuguse filtri optilised omadused on optimaalsed juhul kui 1) n_1 on võimalikult suur; 2) n_2 rahuldab võrratust (24), kus $2k+1$ on kihtide koguarv; seejuures on n_2 väikseim väärtus parim (vt. valem (25) ning joon. 1); 3) filtri alusplaadi murdumisnäitaja n on valitud valemi (29) järgi. Viimane nõue on oluline selleks, et filtri läbilaskvuskoeffitsient oleks läbipaistvuspäätkonnas võimalikult ühtlane. Nii läbilaskvuskoeffitsiendi keskvärtus selles päätkonnas kui ka kahe päätkonna vahelise üleminekuuala laius sõltuvad aga n -st tegelikult väga nõrgalt (vt. joon. 2).

P. KARD, Ye. NESMELOV, G. KONYUKHOV

THEORY OF A QUARTER-WAVE CUT-OFF FILTER

A quarter-wave cut-off light-filter, made up of an odd number of alternating quarter-wave high- and low-index layers with $(\lambda/8)$ -layers at the boundaries has optimum performance, when 1) the refractive index of high-refracting layers, n_1 , is as large as possible; 2) the refractive index of low-refracting layers, n_2 , satisfies inequality (24), where $2k+1$ is the number of all layers; the best value of n_2 is the minimum one according to formula (25) (s. also Fig. 1); 3) the refractive index of the substrate, n , is chosen according to formula (29). The last requirement is essential for the uniformity of transmittance in the region of high transparency of the filter. The average value of transmittance in this region and the steepness of the filter depend in fact very slightly on n (s. Fig. 2).