Изв. АН Эстонии. Физ. Матем., 1992, 41, 2, 142—149 https://doi.org/10.3176/phys.math.1992.2.10

#### УДК 535.345.6

# *Диана ГЕРШЕНЗОН\*, Лембит СОССИ\**

# УСЛОВИЯ МАКСИМУМА ПРОПУСКАНИЯ МЕТАЛЛО-**ДИЭЛЕКТРИЧЕСКИХ ИНТЕРФЕРЕНЦИОННЫХ ФИЛЬТРОВ**

## (Представил В. Хижняков)

Теория металло-диэлектрических интерференционных покрытий нашла свое основное развитие в работах П. Карда, систематическое изложение которой можно найти в монографии [1]. Главной целью в этой области было подробное изучение математической структуры теории, выявление величин, наиболее общим образом описывающих свойства металло-диэлектрических покрытий. Поэтому задачами предлагаемой работы являются более прикладные аспекты: исходя из математического аппарата, развитого П. Кардом, в частности из идеи сопряженной пленки, вывести выражения для нахождения условий максимума пропускания интерференционных фильтров, содержащих металлические слои. Преимущество таких фильтров перед чисто диэлектрическими состоит в том, что при сравнительно небольшом числе слоев в покрытии можно, используя поглощение и ярко выраженные дисперсионные свойства металлов, добиться значительного снижения коэффициента пропускания в широкой спектральной области вокруг точки с максимальным пропусканием. В качестве примера, иллюстрирующего данные соображения, рассматривается синтез простейшего металло-диэлектрического фильтра с одним металлическим слоем.

## 1. Условия минимума коэффициента пропускания

Рассмотрим интерференционное покрытие, состоящее из двух диэлектрических пакетов, между которыми находится поглощающий пакет. Индексируем характеристики диэлектрических пакетов при исходной среде через 1 и при подложке через 2. Характеристики поглощающего пакета имеют индекс М. Диэлектрические слои, ограничивающие пакет М, являются для пакета 1 конечными и для пакета 2 исходными, и их можно рассматривать как промежуточные, т. е. соединяющие поглощающий пакет с пакетами 1 и 2 (см. рис. 1).

Найдем условия максимума коэффициента пропускания такой системы при заданном поглощающем пакете.

Введем величины

$$a = r/t, \tag{1.1}$$

$$b = 1/t, \tag{1.2}$$

5 Resti TA Toimelised, F \* M. 2 1992

где r и t амплитудные коэффициенты отражения и пропускания. Тогда согласно [1] (с. 23) можно записать для  $a_s$  и  $b_s$  всего покрытия

$$a_{s} = a_{1}b_{c} \exp(i\xi_{1}) + a_{c}\tilde{b}_{1}^{*} \exp(-i\xi_{1}),$$
  

$$b_{s} = b_{1}b_{c} \exp(i\xi_{1}) + a_{c}\tilde{a}_{1}^{*} \exp(-i\xi_{1}). \qquad (1.3)$$

\* Tartu Ülikool (Тартуский университет). EE2400 Tartu, Tähe 4. Estonia.

142

Здесь величины ас и bc принадлежат системе металлический слой-пакет 2, звездочка обозначает комплексно-сопряженную величину, а знак тильды показывает, что все коэффициенты преломления, встречающиеся в этих величинах, заменяются их комплексно-сопряженными значениями. Так как в данном случае все показатели преломления, входящие в  $a_1$  и  $b_1$ , вещественны (слои диэлектрические), то

$$\tilde{a}_1 = a_1, \quad \tilde{b}_1 = b_1$$
. Plane or reviews a (1.4)

Величина Е в экспонентах принадлежит промежуточному слою при пакете 1 и выражается формулой

$$\xi_1 = k n_1 h_1,$$
 (1.5)

- волновое число света в вакууме, n<sub>1</sub> где k -- показатель преломления и h<sub>1</sub> — толщина промежуточного слоя.

Теперь, используя запись

$$a = \sqrt{R/T} \exp(i\alpha), \qquad (1.6)$$
$$b = \sqrt{1/T} \exp(i\beta).$$

$$b = \sqrt{1/T} \exp(i\beta)$$
,

где R и T — энергетические коэффициенты отражения и пропускания, а а и в — фазы комплексных величин а и b, получаем из формул (1.3)

$$R_{s}/T_{s} = \frac{R_{1} + R_{c} + 2\gamma R_{1}R_{c}\cos\varphi}{T_{1}T_{c}}, \qquad (1.7)$$

$$1/T_s = \frac{R_1 R_c + 1 + 2 \sqrt{R_1 R_c} \cos \varphi}{T_1 T_c}$$

где овещоилов я

$$\varphi = 2\xi_1 + \alpha_1 + \beta_1 - \alpha_c - \beta_c$$

А.Л. должна быть минималь



Рис. 1. Структура интерференционного фильтра с поглощающим пакетом: 1 — диэлектрический пакет при исходной среде, 2 — диэлектрический пакет при подложке, 5, и ξ2 — промежуточные слои, соединяющие поглощающий пакет (М)с диэлектрическими пакетами. накет ограниче пакетами. естомосто телен анционаци

(1.8)

Обозначая через А коэффициент поглощения и учитывая, что R+T+A=1,(1.9)

получаем из выражений (1.7)

$$A_s/T_s = A_c/T_c, \tag{1.10}$$

откуда следует, что величина  $A_s/T_s$  не зависит от верхней диэлектической подпленки (от пакета 1), а полностью определяется нижней (металлический слой-пакет).

Этот результат, который впервые обнаружил П. Кард (см. напр., [1], с. 69), имеет довольно общий характер в том смысле, что для его получения выбор границ раздела двух подсистем произволен в пределах первого диэлектрического пакета. Важно только то, что верхняя подпленка только диэлектрическая и поглощающие слои содержатся в нижней подпленке.

Итак, величина

$$A/T = \text{const} \tag{1.11}$$

для любой подпленки, содержащей по крайней мере пакет 2 и все поглощающие слои.

Далее, решая задачу максимальности  $T_s$  по  $R_1$  и  $\phi$ , получаем

$$\varphi = (2l+1)\pi; \quad l = 0, 1, 2... \tag{1.12}$$

THINKRAMIA HEREPORTERROWAR STAR

$$R_1 = R_c.$$
 (1.13)

Подставляя (1.12) и (1.13) в первую формулу (1.7), получаем, что

$$R_s = 0.$$
 (1.14)

Мы говорим, что условия (1.12) и (1.13) обеспечивают внешнее просветление системы: весь световой поток попадает в поглощающую подпленку.

Учитывая теперь соотношения (1.9), (1.10) и (1.14), имеем

$$1/T_s = A_c/T_c + 1 = |b_c|^2 - |a_c|^2, \tag{1.15}$$

откуда следует, что для максимального пропускания T<sub>s, max</sub> величина A<sub>c</sub>/T<sub>c</sub> должна быть минимальной.

Для нахождения условий минимума этой функции выпишем величины  $a_c$  и  $b_c$  через спектральные характеристики поглощающего пакета и пакета 2

$$a_{c} = a_{M}b_{2} \exp(i\xi_{2}) + a_{2}\tilde{b}_{M}^{*} \exp(-i\xi_{2}),$$
  

$$b_{c} = b_{M}b_{2} \exp(i\xi_{2}) + a_{2}\tilde{a}_{M}^{*} \exp(-i\xi_{2}),$$
(1.16)

где

$$\xi_2 = k n_2 h_2$$
 (1.17)

величина такого же типа, как ξ1.

Используя формулы (1.16) и тот факт, что для диэлектрических систем  $\tilde{b} = b$  и  $\tilde{a} = a$ , имеем

$$|b_c|^2 - |a_c|^2 + |\tilde{b}_c|^2 - |\tilde{a}_c|^2 = |b_M|^2 - |a_M|^2 + |\tilde{b}_M|^2 - |\tilde{a}_M|^2$$

и, учитывая еще (1.11), находим

$$|b_s|^2 - |a_s|^2 + |\tilde{b}_s|^2 - |\tilde{a}_s|^2 = |b_M|^2 - |a_M|^2 + |\tilde{b}_M|^2 - |\tilde{a}_M|^2. \quad (1.18)$$

Отсюда следует, что для любой системы, в которой можно выделить поглощающий пакет, ограниченный диэлектриками, существует величина, зависящая только от свойств этого поглощающего пакета. Определим эту величину согласно (1.12) как

$$S = 1/2 \left( |b|^2 - |a|^2 + |\tilde{b}|^2 - |\tilde{a}|^2 \right).$$
(1.19)

Сразу видно, что

$$S = \tilde{S}.$$
 (1.20)

Кроме того, используя равенство (1.9) и соотношение

MSOLD MHROSPHELLETS

$$A/T + \tilde{A}/\tilde{T} \ge 0, \tag{1.21}$$

доказанное П. Кардом ([<sup>1</sup>], с. 74), можно величину S представить и в следующем виде

(1.2) 
$$S = \frac{1}{2} (A/T + \tilde{A}/\tilde{T}) + 1,$$
 (1.22)

откуда следует

$$S \ge 1.$$
 (1.23)

Теперь, используя опять соотношение (1.16), можно вычислить

$$|b_{c}|^{2} - |a_{c}|^{2} = \frac{1}{1 - R^{2}} (|b_{M}|^{2} - |a_{M}|^{2}) - R_{2} (|\tilde{b}_{M}|^{2} - |\tilde{a}_{M}|^{2}) + + 2\sqrt{R_{2}} |b_{M}\tilde{a}_{M} - \tilde{b}_{M}a_{M}| \cos(2\xi_{M} + \beta_{2} - \alpha_{2} + \sigma), \qquad (1.24)$$

где

**T** 7

$$b_M \tilde{a}_M - \tilde{b}_M a_M = |b_M \tilde{a}_M - \tilde{b}_M a_M| \exp(i\sigma). \qquad (1.25)$$

Здесь  $|b_c|^2 - |a_c|^2$  будет минимальным, если на пакет 2 наложены условия

$$2\xi_2 + \beta_2 - \alpha_2 + \sigma = l\pi, \quad l = 1, 3, 5 \dots$$
 (1.26)

$$\sqrt{R_2} = C_M - \sqrt{C_M^2 - 1}$$
, (1.27)  
где

$$C_{M} = \frac{|b_{M}|^{2} - |a_{M}|^{2} - |\tilde{b}_{M}|^{2} + |\tilde{a}_{M}|^{2}}{2|b_{M}\tilde{a}_{M} - \tilde{b}_{M}a_{M}|}.$$
 (1.28)

Учитывая (1.26) — (1.28) и выражение для S (1.19), получаем

$$(|b_c|^2 - |a_c|^2)_{\min} = S + \sqrt{S^2 - 1},$$
 (1.29)

и согласно (1.15)

$$T_{s,\max} = \frac{1}{(|b_c|^2 - |a_c|^2)_{\min}} = \frac{1}{S + \sqrt{S^2 - 1}}.$$
 (1.30)

Необходимо отметить, что в случае симметричности поглощающего пакета, когда

$$-\tilde{a}^* = a, \tag{1.31}$$

выполняется равенство поста сталино синохосо Н

OBJER BELEO

$$R_2 = R_c, \tag{1.32}$$

а согласно (1.13) и

$$R_1 = R_2.$$
 (1.33)

Дальнейшая минимизация коэффициента пропускания связана с анализом структуры поглощающего пакета, т. е. нахождением тех условий, когда S становится минимальным. Но этот вопрос требует специального изучения. Здесь мы ограничиваемся рассмотрением простейшего случая, когда поглощающий пакет состоит лишь из одного металлического слоя.

# 2. Узкополосный фильтр с одним металлическим слоем

Если поглощающий пакет состоит из одного металлического слоя, то

$$a_{M} = \frac{n_{1} - n_{2}}{2\sqrt{n_{1}n_{2}}} \cos \xi + i \frac{n_{1}n_{2} - N^{2}}{2N\sqrt{n_{1}n_{2}}} \sin \xi, \qquad (2.1)$$

$$b_{M} = \frac{n_{1} + n_{2}}{2\sqrt{n_{1}n_{2}}} \cos \xi + i \frac{n_{1}n_{2} + N^{2}}{2N\sqrt{n_{2}n_{2}}} \sin \xi, \qquad (2.2)$$

где

$$\xi = kh_M N, \qquad (2.3)$$

h<sub>м</sub> — толщина металлического слоя и

$$N = n - i \varkappa \tag{2.4}$$

комплексный показатель преломления металла.

Величина S, через которую определяется T<sub>s, max</sub> (формула (1.30)), выглядит теперь так

$$S = \frac{n^2 \operatorname{ch} \left(2k \varkappa h_M\right) + \varkappa^2 \cos\left(2knh_M\right)}{n^2 + \varkappa^2} . \tag{2.5}$$

Величина  $C_M$ , с помощью которой можно найти  $R_2$  (формулы (1.27) и (1.28)), не имеет такого компактного выражения, как *S*. Для вычисления  $C_M$  используем формулы (2.1)—(2.4) и (1.28), напоминая, что встречающиеся в (1.28) величины с тильдой указывают на то, что все коэффициенты преломления, встречающиеся в них, заменяются комплексно-сопряженными, т. е.  $N \rightarrow N^*$ .

Синтез узкополосного интерференционного фильтра происходит следующим образом:

выбираем металлический слой и определяем нужное значение  $R_2$  для диэлектрического пакета 2 в точке максимального пропускания.

Фазовые условия максимума пропускания достигаются варьированием промежуточного слоя между металлом и пакетом 2, пока величина  $|b_c|^2 - |a_c|^2$  не будет иметь минимальное значение. После этого, добавляя пакет 1, для которого в точке максимального пропускания  $R_1 = R_2$ , варьируем другой промежуточный слой, добиваясь  $R_s = 0$  для всей системы.

Вне полосы пропускания узкополосный фильтр должен иметь минимально возможное пропускание. Но для фильтров с металлическим слоем можно благодаря поглощению добиться малых пропусканий и тогда, когда математические условия минимальности пропускания не удовлетворяются. Необходимо лишь то, чтобы энергетические и фазовые условия не были одновременно близкими к условиям максимальности пропускания. Поэтому можно использовать довольно простые и хорошо реализуемые структуры фильтров, одну из которых мы здесь и представим. Металлом является Al, комплексный показатель преломления которого в точке максимального пропускания  $\lambda_0 = 460$  нм равен N = 0,65 - i5,49. При толщине слоя металла  $h_M = 21,78$  нм можно добиться пропускания  $T_{s, \max} = 0,649$ . Коэффициент отражения диэлектрических пакетов в точке максимального пропускания должен быть  $R_1 = R_2 = 0,702$ .

Структура фильтра представлена в таблице.

Номер слоя	Показатель преломления	Оптическая толщина слоя $\lambda_0/4$	Примечания
0	1	winan u <u>n</u> akerene	Исходная среда
1 2 3 4	2,3 1,4 2,3 1,4	1,44 1 1 1	Пакет 1
5	2,3	2,755	Промежуточный слой
6	0,65— — <i>i</i> 5,49	0,1894 (21,78 нм)	Имеется в виду геометрическая тол- щина слоя металла (Al) и значение показателя преломления берется в точке максимального пропускания
7	2,3	2,807	Промежуточный слой
8 9 10 11	1,4 2,3 1,4 2,3	CADIF ECTRIC IN	Пакет 2
12	1,48	the examples of with	Подложка

Интерференционный фильтр с максимальным пропусканием 0,649 в точке  $\lambda_0 = 460$  нм

Пакет 2 представляет собой равнослойную двухкомпонентную систему из 4 слоев с показателями преломления  $n_H = 2,3$  и  $n_L = 1,4$ . В точке максимума пропускания при  $\lambda_0$  такой пакет имеет требуемый коэффициент отражения  $R_2 = 0,702$ .

Countral Arran - Software and - repair surrences part of a repair of the

Пакет 1 сходен с пакетом 2, за исключением того, что варьирован первый слой с целью получения при  $\lambda_0$  требуемого отражения  $R_1 = R_2 = 0,702$ .

Толщины промежуточных слоев получаются 2,755  $\lambda_0/4$  и 2,807  $\lambda_0/4$ .

Зависимость коэффициента пропускания от волнового числа изображена на рис. 2. Для волнового числа используем относительный масштаб  $k/k_0$  ( $k_0 = 2\pi/\lambda_0$ ,  $\lambda_0 = 1242$  нм), который численно совпадает со значениями соответствующей энергии излучения, выраженной в электрон-вольтах. Кроме того, учтена и зависимость показателя преломления Al от волнового числа.







Рис. 3. Относительное распределение интенсивности поглощения в металлическом слое с толщиной *h* для узкополосного интерференционного фильтра с одним металлическим слоем.

И, наконец, вычислено также распределение интенсивности поглощения  $\widetilde{Q}(x)$  в металлическом слое при максимальном пропускании.

$$\widetilde{Q}(x) \sim k n_M \varkappa_M |E_M(x)|^2, \quad 0 \leq x \leq h_M, \tag{2.6}$$

где  $E_H(x)$  — амплитуда электрического вектора в металлическом слое. Если  $E_M(x)$  представить в виде суммы прямой и обратной волн  $E_{M1}(x)$  и  $E_{M2}(x)$ 

$$E_M(x) = E_{M1}(x) + E_{M2}(x), \qquad (2.7)$$

то, как видно из рис. З, эти волны в металлическом слое нигде не компенсируют друг друга,

an polares

1. Кард П. Анализ и синтез многослойных интерференционных пленок. Таллинн, Валгус, 1971.

Поступила в редакцию 3/VI 1991

#### Diana HERRSCHENSOHN, Lembit SOSSI

# METALLDIELEKTRILISTE INTERFERENTSFILTRITE MAKSIMAALSE LÄBIPAISTVUSE TINGIMUSED

Interferentsfilter koosneb neelduvast süsteemist M, mis asetseb kahe dielektrilise paketi I ja 2 vahel ning on nendega ühendatud kihtide  $\xi_1$  ja  $\xi_2$  abil (joon. 1). Süsteem M, kiht  $\xi_2$  ja pakett moodustavad süsteemi -C. Kõik need komponendid on vastavalt indekseeritud (M, 1, 2, C). Kogu katet kirjeldavate suuruste indeks on S. On kasutatud spektraalseid karakteristikuid a=r/t ja b=1/t, kus r ja t on vastavalt amplituudne peegeldus ja läbilaskvuskoefitsient. Märk suuruse kohal tähendab, et seal on kõik murdumisnäitajad vahetatud nende kaaskompleksidega.

Etteantud neelduva süsteemi M korral saavutatakse maksimaalne läbilaskvus siis, kui pakett 2 rahuldab tingimusi (1.27) ja (1.28) ning pakett 1 tingimust (1.13). Sümmeetrilise neelduva süsteemi korral kehtib ka (1.33). Need tingimused on energeetilised.

Fikseeritud lainepikkuse korral on varieeritud  $\xi_2$  nõnda, et suurus  $|b_c|^2 - |a_c|^2$ saaks minimaalse väärtuse. Kihi  $\xi_1$  paksuse määrab tingimus  $r_s = 0$ . Kui kõik nimetatud tingimused on täidetud, saab maksimaalseks energeetiliseks läbilaskvuskoefitsiendiks  $T_{S, \max} = 1/(S_M + \sqrt{S_M^2 - 1})$ , kus suurus S on defineeritud (1.19)-ga.

On sünteesitud ühte alumiiniumkihti sisaldav interferentsfilter läbipaistvuse maksimumiga suhtelise lainearvu  $k/k_0=2.7$  juures ( $k_0=2\pi/\lambda_0$ ,  $\lambda_0=1242$  nm). Filtri struktuur on esitatud tabelis ja läbilaskvuskoefitsiendi sõltuvus lainearvust joonisel 2. Joonisel 3 on aga neelduvuse jaotumine metallkiles maksimaalse läbilaskvuse korral.

#### Diana HERRSCHENSOHN and Lembit SOSSI

## TRANSMITTANCE MAXIMUM CONDITIONS FOR METALLIC/DIELECTRIC INTERFERENCE FILTERS

The interference coating consists of the absorbing system M that lies between dielectric stacks I and 2, and is connected with them through dielectric layers  $\xi_1$  and  $\xi_2$  (see Fig. 1). The system M, the layer  $\xi_2$  and stack 2 are denoted as a system C. All quantities of the afore-mentioned components are indexed respectively (M, I, 2, C). The quantities describing the whole coating have an index S. There are used spectral characteristics a=r/t and b=1/t, with r and t being the amplitude reflection and transmission coefficients, respectively. The mark  $\sim$  above a quantity means that there all refractive indices are changed for their complex congruity. For the given absorbing system M we receive the maximum transmittance when stack 2 satisfies the conditions (1.27) and (1.28) and stack 1, resp., the condition (1.13). In case of the symmetrical absorbing system (1.33) is also satisfied. These conditions constrained in the symmetrical absorbing wave length wave length.

For the given absorbing system M we receive the maximum transmittance when stack 2 satisfies the conditions (1.27) and (1.28) and stack 1, *resp.*, the condition (1.3). In case of the symmetrical absorbing system (1.33) is also satisfied. These conditions are energetical. In case of the fixed wave-length we vary  $\xi_2$  so that the quantity  $|b_c|^2 - |a_c|^2$  takes the minimum value. The thickness of the layer  $\xi_1$  we determine, using the condition  $r_s=0$ . When all mentioned conditions are satisfied, then the energetical transmittance coefficient  $T_{s, \max}=1/(S_M+\gamma S_M^2-1)$ , where S is defined by (1.10).

by (1.19). An interference filter is designed with maximum transmittance by relative wavenumber  $k/k_0=2.7$  ( $k_0=2\pi/\lambda_0$ ,  $\lambda_0=1242$  nm) containing an aluminium layer. The structure of the filter is given in Table, and the transmission coefficient dependence on wave-number k is represented in Fig. 2. Fig. 3 represents the absorbtion distribution in the metallic layer in the maximum transmittance point  $k/k_0=2.7$ .

плоскости. Облучение выс солисогетиче сими частинами циентронами, \* Eesii Teaduste Akadeemia Füüsika (nstituut (Имскоут физики Академии исля Эсто-