Изв. АН Эстонии. Физ. Матем., 1991, 40, № 2, 80—88
https://doi.org/10.3176/phys.math.1991.2.03

УДК 681.51

*Юло ЯАКСОО*, Юло НУРГЕС*, Сандер СООНЕ**

# УПРАВЛЕНИЕ С ПРЕДСКАЗАНИЕМ НА БАЗЕ НАБЛЮДЕНИЙ

## 1. Введение

Управление технологическими процессами все больше зависит от развития вычислительной техники. Использование ЭВМ для проектирования систем управления, а также для реализации сложных алгоритмов управления, стало повседневным. В последние годы стала бурно развиваться область стыковки двух дисциплин: теории управления и теории вычислительных машин (экспертное управление реального времени, смытые и лингвистические модели и т. д.) [1, 2].

Причина развития — практические требования к системам управления. Многие реальные объекты нельзя представить классическими математическими моделями динамических систем, многие переменные имеют лингвистический характер (большой, малый, ненормальный и т. д.). В таком случае можно использовать для описания объекта только данные его наблюдения. Данные наблюдения, структурированные подходящим образом, называются базой наблюдений, представляющей собой некую модель объекта. Как при классическом моделировании, так и при базе наблюдений, прежде всего необходима точность описания объекта, т. е. нужно следить чтобы база наблюдений была достаточно полной для достижения управления с заданным качеством. В настоящей работе рассмотрены некоторые возможности дополнения и адаптации базы наблюдений.

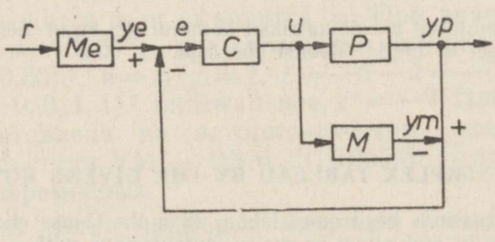


Рис. 1.

Не меньшее значение имеет также выбор схемы управления. В современных системах управления хорошие результаты достигнуты схемой «internal model control», в которой математическая модель объекта $M$ непосредственно включена в схему управления (рис. 1). Такая структура управления обеспечивает идеальное слежение задающего воздействия, если модель адекватно описывает объект ($M=P$) и регулятор представляет собой обратную модель ($C=M^{-1}$) [3]. Сходная схема управления используется и при управлении с предсказыванием [4]. Для определения обратной модели выбирается управляющее воздействие, обеспечивающее желаемый прогноз выхода. В нашей работе рассматриваются вопросы предсказания на базе наблюдений. Для сравнения векторов состояния используется экспоненциальная мера.

* Eesti Teaduste Akadeemia Küberneetika Instituut (Институт кибернетики Академии наук Эстонии). 200108 Tallinn, Akadeemia tee, 21. Estonia.

## 2. База наблюдений как модель объекта

Для синтеза регуляторов или разработки алгоритмов управления динамическими объектами используются различные математические модели (модель состояния, передаточная функция, дифференциальные уравнения и т. д.), а также их экспериментально снятые характеристики (частотные характеристики, переходная характеристика и др.). Статические объекты типа конечных автоматов часто представляются таблицами (матрицами) переходов состояния.

База наблюдений представляет собой матрицу переходов состояния для динамического объекта. Конечно, число различных состояний (дискретного) динамического объекта бесконечно и поэтому база наблюдений является, в принципе, грубой моделью обыкновенного динамического объекта.

Практическую ценность база наблюдений имеет для представления нелинейных динамических объектов и объектов управления, имеющих качественные (лингвистические) вход—выход переменные.

Для упрощения обозначений рассмотрим в дальнейшем дискретный скалярный объект, т. е. объект с одним входом $u(t)$ и выходом $y(t)$ в дискретные моменты времени $t=0, 1, 2, \ldots$. Составим $[2(na+np)+1]$-мерный вектор расширенного состояния

$$s_a^T(k)=[u_+^T(k),\ u_-^T(k),\ y_-^T(k),\ y_+^T(k)],$$

где

$$u_-^T(k)=[u(k-na), \ldots, u(k-1)],$$

$$u_+^T(k)=[u(k), \ldots, u(k+np-1)],$$

$$y_-^T(k)=[y(k-na), \ldots, y(k)],$$

$$y_+^T(k)=[y(k+1), \ldots, y(k+np)],$$

$k=1, \ldots, N$, относительное время (индекс) базы наблюдений, $na$ — период наблюдения, $np$ — период предсказания. Вектор

$$s^T(k)=[u_-^T(k),\ y_-^T(k)]$$

это состояние объекта в обыкновенном смысле, если только $na \geqslant n$, где $n$ — порядок объекта. Расширенное состояние $s_a(k)$ представляет в этом случае одну строку матрицы переходов состояния. Оно определяет в какое состояние $s(k+np)$ и по какой траектории $\{s(k+1), \ldots, s(k+np-1)\}$ переходит объект из состояния $s(k)$ под влиянием входных воздействий $u(k), \ldots, u(k+np-1)$.

Из расширенных векторов состояния $s_a(k)$, $k=1, \ldots, N$, составим $N\times[2(na+np)+1]$-мартицу

$$S=\begin{bmatrix} s_a(1) \\ \vdots \\ s_a(N) \end{bmatrix}, \tag{1}$$

называемую базой наблюдений.

Выделим из расширенного вектора состояния $s_a(k)$ следующие подвекторы:

— расширенное предсказанным выходом состояние

$$s_y^T(k)=[s^T(k),\ y_+^T(k)],$$

— расширенное предсказанным входом состояние

$$s_u^T(k)=[u_+^T(k),\ s^T(k)].$$

## 3. Управление с предсказанием

В последнее десятилетие предложено несколько алгоритмов управления линейными динамическими системами с долговременным предсказанием [4, 5], которые сразу нашли практическое применение благодаря простоте постановки и интерпретации задачи, а также хорошим показателям качества при управлении неудобными объектами (неминимальнофазные, с нестационарным запаздыванием).

Перенесем принцип управления с предсказанием на $np$-тактов вперед на базу наблюдений (1). Для этого определим желаемую траекторию выхода

$$y^T_{+e}(t) = [y_e(t), \ \ldots, \ y_e(t+np)]$$

в виде линейной эталонной модели первого порядка

$$y_e(t+i) = \alpha y_e(t+i-1) + (1-\alpha) r(t), \qquad i=1, \ \ldots, \ np;$$

$$y_e(t) = y(t),$$

где $r(t)$ — желаемый выход (уставка).

Составим расширенное эталонным выходом состояние

$$s^T_e(t) = [s^T(t), \ y^T_{+e}(t)]$$

и сравним его со всеми расширенными векторами состояния $s_y{}^T(k)$, $k=1, \ \ldots \ , N$, из базы наблюдений $S$ на основе экспоненциальной меры

$$\mu_y(t, k) = \exp\left\{-\frac{1}{2}[s_e(t) - s_y(k)]^T \Sigma^{-1} [s_e(t) - s_y(k)]\right\}, \tag{2}$$

где $\Sigma$ — матрица весов размерности $(2na+np+1)\times(2na+np+1)$.

Если $s_e(t) = s_y(k)$ при некоторой $k=k_0$, то последовательностью входных воздействий $u_+(k_0)$ обеспечивается также движение по желаемой траектории $y_{+e}(t)$. Тогда из определения (2) получим $\mu_y(t, k_0) = 1$.

Если $s_e(t) \neq s_y(k)$, $k=1, \ \ldots \ , N$, то целесообразно выбирать $M$ наиболее близких относительно меры $\mu_y(t, k)$ расширенных векторов состояния $s_y(k_j)$, $j=1, \ \ldots \ , M$ из базы наблюдений $S$. Управляемое воздействие $u_+(t)$ определим как усредненный относительно меры $\mu_y(t, k)$ предсказанный вход $u_+(k_j)$ из выбранных векторов $s_a(k_j)$

$$u_+(t) = \frac{1}{\sum\limits_{j=1}^{M} \mu_y(t, k_j)} \sum_{j=1}^{M} [\mu_y(t, k_j) u_+(k_j)]. \tag{3}$$

Теперь мы имеем $np$ кандидатов на управляющее воздействие в настоящий момент $t$, так как каждая из предсказанных входных последовательностей $u_+(t)$, $u_+(t-1)$, $\ldots$ , $u_+(t-np)$ предлагает свое управляющее воздействие $u(t)$, т. е. первый элемент вектора $u_+(t)$, второй элемент вектора $u_+(t-1)$ и т. д. При управлении с предсказанием на обыкновенной математической модели, как правило, выбирается первый элемент вектора $u_+(t)$, так как достоверность модели считается постоянной (или улучшающейся при адаптивном подходе). Достоверность базы наблюдений в качестве модели зависит в первую очередь от расстояния $\mu_y(t, k)$: чем ближе состояние $s_y(t)$ базисным векторам $s_y(k_j)$, тем лучше ожидаемое слежение эталонной траектории. Конечно, следует учитывать и временный фактор, т. е. устарение информации. Если изменяется желаемый выход $r(t) \neq r(t-1)$, все старые предсказанные входы $u_+(t-1)$, $\ldots$ , $u_+(t-np)$ недействительны.

Учитывая вышесказанное, определим меры $\gamma(t-\tau)$ достоверности предсказанных входов $u_+(t-\tau)$, $\tau=0, \ldots, nc$: $nc \leqslant np$ при $r(t)=r(t-1)=\ldots=r(t-nc)$, $r(t)\neq r(t-nc-1)$ следующим образом

$$\gamma(t-\tau)=\nu(t-\tau)\sum_k \mu_y(t-\tau, k), \tag{4}$$

где $\nu(t-\tau)$ — положительная монотонно убывающая функция от $\tau$. Управляющее воздействие $u(t)$ определим из предсказанной последовательности $u_+(t-\tau_0)$

$$u(t)=e^T(\tau_0)\,u_+(t-\tau_0), \tag{5}$$

где $e^T(\tau_0)=[\underbrace{0\ldots0}_{\tau_0-1}\ 1\ 0\ldots0]$, причем

$$\gamma(t-\tau_0)=\max_\tau \gamma(t-\tau).$$

Ввиду монотонности функции $\nu(t-\tau)$ мы имеем в каждый момент $t$ лишь две конкурирующие входные последовательности: новую $u_+(t)$ и старую $u_+(t-\tau)$, $\tau=\tau_0(t-1)+1$.

Достоверность предсказанных входов $u_+(t-\tau)$ можно определить и по предсказанным выходам $y_+(t-\tau)$. Для этого составим в каждый момент $t$ расширенное предсказанным входом $u_+(t)$ состояние $s_u(t)$ и найдем его расстояние от выбранных базисных векторов $s_u(k_j)$, $j=1, \ldots, M$.

$$\mu_u(t, k_j)=\exp\left\{-\frac{1}{2}\,[s_u(t)-s_u(k_j)]^T\,\Sigma_u^{-1}\,[s_u(t)-s_u(k_j)]\right\}, \tag{6}$$

где $\Sigma_u$ — квадратная матрица весов размерности $2na+np+1$. Определим предсказанный выход

$$y_+(t)=\frac{1}{\sum\limits_{j=1}^{M}\mu_u(t, k_j)}\sum_{j=1}^{M}\mu_u(t, k_j)\,y_+(k_j) \tag{7}$$

и найдем ошибку прогноза относительно эталонной траектории

$$\delta(t)=\exp\left\{-\frac{1}{2}\,[y_+(t)-y_{+e}(t)]^T\,\Sigma_\delta^{-1}\,[y_+(t)-y_{+e}(t)]\right\}.$$

Ошибка прогноза $\delta(t-\tau)$ служит мерой достоверности предсказанного входа $u_+(t-\tau)$. Учитывая также устарение функций $\nu(t-\tau)$, следует выбирать вход $u(t)$ по максимуму последовательности

$$\gamma_\delta(t-\tau)=\nu(t-\tau)\,\delta(t-\tau),$$

т. е. $\tau_0$ в (5) определяется формулой

$$\gamma_\delta(t-\tau_0)=\max_\tau \gamma_\delta(t-\tau).$$

### 4. Дополнение базы наблюдений

Как вытекает из определения (1), база наблюдений представляет собой $N\times[2(na+np)+1]$-матрицу. Для получения достаточно густой сети всевозможных состояний $N$ должна быть большой, а для получения достаточной информации о состоянии объекта периоды наблюдения $na$ и предсказанная $np$ не должны быть слишком малыми. Из теории линейных систем известно, что $na\geqslant n$, где $n$ порядок объекта.

Период предсказания $np$ выбирают по-разному: при управлении с долговременным предсказанием $np \geqslant n_{\max}$, $n_{\max}$ — время максимума весовой характеристики [4]; при адаптивном управлении по эталонной модели $np$ мал (1—2). Во всяком случае большой объем базы наблюдений — основной недостаток ее как модели.

Одно из преимуществ базы наблюдений как модели — простота адаптации. Начальную базу наблюдений следует составить в ходе испытаний или наблюдений объекта. Она может быть необъемистой $N_0 < N$, отражающей только основные направления движения объекта. Целесообразно дополнить (начальную) базу наблюдений в ходе нормальной работы. При этой стратегии дополнения базы могут быть различными. Рассмотрим некоторые из них.

## I. База равноудаленных состояний

1. Выберем шаг дискретности состояний $s(k)$ относительно экспоненциальной меры $\mu_{\max}$.
2. В каждый момент $t$ сравним текущее состояние $s(t)$ со всеми базисными векторами $s(k)$, $k=1, \ldots, N_0$ относительно меры $\mu(t, k)$.
3. Если $\mu(t, k) < \mu_{\max}$ для всех $k$, $k=1, \ldots, N_0$, включаем вектор $s(t)$ в базис на $(N_0+1)$-е место.

Такая простая стратегия подходит для стационарных объектов с достаточно большим $N$. При этом точность слежения уставки определяется шагом дискретности $\mu_{\max}$. Дополнение происходит с запаздыванием на $np$ тактов.

## II. База с динамическим буфером

1. Из базы $S$ выделяем $N_t$ строк для динамического буфера.
2. Буфер сохраняет последние $N_t$ расширенных состояний $s_a(t-np-1), \ldots, s_a(t-np-N_t)$.
3. Состояние $s_a(t-np-N_t)$ переносим в основную базу, если $\mu(t-np-N_t, k) < \mu_{\max}$, $k=1, \ldots, N_0$. В противном случае состояние $s_a(t-np-N_t)$ выбрасывают.

Благодаря динамическому буферу мы имеем в окрестности текущего состояния более густую сеть базисных состояний, а это значит, что точность слежения увеличивается.

## III. Адаптивная база

1. Определим индекс полезности $\lambda(k)$ базисного состояния $s(k)$ как число участия в формировании управляющего воздействия $u_+(t)$ по формулам (2) и (3).
2. Введем упорядочение всех $s(k)$, $k=1, \ldots, N$ по возрастанию индекса полезности $\lambda(k)$.
3. При переполнении базы наблюдений $S$ выбрасываем состояние $s(k_j)$ с минимальным индексом $\lambda(k_j)$.

Адаптивная база наблюдений предоставляет нам более густую сеть базисных состояний около обычной траектории движения объекта. Для наиболее новых базисных состояний целесообразно выделить особую, защищенную зону, а то новый базисный вектор скоро выбрасывается из-за малого индекса полезности.

IV. Интеллигентная база

Для уточнения и модификации индекса полезности $\lambda(k)$ можно сформулировать различные правила принятия решения. Например, участие в формировании управляющего воздействия можно разбить на удачные и на неудачные:

1. Зададим допустимые ошибки предсказания $\delta_{\min}$ и $\Delta_{\max}$.

2. Если предсказанный по (7) выход $y_+t$ находится близко к эталонной траектории $y_{+e}(t)$, т. е. $\delta(t) \geqslant \delta_{\min}$, и $|y(t+1) - e^T(1) y_+(t)| \leqslant \leqslant \Delta_{\max}$, управление удачное.

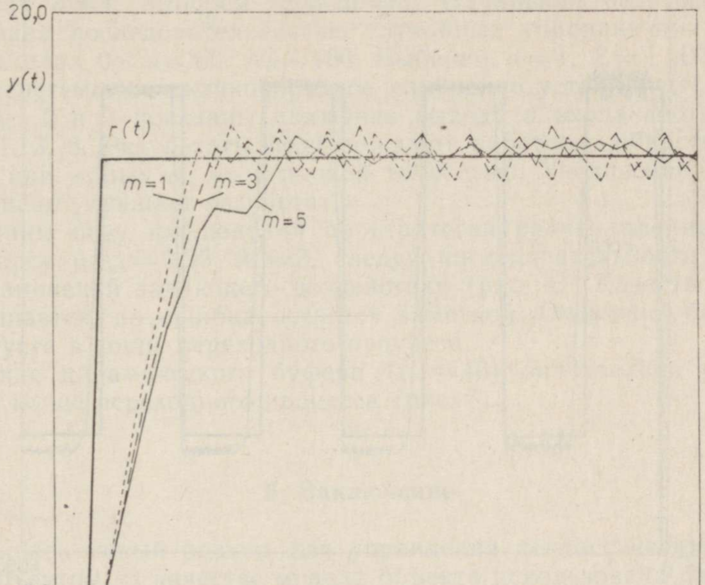


Рис. 2.

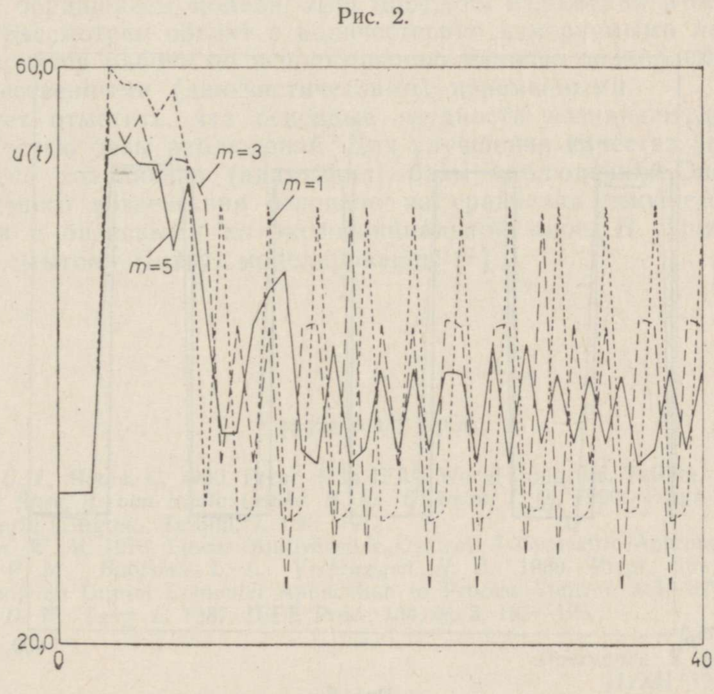


Рис. 3.

3. Если $\delta(t) \geqslant \delta_{\min}$ и $|y(t+1) - e^T(1)\,y_+(t)| > \Delta_{\max}$, управление неудачное.

4. Индекс полезности $\lambda(k)$ мы определим как разницу удачных и неудачных участий в формировании управляющего воздействия

$$\lambda(k) = \lambda^+(k) - \lambda^-(k).$$

5. Если $\lambda(k) < \lambda_{\min}$ ($\lambda_{\min}$ — заданное отрицательное число), базисный вектор $s(k)$ выбрасывается и из непереполненной базы наблюдений.

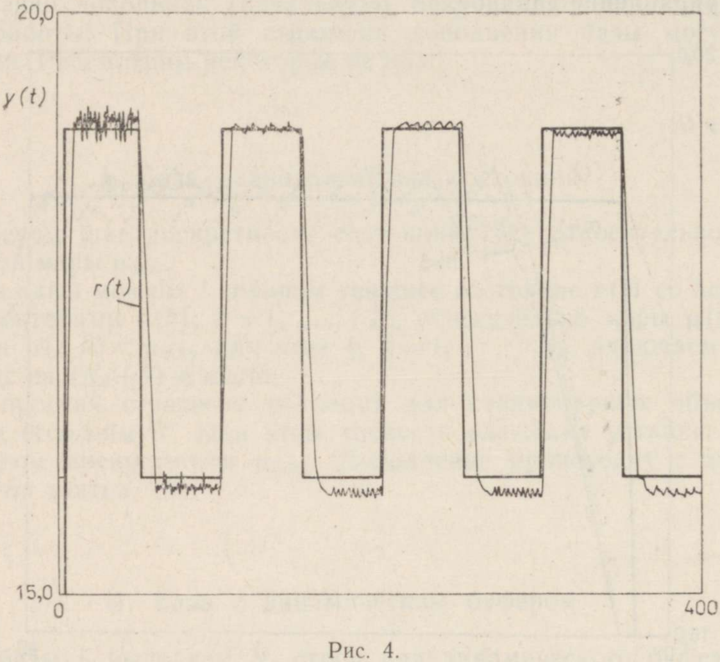


Рис. 4.

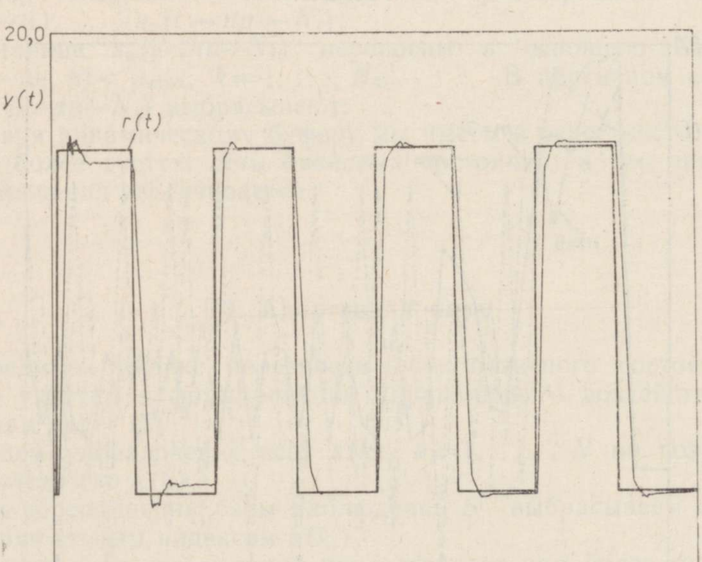


Рис. 5.

Интеллигентная база позволяет судить о качестве (достоверности) отдельных базисных состояний. Если $s(k)$ по какой-то причине ошибочный или просто устарел, он выбрасывается.

## 5. Апробация

Предложенный алгоритм управления с предсказанием на базе наблюдений апробирован на линейном объекте первого порядка

$$y(t) = 0{,}96y(t-1) + 0{,}021u(t-1).$$

Так как $n=1$, выберем $na=np=1$, Начальная база наблюдений генерирована последовательностью случайных управляющих воздействий в пределах $0 \leqslant u \leqslant 60$, $N_0=100$. Выберем $\alpha=1$, $\Sigma=1$ и определим реакцию системы на скачкообразное изменение уставки $r(t)$.

На рис. 2 и 3 показаны движение выхода и входа соответственно при $M=1$, 3, 5. Результаты подтверждают работоспособность алгоритма даже при малых $N$, но с плохой точностью. Увеличение $M$ в некоторой степени улучшает результат.

Дополним базу наблюдений по стратегии равноудаленных состояний векторов $\mu_{max}=0{,}95$, $M=3$, следуя последовательности скачкообразных изменений задающего воздействия (рис. 4). Качество управления улучшается, но ошибка остается заметной. Очевидно, база недостаточно густа в конце переходного процесса.

Введение динамического буфера ($N_t=40$) значительно уменьшает ошибку в конце переходного процесса (рис. 5).

## 6. Заключение

Предложен новый подход для управления неклассическим динамическим объектом. В качестве модели объекта использована база наблюдений. Управление с предсказанием позволяет обойти трудности, связанные с обращением модели. Для простоты изложения и объяснения выводов рассмотрен объект с количественно измеряемыми переменными. Проводится работа по использованию данного подхода при объекте с качественными (лингвистическими) переменными.

Следует отметить, что основные трудности возникают в связи с объемистостью базы наблюдений. Для улучшения качества управления предложено дополнение (адаптация) базы наблюдений. Определение управляющего воздействия основано на сравнении текущего вектора состояния с базисными по экспоненциальной мере. В сущности, это близко к смытому (fuzzy) моделированию [2].

ЛИТЕРАТУРА

1. *Harris, C. J., Moore, C.* 1990. Prepr. 11th IFAC World Congress, Tallinn, 7, 180—185.
2. *Van der Rhee, F., van Nauta Lemke, H. R., Dijkman, J. G.* 1990. Prepr. 11th IFAC World Congress, Tallinn, 7, 186—191.
3. *Wonham, W. M.* 1976. Linear Multivariable Control. A Geometric Approach. Springer.
4. *Bruijn, P. M., Bootsma, L. J., Verbruggen, H. B.* 1980. Prepr. 6th IFAC/IFIP Conf. on Digital Computer Application to Process Control, 315—320.
5. *Clarke, D. W., Zang, L.* 1987. IEEE Proc., 134, № 3, 187—195.

Поступила в редакцию
11/XII 1990

Ülo JAAKSOO, Ülo NURGES, Sander SOONE

## ENNUSTAV JUHTIMINE VAATLUSBAASIL

On esitatud meetod dünaamilise objekti juhtimiseks, kui puudub klassikaline matemaatiline mudel. Mudelina on kasutatud objekti sisend-väljundmõõtmistest moodustatud vaatlusbaasi. Ennustav juhtimine sobib sellise objekti mudeliga seetõttu, et ta ei nõua pöördmudelit. Juhtimise kvaliteet sõltub otseselt vaatlusbaasi tihedusest. On vaadeldud vaatlusbaasi täiendamise võimalusi normaalse töö käigus.

Ülo JAAKSOO, Ülo NURGES and Sander SOONE

## PREDICTIVE CONTROL ON OBSERVATION BASE

An internal model control algorithm is developed for the control system structure where the classical model of the plant is replaced by an observation base. The observation base $S$ consists of the augmented state vectors

$$s_a^T(k) = [u_+^T(k),\ u_-^T(k),\ y_-^T(k),\ y_+^T(k)],$$

where $u_-(k)$, $y_-(k)$ are past input and output sequences of the plant, $u_+(k)$, $y_+(k)$ are predicted input and output sequences. The actual state $s(t)$ augmented with reference trajectory $y_{+e}(t)$ is compared with all state vectors $s_y(k)$ in the observation base, $k = 1, \ldots, N$ according to exponential measure $\mu_y(t, k)$ and $M$ closest augmented state vectors $s_a(k_j)$ are chosen. The control sequence

$$u_+(t) = \frac{1}{\sum_{j=1}^{M} \mu_y(t, k_j)} \sum_{j=1}^{M} [\mu_y(t, k_j) u_+(k_j)]$$

is then proposed.

The control algorithm developed in this way is some kind of a long-range predictive control combined with the observation base as a plant model. The predictive control approach allows to avoid the cumbersome inversion of the plant model.

The quality of the control action depends on the density of the observation base. Some procedures are proposed to improve the observation base on line.