Изв. АН Эстонии. Физ. Матем., 1991, 40, № 2, 130—135
https://doi.org/10.3176/phys.math.1991.2.10

УДК 532.529

*Александр КАРТУШИНСКИЙ *, Анатолий МУЛЬГИ **

О КОРРЕЛЯЦИОННЫХ МОМЕНТАХ ДИСПЕРСНОЙ ФАЗЫ СТОЛКНОВИТЕЛЬНОГО ПРОИСХОЖДЕНИЯ

(Представил Ю. Энгельбрехт)

При решении уравнений двухфазного турбулентного пограничного слоя в рамках взаимопроникающих континуумов [1] возникает проблема замыкания уравнений дисперсной фазы. Привлекая гипотезу Буссинеска для определения корреляционных моментов дисперсной фазы, вводится коэффициент псевдотурбулентной вязкости дисперсной фазы ν_s [2–4] по аналогии с коэффициентом турбулентной вязкости несущей фазы ν_t, который связывает корреляции $\langle u_s'v_s'\rangle$, $\langle v_s'^2\rangle$, $\langle \omega_s'v_s'\rangle$ с градиентами искомых величин (линейных и угловой скоростей частиц примеси). Это приводит к уравнениям второго порядка (параболическая система) — уравнениям пограничного слоя с заданными граничными условиями на оси для осесимметричных задач и на периферии (для свободных течений) или на стенке (течение в каналах). При исследовании двухфазных турбулентных трубных течений граничные условия дисперсной фазы ставятся на обеих стенках [5]. Ранее [6] при решении уравнений двухфазного турбулентного струйного пограничного слоя дисперсная фаза описывалась уравнениями первого порядка. При этом в уравнении переноса момента импульса дисперсной фазы корреляция типа $\langle \omega_s'v_s'\rangle$ дает увеличение порядка уравнения (третий порядок), что делает неприемлемым использование приближения пограничного слоя. Это вполне объяснимо, так как в [6] используется модель бесстолковительного движения частиц; пульсации скоростей дисперсной фазы являются реакцией на пульсации несущей среды, причем взаимодействие фаз осуществляется в основном под действием силы сопротивления, возникающей вследствие инерционных свойств частиц. Записывается уравнение пульсационного движения частицы в турбулентном поле несущей фазы, которое после интегрирования приводит к величинам пульсационных скоростей частиц. Последующее осреднение произведений составляющих скоростей частиц по их ансамблю приводит к соответствующим корреляционным моментам дисперсной фазы (в лагранжевой либо в эйлеровой системах) [6]. В зависимости от точности описания могут быть реализованы модели прандтлевского типа [2, 3, 7, 8] или разработанные в последнее время модели второго порядка (k—ε-модели) для расчетов двухфазных турбулентных струйных пограничных слоев [6, 9]. Их объединяет общий принцип — пульсации скорости и концентрации дисперсной фазы являются реакцией на пульсации среды. В [2–5] при определении корреляционных моментов дисперсной фазы используется приближение Буссинеска с коэффициентом псевдотурбулентной вязкости ν_s, имеющим «газовое» происхождение. Мы предлагаем рассматривать этот коэффициент с учетом столкновительных процессов в дисперсной фазе. Такое описание приводит к

* Eesti Teaduste Akadeemia Termofüüsika ja Elektrofüüsika Instituut (Институт термофизики и электрофизики Академии наук Эстонии). 200001 Tallinn, Paldiski mnt. 1. Estonia.

появлению 4 новых коэффициентов псевдотурбулентных вязкостей в дисперсной фазе в уравнениях переноса линейных и угловой скоростей и концентрации примеси, имеющих «столкновительное» происхождение. Корреляционные моменты типа «газ—частицы» вполне удовлетворительно описываются как и ранее [6]. Совместное использование подходов из [6] и предполагаемого нами, дает более качественное описание структуры двухфазных свободных и пристенных (трубных) турбулентных течений.

Формулы пересчета линейных и угловой скоростей двух сталкивающихся частиц с учетом коэффициентов упругости и шероховатости соприкасающихся поверхностей представлены в [10]

$$\vec{v}'_p = \vec{v}_{p1} - (k_n - 1)\gamma_{21}(\vec{e}\cdot\vec{v}_{p2} - \vec{e}\cdot\vec{v}_{p1})\vec{e} + \chi\gamma_{21}[\vec{e}\times\vec{v}_{p1}\times\vec{e} - \vec{e}\times\vec{v}_{p2}\times\vec{e} + (\delta_2\vec{e}\times\vec{\omega}_{p2} + \delta_1\vec{e}\times\vec{\omega}_{p1})/2](k_t - 1)/(\chi+1), \tag{1}$$

$$\vec{\omega}'_{p1} = \vec{\omega}_{p1} + \gamma_{21}\{\vec{\omega}_{p1} + \delta_2\vec{\omega}_{p2}/\delta_1 + 2(\vec{e}\times\vec{v}_{p2} - \vec{e}\times\vec{v}_{p1})/\delta_1 - \vec{e}[\vec{e}\cdot\vec{\omega}_{p1} + \delta_2\vec{e}\cdot\vec{\omega}_{p2}/\delta_1]\}(k_t - 1)/(\chi+1), \tag{2}$$

$$\vec{v}'_{p2} = \vec{v}_{p2} + (k_n - 1)\gamma_{12}(\vec{e}\cdot\vec{v}_{p2} - \vec{e}\cdot\vec{v}_{p1})\vec{e} - \chi\gamma_{12}[\vec{e}\times\vec{v}_{p1}\times\vec{e} - \vec{e}\times\vec{v}_{p2}\times\vec{e} + (\delta_2\vec{e}\times\vec{\omega}_{p2} + \delta_1\vec{e}\times\vec{\omega}_{p1})/2](k_t - 1)/(\chi+1), \tag{3}$$

где $\vec{e}$ — либо орт, направленный вдоль линии удара к центру второй частицы, если рассматривать движение второй частицы относительно первой, либо орт, направленный вдоль линии удара к центру первой частицы, если рассматривать движение первой частицы относительно второй; χ, γ_{ij} — коэффициенты, определяемые соответственно моментом инерции частицы ($\chi=0{,}4$ в случае сферы) и отношением масс сталкивающихся частиц ($\gamma_{21}=\gamma_{12}=0{,}5$ в случае эквивалентности масс) [10]; k_n, k_t — коэффициенты восстановления нормальной и касательной составляющих скоростей частиц, варьируемые в пределах: $-1\leqslant k_n\leqslant 0$; $-1\leqslant k_t\leqslant 1$; $\vec{v}_{p1}$, $\vec{v}_{p2}$, $\vec{\omega}_{p1}$ — значения линейных скоростей первой и второй частицы и угловой скорости первой частицы до столкновения.

Введем три системы координат, соответствующих векторам $\vec{v}_{p2}-\vec{v}_{p1}$ (разности скорости сталкивающихся частиц) (ξ, η, ζ), вектору скорости первой частицы $\vec{v}_{p1}(z, \eta, r)$, как в [10], и систему координат, соответствующую проекции скорости $\vec{\bar{v}}_{p1}(u_{p1}, v_{p1})(x, \eta, y)$. Запишем разность скоростей частиц до и после удара (пульсацию скоростей) в проекции на оси (z, η, r)

$$v'_{p1z} - v_{p1} = a_1((1-\varkappa^2)(v_{p2}\cos\varphi - v_{p1}) - \varkappa\sqrt{1-\varkappa^2}\,v_{p2}\sin\varphi\sin\theta) + a_2\varkappa(\varkappa(v_{p2}\cos\varphi - v_{p1}) - \sqrt{1-\varkappa^2}\,v_{p2}\sin\varphi\sin\theta) - a_3(\sqrt{1-\varkappa^2}\sin\alpha + \varkappa\cos\alpha\sin\theta), \tag{4}$$

$$v'_{p1r} = a_1((1-\varkappa^2)v_{p2}\sin\varphi + \varkappa\sqrt{1-\varkappa^2}\,(v_{p2}\cos\varphi - v_{p1})\sin\theta) + a_2\varkappa\cdot(\varkappa v_{p2}\sin\varphi - \sqrt{1-\varkappa^2}\,(v_{p2}\cos\varphi - v_{p1})\sin\theta) + a_3(\sqrt{1-\varkappa^2}\cos\alpha - \varkappa\sin\alpha\sin\theta). \tag{5}$$

$$\omega'_{p1\eta}-\omega_{p1}=a_4(\varkappa^2\cos^2\theta-1)+a_5\varkappa\sin\theta\sqrt{v^2_{p1}+v^2_{p2}-2v_{p1}v_{p2}\cos\varphi}\,, \tag{6}$$

$$\begin{aligned}v'_{p2z}-v_{p2}=&\,a_1((1-\varkappa^2)(v_{p1}\cos\varphi-v_{p2})+\varkappa\sqrt{1-\varkappa^2}\,v_{p1}\sin\varphi\sin\theta)+\\&+a_2\varkappa(\varkappa(v_{p1}\cos\varphi-v_{p2})-\sqrt{1-\varkappa^2}\,v_{p1}\sin\varphi\sin\theta)+\\&+a_3(-\sqrt{1-\varkappa^2}\sin\alpha-\varkappa\cdot\cos\alpha\sin\theta),\end{aligned} \tag{7}$$

$$\begin{aligned}v'_{p2r}=&\,a_1(-(1-\varkappa^2)v_{p1}\sin\varphi+\varkappa\sqrt{1-\varkappa^2}\,(v_{p1}\cos\varphi-v_{p2})\sin\theta)-\\&-a_2\varkappa(\varkappa v_{p1}\sin\varphi+\sqrt{1-\varkappa^2}\,(v_{p1}\cos\varphi-v_{p2})\sin\theta)+\\&+a_3(\sqrt{1-\varkappa^2}\cos\alpha-\varkappa\cdot\sin\alpha\sin\theta),\end{aligned} \tag{8}$$

где $a_1=(1-k_n)/2$, $a_2=(1-k_t)/7$, $a_3=a_2\delta(\omega_{p1}-\omega_{p2})/2$,
$a_4=5a_2(\omega_{p1}-\omega_{p2})/2$, $a_5=5a_2/\delta$,
$\varkappa=b/\delta$ — прицельное расстояние, величина которого вместе с углами φ, θ характеризует положение сталкивающихся частиц, при этом
$\operatorname{tg}\alpha=v_{p2}\sin\varphi/(v_{p2}\cos\varphi-v_{p1})$ для формул (4), (5) и
$\operatorname{tg}\alpha=-v_{p1}\sin\varphi/(v_{p1}\cos\varphi-v_{p2})$ для формул (7), (8). Это связано с выбором центра отсчета. В случае первой частицы это — перемещение второй частицы относительно первой в результате удара о нее, а в случае второй частицы, наоборот — перемещение первой относительно второй. Рассматривается плоское движение частиц с угловой скоростью вращения $\vec{\omega}_p$, перпендикулярной плоскости их движения (z,η,r). Спроецируем скорости $\vec{v}'_{p1}-\vec{v}_{p1}$, $\vec{v}'_{p2}-\vec{v}_{p2}$ на оси координат (x,y) с проекциями $\bar{u}_{p1}$, $\bar{v}_{p1}$ и $\bar{u}_{p2}$, $\bar{v}_{p2}$, тогда будем иметь:

$$u'_{p1}=(v'_{p1z}-v_{p1})\cos\gamma_1-v'_{p1r}\sin\gamma_1, \tag{9}$$

$$v'_{p1}=(v'_{p1z}-v_{p1})\sin\gamma_1+v'_{p1r}\cos\gamma_1. \tag{10}$$

$$u'_{p2}=(v'_{p2z}-v_{p2})\cos\gamma_2-v'_{p2r}\sin\gamma_2, \tag{11}$$

$$v'_{p2}=(v'_{p2z}-v_{p2})\sin\gamma_2+v'_{p2r}\cos\gamma_2, \tag{12}$$

где $\operatorname{tg}\gamma_1=\bar{v}_{p1}/\bar{u}_{p1}$, $\operatorname{tg}\gamma_2=\bar{v}_{p2}/\bar{u}_{p2}$, откуда можно получить ряд корреляционных моментов, если провести осреднение по прицельному (относительному) расстоянию $\varkappa$ и углам φ, θ (осреднение в фиксированной точке пространства по множеству реализаций «бомбардировок» одной частицы множеством других частиц)

$$\begin{aligned}\langle u'_{p1}v'_{p1}\rangle|_{\varkappa,\varphi,\theta}=&(\langle(v'_{p1z}-v_{p1})^2\rangle|_{\varkappa,\varphi,\theta}-\langle v'^2_{p1r}\rangle|_{\varkappa,\varphi,\theta})\sin\gamma_1\cos\gamma_1+\\&+\langle(v'_{p1z}-v_{p1})v'_{p1r}\rangle|_{\varkappa,\varphi,\theta}(\cos^2\gamma_1-\sin^2\gamma_1),\end{aligned} \tag{13}$$

$$\begin{aligned}\langle v'^2_{p1}\rangle|_{\varkappa,\varphi,\theta}=&\langle(v'_{p1z}-v_{p1})^2\rangle|_{\varkappa,\varphi,\theta}\sin^2\gamma_1+\langle v'^2_{p1r}\rangle|_{\varkappa,\varphi,\theta}\cos^2\gamma_1+\\&+2\langle(v'_{p1z}-v_{p1})v'_{p1r}\rangle|_{\varkappa,\varphi,\theta}\sin\gamma_1\cos\gamma_1,\end{aligned} \tag{14}$$

$$\begin{aligned}\langle\omega'_{p1}v'_{p1}\rangle|_{\varkappa,\varphi,\theta}=&\langle(\omega'_{p1\eta}-\omega_{p1})(v'_{p1z}-v_{p1})\rangle|_{\varkappa,\varphi,\theta}\sin\gamma_1+\\&+\langle(\omega'_{p1\eta}-{}_{p1})v'_{p1r}\rangle|_{\varkappa,\varphi,\theta}\cos\gamma_1,\end{aligned} \tag{15}$$

$$\begin{aligned}\langle v'^2_{p2}\rangle_{\varkappa,\varphi,\theta}=&\langle(v'_{p2z}-v_{p2})^2\rangle|_{\varkappa,\varphi,\theta}\sin^2\gamma_2+\langle v'^2_{p2r}\rangle|_{\varkappa,\varphi,\theta}\cos^2\gamma_2+\\&+2\langle(v'_{p2z}-v_{p2})v'_{p2r}\rangle|_{\varkappa,\varphi,\theta}\sin\gamma_2\cos\gamma_2,\end{aligned} \tag{16}$$

где

$$\langle(v'_{p1z}-v_{p1})^2\rangle|_{\varkappa,\varphi,\theta}=(a_1^2+a_2^2)(v^2_{p1}+5v^2_{p2}/8)/3+$$
$$+a_1a_2(v^2_{p1}+v^2_{p2}/4)/3+3a_3^2/8, \tag{17}$$

$$\langle v'^2_{p1r}\rangle|_{\varkappa,\varphi,\theta}=(a_1^2+a_2^2)(v^2_{p1}+5v^2_{p2}/2)/12+$$
$$+a_1a_2(v^2_{p2}-2v^2_{p1})/12+3a_3^2/8, \tag{18}$$

$$\langle(v'_{p1z}-v_{p1})^2\rangle|_{\varkappa,\varphi,\theta}-\langle v'^2_{p1r}\rangle|_{\varkappa,\varphi,\theta}=[(a_1+a_2)v_{p1}/2]^2, \tag{19}$$

$$\langle(v'_{p1z}-v_{p1})v'_{p1r}\rangle_{\varkappa,\varphi,\theta}=4(2a_1+3a_2)a_3(v_{p1}+v_{p2})(E_2-2v_{p2}\times$$
$$\times((2-k^2)E_2-2(1-k^2)E_1)/3k^2v_{p1})/15\pi, \tag{20}$$

$$\langle(\omega'_{p1\eta}-\omega_{p1})(v'_{p1z}-v_{p1})\rangle|_{\varkappa,\varphi,\theta}=(5a_1+4a_2)a_4v_{p1}/12+a_3a_5v_{p1}/4, \tag{21}$$

$$\langle(\omega'_{p1\eta}-\omega_{p1})v'_{p1r}\rangle|_{\varkappa,\varphi,\theta}=4(a_1-a_2)a_5(v^2_{p1}+v^2_{p2})(\sqrt{v_{p2}/v_{p1}}((1-k^2)E_1+$$
$$+(2k^2-1)E_2)/3k-E_2)/15\pi)-(16a_3a_4\sqrt{v_{p2}/v_{p1}}(E_1-E_2)/k-E_1)/15\pi, \tag{22}$$

$$\langle(v'_{p2z}-v_{p2})^2\rangle|_{\varkappa,\varphi,\theta}=(a_1^2+a_2^2)(v^2_{p2}-5v^2_{p1}/8)/3+$$
$$+a_1a_2(v^2_{p2}+v^2_{p1}/4)+3a_3^2/8, \tag{23}$$

$$\langle v'^2_{p2r}\rangle|_{\varkappa,\varphi,\theta}=(a_1^2+a_2^2)(v^2_{p2}+5v^2_{p1}/2)/12+$$
$$+a_1a_2(v^2_{p1}-2v^2_{p2})/12+3a_3^2/8, \tag{24}$$

$$\langle(v'_{p2z}-v_{p2})v'_{p2r}\rangle|_{\varkappa,\varphi,\theta}=4(2a_1+3a_2)a_3(v_{p1}+v_{p2})(E_2-$$
$$-2v_{p1}\cdot((2-k^2)E_2-2(1-k^2)E_1)/3k^2v_{p2})/15\pi, \tag{25}$$

где E_1 и E_2 — эллиптические интегралы первого и второго родов, а

$$k=2\sqrt{v_{p1}v_{p2}}/(v_{p1}-v_{p2}).$$

Поскольку нами рассматриваются столкновения множества частиц, то необходимо ввести частоту столкновения частиц, которая пропорциональна разности скоростей сталкивающихся дисперсных фаз и их концентрации и обратно пропорциональна размеру сечения «рассеяния» (диаметру частиц в силу эквивалентности размеров частиц) и, согласно [11],

$$f=\pi\delta^2n|\vec{v}_{p2}-\vec{v}_{p1}|=6\varrho\alpha|\vec{v}_{p2}-\vec{v}_{p1}|/\varrho_p\delta, \tag{26}$$

где n — числовая концентрация частиц в единице объема, а α — их массовая доля $|\vec{v}_{p2}-\vec{v}_{p1}|=2(v_{p1}+v_{p2})E_2/\pi$, в [10]. Тогда для определения псевдотурбулентных коэффициентов вязкостей дисперсной фазы $\nu^1{}_{p1}$, $\nu^1{}_{p2}$, $\nu^1{}_{p3}$ с учетом введенной частоты столкновения можно записать:

$$\nu^1_{p1}=\langle u'_{p1}v'_{p1}\rangle|_{\varkappa,\varphi,\theta}/f, \tag{27}$$

$$\nu^1_{p2}=\langle v'^2_{p1}\rangle|_{\varkappa,\varphi,\theta}/f, \tag{28}$$

$$\nu^1_{p3}=\langle\omega'_{p1}v'_{p1}\rangle|_{\varkappa,\varphi,\theta}/g, \tag{29}$$

где $g=2f/\delta$. Эти коэффициенты получены в результате второго этапа осреднения — осреднения в единице объема ($\Delta v=\pi\delta^2|\vec{v}_{p2}-\vec{v}_{p1}|$) по множеству столкновений. Поскольку предполагаются только парные столкновения в единице объема, то в рамках взаимопроникающих континуумов [1] количество таких столкновений пропорциональных частоте f, как бы «размазывается» по данному объему с учетом введения псевдотурбулентных коэффициентов. Таким образом, в соответствии с гипотезой Буссинеска

$$\langle u'_{p1} v'_{p1} \rangle = -\nu^1_{p1} \partial \bar{u}_{p1} / \partial y, \tag{30}$$

$$\langle v'^2_{p1} \rangle = -\nu^1_{p2} \partial \bar{v}_{p1} / \partial y, \tag{31}$$

$$\langle \omega'_{p1} v'_{p1} \rangle = -\nu^1_{p3} \partial \bar{\omega}_{p1} / \partial y, \tag{32}$$

где $\bar{u}_{p1}$, $\bar{v}_{p1}$, $\bar{\omega}_{p1}$ — средние скорости одного (первого) из сталкивающихся дисперсных потоков.

Рассмотрим применение данного подхода к описанию конкретного течения — течения двухфазного потока в канале с инерционной примесью. Экспериментальное исследование течения [11] указывает на существенное скольжение фаз. Математически такое поведение фаз можно описать в рамках, т. н. модели «скачкообразного» движения примеси [5]. Осредненный дисперсный поток рассматривается состоящим как бы из двух равноправных и направленных под некоторым углом относительно друг друга потоков частиц (индексы 1 и 2). Тогда, анализируя поведение одного из потоков, характеризующегося своими собственными средними и пульсационными параметрами $\bar{u}_{p1}$, $\bar{v}_{p1}$, $\bar{\omega}_{p1}$, $\bar{\alpha}_1$, u'_{p1}, v'_{p1}, ω'_{p1}, α'_1, можно определить параметры осредненного по массе «единого целого» дисперсного потока с параметрами $\bar{u}_s$, $\bar{v}_s$, $\bar{\omega}_s$, $\bar{\alpha}$, u'_s, v'_s, ω'_s, α', если векторно сложить и осреднить по массе оба потока частиц [5]. При этом предполагаем, что потоки имеют одинаковую распределенную плотность или $\bar{\alpha}_1 = \bar{\alpha}_2 = \text{const.} =$ по сечению и отсутствуют пульсации плотности $\alpha'_1 = \alpha'_2 = 0$. Это предположение позволяет определить распределение массы примеси суммарного «целостного» дисперсного потока, так как для него можно корректно поставить граничные условия на поток массы примеси на оси и на периферии (или на стенке канала), т. е.

$$(\bar{\alpha}_1 \bar{v}_{p1} + \bar{\alpha}_2 \bar{v}_{p2}) \Big|_{\substack{y=0 \\ y=y_\delta}} + D_s \left(\frac{\partial \bar{\alpha}_1}{\partial y} + \frac{\partial \bar{\alpha}_2}{\partial y} \right) \Big|_{\substack{y=0 \\ y=y_\delta}} = \bar{\alpha} \bar{v}_s + D_s \frac{\partial \bar{\alpha}}{\partial y} \Big|_{\substack{y=0 \\ y=y_\delta}} = 0. \tag{33}$$

В рамках данного представления корреляционных моментов можно определить коэффициент диффузии осредненного дисперсного потока. Считаем, что в результате единичного столкновения суммарная скорость смещения обоих фракций (частицы 1 и 2) относительно друг друга будет:

$$\begin{aligned}
&\langle v'^2_{p1} \rangle |_{\varkappa,\varphi,\theta} - \langle v'^2_{p2} \rangle |_{\varkappa,\varphi,\theta} = (a^2_1 + a^2_2) \{ (v^2_{p1} + 5 v^2_{p2}/8) \sin^2 \gamma_1 + (v^2_{p2} + \\
&+ 5 v^2_{p1}/8) \sin^2 \gamma_2 \}/3 + a_1 a_2 \{ (v^2_{p1} + v^2_{p2}/4) \sin^2 \gamma_1 + (v^2_{p2} + v^2_{p1}/4) \times \\
&\times \sin^2 \gamma_2 \}/3 + (a^2_1 + a^2_2) \{ (v^2_{p1} + 5 v^2_{p2}/2) \cos^2 \gamma_1 + (v^2_{p2} + 5 v^2_{p1}/2) \cos^2 \gamma_2 \}/12 + \\
&+ a_1 a_2 \{ (v^2_{p2} - 2 v^2_{p1}) \cos^2 \gamma_1 + (v^2_{p1} - 2 v^2_{p2}) \cos^2 \gamma_2 \}/12 + 3 a^2_3/4 + \qquad (34) \\
&+ 8 (2 a_1 + 3 a_2) a_3 (v_{p1} + v_{p2}) \{ (E_2 - 2 v_{p2} ((2 - k^2) E_2 - 2 (1 - k^2) E_1)/3 k^2 v_{p1}) \times \\
&\times \sin \gamma_1 \cos \gamma_1 + ((E_2 - 2 v_{p1} ((2 - k^2) E_2 - 2 (1 - k^2) E_1)/3 k^2 v_{p2}) \times \\
&\times \sin \gamma_2 \cos \gamma_2) \}/15\pi.
\end{aligned}$$

Тогда, суммируя по множеству столкновений в единице объема, получим:

$$D_s = (\langle v'^2_{p1}\rangle|_{\varkappa,\varphi,\theta} + \langle v'^2_{p2}\rangle|_{\varkappa,\varphi,\theta})/f \tag{35}$$

или, воспользовавшись законом Фика $\langle \alpha' v'_s \rangle = D_s \partial \bar{\alpha}/\partial y$. Таким образом, данное представление позволяет определить все 4 псевдотурбулентных коэффициента вязкости дисперсной фазы, т. е. замкнуть систему уравнений этой фазы.

Задача решается в 2 этапа. Согласно [12], сначала находятся поля скоростей сталкивающихся фракций v_{p1}, v_{p2}, ω_{p1} в бесстолкновительном движении, затем определяются поля скоростей с учетом столкновительных процессов. Членом, связанным с градиентом давления, появляющимся в самой дисперсной фазе из-за столкновительных процессов можно пренебречь, поскольку этот член пропорционален объемной плотности частиц, т. е. имеет порядок 0 (10^{-3}). Проведенные расчеты коэффициентов $\nu^1{}_{p1}$, $\nu^1{}_{p2}$, $\nu^1{}_{p3}$, D_s дали близкие результаты по коэффициенту диффузии, вычисленному по методике [6]. Таким образом, данный подход позволяет более корректно описывать гидродинамику дисперсной системы типа «газ—твердые частицы» в рамках двухфазного турбулентного пограничного слоя.

ЛИТЕРАТУРА

1. *Нигматулин Р. И.* 1987. Динамика многофазных сред. Ч. 1. Москва.
2. *Васильков А. П.* 1976. Изв. АН СССР. МЖГ, № 5, 57—63.
2. *Картушинский А. И.* 1984. Изв. АН СССР. МЖГ, № 1, 36—41.
4. *Картушинский А. И., Мульги А. С.* 1989. Изв. АН Эстонии. Физ. Матем., **38**, № 4, 390—402.
5. *Картушинский А. И., Мульги А. С.* 1991. Изв. АН Эстонии. Физ. Матем., **40**, № 1, 49—57.
6. *Шрайбер А. А., Гавин Л. Б., Наумов В. А., Яценко В. П.* 1987. Турбулентные течения газовзвеси. Киев.
7. *Owen, P. R.* 1969. J. Fluid Mech., **39**, part 2, 407—432.
8. *Абрамович Г. Н., Гиршович Т. А.* 1977. Турбулентные струи, несущие твердые или капельно-жидкие примеси. Минск, 155—175.
9. *Elgobashi, S. E., Abou-Arab, T. W.* 1983. Phys. Fluids, **26**, № 4, 931—938.
10. *Бабуха Г. Л., Шрайбер А. А.* 1972. Взаимодействие частиц полидисперсного материала в двухфазных потоках. Киев.
11. *Лаатс М. И., Мульги А. С.* 1979. Экспериментальное исследование кинематической картины мелкодисперсного течения. Турбулентные двухфазные течения. Таллинн, 32—46.
12. *Marble, F. E.* 1964. Phys. Fluids, **7**, № 8, 1270—1282.

Поступила в редакцию
20/XI 1990

Aleksander KARTUŠINSKI, Anatoli MULGI

PÕRKELISE PÄRITOLUGA KORRELATSIOONIMOMENDID DISPERSSES FAASIS

Disperssete vooluste tunnetamisel on tähtis määrata mitmed korrelatsioonimomendid (kiirus—kiirus; kiirus—osakeste nurkkiirus; kiirus—raske faasi kontsentratsioon). Seni on dispersseid voolusi jugades ja voolukanalites kirjeldatud osakeste omavahelisi põrkeid arvestamata ning korrelatsioonimomente väljendatud kandva gaasivooluse pingetensori kaudu. Sellise käsitluse puhul dispersse turbulentse piirkihi võrrandite järk väheneb ja hakkavad toimima piirkihi esimese järgu võrrandid, mille ääretingimused on fikseeritud.

Pakutud mudel välistab võrrandite järgu mittevastavuse piiritingimuste arvule. Siinsel juhul on vaadeldud nelja pseudoturbulentset dispersse faasi koefitsienti, mis kirjeldavad impulsi ülekannet telg- ja radiaalsuunas ning impulsi momendi ja raske faasi ülekannet. Osakeste pulsatsioonikiirus on määratud osakeste kiiruse vahega enne ja pärast põrget. Erinevad korrelatsioonimomendid on saadud kiiruste pulsatsioonikomponentide korrutamise teel, seejärel on pulsatsioonikomponendid keskmistatud ründenurkadele ja osakestevahelisele sihtkaugusele. Keskmistamise viimane võte on osakeste kahe voo kokkupõrke sageduse sissetoomine, nagu seda on teinud Marble. Sisuliselt vastab see tehe ruumilisele keskmistamisele. Kasutades Boussinesqi hüpoteesi on võimalik saada dispersse faasi viskoossuse nelja pseudoturbulentse koefitsiendi lõplikud avaldised.

Aleksander KARTUSHINSKY and Anatoli MULGI

CORRELATION MOMENTS IN THE DISCRETE PHASE ORIGINATED BY COLLISIONAL EFFECTS

A most important and complicated problem in studying two-phase turbulent fluxes such as jet-channel flows is to determine the velocity—velocity or velocity—angular velocity on velocity—concentration correlations in the discrete phase. Up to now the problem is being solved by using collisionless model for describing the inner structure of two-phase motion so that the correlation in this phase is determined by the stress tensor of the governing fluid. The order of two-phase turbulent boundary-layer equations (parabolic system) is reduced to boundary-layer equations (hyperbolic system) with two fixed boundary conditions corresponding to jets and channel flows. The given model excludes the discrepancy between the order of equations and the number of boundary conditions. Four pseudoturbulent coefficients according to the momentum equations in axial and radial directions, the momentum of momenta equation and equation of preservation of mass admixture are introduced. The pulsating velocity of particles is determined from the difference between velocities before and after the collision of two particles. The correlation of different components of velocities is obtained after averaging (the product of two components of pulsating velocities is integrated with respect to angles of attack and to directed distance between the particles). The model is based on mutually penetrating continuities (for both phases) and the Boussinesq approximation for the closure of turbulent boundary-layer equations. Finally, the Marble's suggestion about the frequency of collision of the two discrete flows (the second stage of averaging) is used. As a result, the terminal expressions for four pseudo-turbulent coefficients, including the coefficient of diffusion admixture, are obtained.

The experimental data on a two-phase turbulent channel flow (gas-solid particles) shows that the axial velocity is prevalent with regard to the lagging velocity of gas-solid phase. The theoretical description of such a behaviour of admixtures is based on introducing two counter flows of particles with inherent parameters, which move from a wall to another wall in the channel. The average flow of the admixture is obtained by adding both particle flows where the collision effects are taken into account. The approach based on the description of these effects can be used for the closure of the system of equations rather than the well-known procedure based on the description of turbulence.