Изв. АН Эстонии. Физ. Матем., 1990, 39, № 2, 101—107
https://doi.org/10.3176/phys.math.1990.2.02

УДК 539.12 : 523.11

Игорь КАНАТЧИКОВ

О ЗАВИХРЕННОСТИ НЕЙТРИННОГО ПОЛЯ

(Представил Я. Эйнасто)

Обращается внимание на существование нейтринных полей с ненулевой завихренностью плотности тока вероятности $w^\mu=\bar{\xi}\sigma^\mu\xi$, где ξ — поле Вейля. Поле завихренности, слабо взаимодействуя с частицами вещества, оказывает на них силовое воздействие, а также вызывает прецессию спина. Соответствующие классические уравнения движения аналогичны (особенно при пренебрежении аксиальной компонентной слабого взаимодействия) уравнениям Лоренца и прецессии магнитного момента в электродинамике, в которых роль электромагнитного поля играет тензор завихренности $\Omega^{\mu\nu}=\partial^\mu w^\nu-\partial^\nu w^\mu$, а роль заряда — постоянная Ферми G_F. Константа связи G_F настолько мала, что характерные масштабы движения в поле завихрености $\Omega^{\mu\nu}$ выводятся на космологический уровень.

Давно известная возможность описания полей со спином $^1/_2$ при помощи системы тензорных полей (см. напр. [1, 2] и ссылки там) лишь недавно привлекла заметное внимание — мы имеем ввиду работы по уравнению Дирака-Кэлера и его приложениям. (см. напр., [3] и ссылки там).

Здесь мы рассмотрим тензорную формулировку нейтринного поля Вейля (раздел 1) и остановимся на некоторых свойствах соответствующих тензорных полей, интерпретируемых как классические (c-числовые) поля. А именно, записывая ранее полученные рядом авторов [2, 4–7] тензорные уравнения нейтринного поля в гидродинамической форме (раздел 2), мы показываем, используя аналог теоремы Гельмгольца, что в ходе эволюции нейтринного поля возможно возникновение завихренности плотности тока вероятности. Далее (раздел 3), рассматривая низкоэнергетический предел электрон-нейтринного рассеяния, мы показываем, что поле завихренности оказывает силовое воздействие на движение электронов и вызывает прецессию спина. Мы отмечаем аналогию полученных нерелятивистских классических уравнений движения с соответствующими уравнениями в электродинамике и из простых оценок заключаем, что силовое воздействие поля завихренности проявляется только в космологических масштабах. В разделе 4 кратко обсуждается допустимость рассмотрения тензорных полей, описывающих нейтринное поле, как c-числовых.

1. Тензорное описание нейтринного поля Вейля. Как известно [2, 4–9], спинору Вейля $\xi_\alpha=\begin{pmatrix}\xi_1\\ \xi_2\end{pmatrix}$ можно поставить в соответствие

$$\begin{aligned}&\text{(а) нулевой бивектор* } \mathcal{F}^{\mu\nu}=-i\xi^\alpha(\sigma^{\nu\mu})_\alpha^{\ \beta}\xi_\beta,\quad \mathcal{F}_{\nu\mu}\mathcal{F}^{\mu\nu}=0 \text{ и}\\ &\text{(б) изотропный вектор } w^\mu=\overset{+}{\xi}_{\dot\alpha}(\bar{\sigma}^\mu)^{\dot\alpha\alpha}\xi_\alpha,\quad w_\mu w^\mu=0,\quad w^\mu\mathcal{F}_{\mu\nu}=0.\end{aligned}\tag{1}$$

В теории Вейля w^μ имеет смысл плотности тока вероятности. Бивектор $F^{\mu\nu}=\mathrm{Re}\,\mathcal{F}^{\mu\nu}$ и вектор w^μ представляют соответственно полотнище и

---

* В соглашениях спинорной алгебры, за исключением $\sigma^0=\begin{pmatrix}1&0\\0&1\end{pmatrix}$ и $\eta_{\mu\nu}=(+\,-\,-\,-)$, мы следуем [11], в остальных случаях — [12].

флагшток нулевого флага, являющегося геометрическим образом спинора [9, 10], и содержат столько же независимых компонент (с учетом связей (2)), что и сам спинор ξ. Поэтому представляет интерес формулировка поля Вейля в терминах этих тензорных величин.

Введем обозначения

$$\mathcal{F}_{\mu\nu}=F_{\mu\nu}+i\tilde{F}_{\mu\nu},\quad \mathcal{F}_{0i}=-\frac{i}{2}\varepsilon_{ijk}\mathcal{F}_{jk}=E_i+iH_i. \tag{2}$$

Тогда связи $\mathcal{F}_{\mu\nu}\mathcal{F}^{\mu\nu}=0$, $w_\mu w^\mu=0$ и $\mathcal{F}_{\mu\nu}=0$ в (1) принимают вид

$$\mathbf{E}^2=\mathbf{H}^2=\mathbf{w}^2,\quad \mathbf{E}\cdot\mathbf{H}=\mathbf{E}\cdot\mathbf{w}=\mathbf{H}\cdot\mathbf{w}=0, \tag{3}$$

причем

$$w^\nu=(w^0,\mathbf{w})=(|\mathbf{E}|,\ \mathbf{E}\times\mathbf{H}/|\mathbf{E}|).$$

Из предыдущих работ [2, 4–7] известно (см. особенно [6]), что уравнение Вейля $(\partial_t-\sigma\cdot\nabla)\xi$ приводит к следующей системе нелинейных максвелло-подобных уравнений для определенного выше бивектора $F^{\mu\nu}$, представляющего спинор ξ,

$$\partial^\nu F_{\mu\nu}=\mathrm{j}^R_\mu,\qquad \partial^\nu\tilde{F}_{\mu\nu}=\mathrm{g}^R_\mu, \tag{4а}$$

$$\mathrm{j}^R_\mu=(\partial_\mu\mathbf{v})\cdot\mathbf{E},\quad \mathrm{g}^R_\mu=(\partial_\mu\mathbf{v})\cdot\mathbf{H}, \tag{4б}$$

где $\mathbf{v}\equiv\mathbf{E}\times\mathbf{H}/\mathbf{E}^2$, а j^R_μ и g^R_μ — эффективные нелинейные источники, называемые нами «электрическим» и «магнитным» токами Райфлера, соответственно. Их существование связано с нелинейными связями на полевые переменные (3) [13, 14], что послужило мотивом недавней интерпретации [14] уравнений (4) в рамках Гамильтон—Якобиевой теории нулевых [15] струн.

2. Гидродинамическая форма уравнения Вейля и генерации завихренности плотности тока вероятности. Уравнения (4) могут быть записаны в гидродинамической форме

$$w^\nu\partial_\nu w^\mu=\mathrm{j}^R_\nu F^{\mu\nu}+\mathrm{g}^R_\nu\tilde{F}^{\mu\nu}\equiv\mathfrak{f}^\mu. \tag{5}$$

Действительно, для единичного вектора $\mathbf{v}$, учитывая связи (3), можно записать $(\mathfrak{D}_t\equiv\partial_t+\mathbf{v}\cdot\nabla)$

$$\mathbf{E}^2\mathfrak{D}_t\mathbf{v}=(\mathbf{E}\cdot\mathfrak{D}_t\mathbf{v})\,\mathbf{E}+(\mathbf{H}\cdot\mathfrak{D}_t\mathbf{v})\,\mathbf{H}. \tag{5а}$$

Замечая, что

$$\mathbf{E}\cdot(\mathbf{v}\cdot\nabla)\mathbf{v}=\mathbf{j}^R\cdot\mathbf{v},\quad \mathbf{H}\cdot(\mathbf{v}\cdot\nabla)\mathbf{v}=\mathbf{g}^R\cdot\mathbf{v},$$

$$\mathbf{E}\cdot\partial_t\mathbf{v}=-\mathrm{j}^R_0,\quad \mathbf{H}\cdot\partial_t\mathbf{v}=-\mathrm{g}^R_0, \tag{5б}$$

$$\mathbf{j}^R\times\mathbf{H}=(\mathbf{j}^R\cdot\mathbf{E})\,\mathbf{v}-(\mathbf{j}^R\cdot\mathbf{v})\,\mathbf{E},\quad \mathbf{g}^R\times\mathbf{E}=-(\mathbf{g}^R\cdot\mathbf{H})\,\mathbf{v}+(\mathbf{g}^R\cdot\mathbf{v})\,\mathbf{H},$$

переписываем (5а) в виде

$$w_0^2\mathfrak{D}_t\mathbf{v}=j^R_0\mathbf{E}-\mathbf{j}^R\times\mathbf{H}-\mathrm{g}^R_0\mathbf{H}+\mathbf{g}^R\times\mathbf{E}+(\mathbf{j}^R\cdot\mathbf{E}-\mathbf{g}^R\cdot\mathbf{H})\,\mathbf{v}. \tag{5в}$$

Далее, используя уравнения поля (4) и следующий из них закон сохранения $\partial^\mu w_\mu=0$, находим

$$\mathbf{j}^R\cdot\mathbf{E}-\mathbf{g}^R\cdot\mathbf{H}=-w^0\mathfrak{D}_t w^0=-w^\mu\partial_\mu w^0, \tag{5г}$$

что совпадает с нулевой компонентой (5). Подставляя (5г) в (5в) с учетом определений (2), получаем и пространственные компоненты (5).

Так как правая часть (5) имеет вид силы Лоренца $\mathfrak{f}^\mu$, действующей на электрические и магнитные токи Райфлера (ср. [16]), то уравнение (5) аналогично релятивистскому уравнению Эйлера (см. напр., [17]) бесстолкновительной сплошной среды с изотропным вектором тока w^ν, движущейся во внешнем поле $F^{\mu\nu}$. Система уравнений (4), (5) подобна системе уравнений электромагнитной гидродинамики [18] (исключая уравнение состояния). В нашем случае гипотетическая среда движется со световой скоростью ($w_\mu w^\mu=0$) и состоит как из «электрических» (j^R_ν), так и из «магнитных» (g^R_ν) источников. Уравнения (4б) играют при этом роль (весьма экзотических) «законов Ома» (ср. [18]).

Аналогия с магнитной гидродинамикой наводит на мысль о существовании вихреподобных конфигураций поля плотности тока вероятности ** и о возможной сложной динамике его завихренности.

Действительно, как известно из гидродинамики, от характера внешней силы (ее роль играет в (5) $\mathfrak{f}^\mu$) зависит сохранение или несохранение вихревых линий и интенсивностей вихревых трубок поля скоростей, что устанавливается теоремой Гельмгольца и уравнением Зоравски—Фридмана [19]. Применим подходящее релятивисткое обобщение этих результатов [17] к уравнению (5).

Релятивистское уравнение Гельмгольца в терминах тензора завихренности

$$\Omega^{\mu\nu}=\partial^\mu w^\nu-\partial^\nu w^\mu$$

имеет вид [17], ср. [20]: $\mathfrak{L}_{(w)}\Omega_{\mu\nu}=0$, где $\mathfrak{L}_{(w)}$ — производная Ли вдоль векторного поля w^ν

$$\mathfrak{L}_{(w)}\Omega_{\mu\nu}=w^\sigma\partial_\sigma\Omega_{\mu\nu}+\partial_\mu w^\sigma\Omega_{\sigma\nu}+\partial_\nu w^\sigma\Omega_{\mu\sigma}. \tag{6}$$

Переписывая (5) в терминах $\Omega^{\mu\nu}$ в виде $w_\nu\Omega^{\nu\mu}=\mathfrak{f}^\mu$, находим

$$\mathfrak{L}_{(w)}\,\Omega_{\mu\nu}=\partial_\mu\mathfrak{f}_\nu-\partial_\nu\mathfrak{f}_\mu, \tag{7}$$

откуда следует, что в общем случае динамика нейтринного поля не сохраняет вихревых линий *** плотности тока вероятности w^μ и их интенсивностей и, следовательно, возможны процессы возникновения и разрушения вихрей [19] поля w^μ. Как и в гидродинамике, это происходит в случае непотенциального характера «внешней силы» $\mathfrak{f}^\mu$, т. е. при $\partial^{[\mu}\mathfrak{f}^{\nu]}\neq0$. Поскольку «внешняя сила» $\mathfrak{f}^\mu$ сама (нелинейным образом) выражается через компоненты (тензорные или спинорные) нейтринного поля, то завихренность $\Omega^{\mu\nu}$ можно интерпретировать как результат внутренней нелинейной динамики тензорного поля, представляющего спинорное поле Вейля.

Кроме того, нейтринное поле с неисчезающим тензором завихренности $\Omega^{\mu\nu}$, которое мы (как и само поле завихренности $\Omega^{\mu\nu}$) предлагаем для краткости именовать *вортинным* полем (от the *vort*icity of neut*rino* field), может возникать в результате взаимодействия с другими полями. В частности, член лагранжиана теории Вайнберга—Салама (см. напр. [21, 22]), описывающий взаимодействие лептонов l с заряженными калибровочными $W^\pm$-бозонами

$$\mathfrak{L}_{\text{int}}(W,l)=\frac{g}{\sqrt{2}}\,(\mathfrak{J}^\mu W_\mu+\mathfrak{J}^{\mu+}W^+_\mu), \tag{8}$$

где $\mathfrak{J}^\mu=\sum\limits_l \bar{l}_L\gamma^\mu\nu_{l_L}$, приводит к появлению в уравнении Вейля источ-

---

** Примером такой конфигурации, удовлетворяющей (4), является $\mathbf{w}=\varrho^{-2}(y,-x,0)$, $\mathbf{E}=\varrho^{-2}(x,y,0)$, $\mathbf{H}=(0,0,\varrho^{-1})$; $\varrho^2=x^2+y^2$. При этом $\mathcal{E}_i\equiv\Omega_{0i}=\varrho^{-3}(-x,-y,0)$; $\mathcal{H}_i=-\frac{1}{2}\varepsilon_{ijk}\Omega_{jk}=0$ (при $\varrho\neq0$).

*** Отметим, что в релятивистском случае более последовательно говорить не о вихревых линиях — интегральных кривых поля $\mathcal{H}=\operatorname{rot}\mathbf{w}$, а о «вихревых листах» — интегральных поверхностях поля $\Omega^{\mu\nu}$.

никового члена $\bar{\eta}(W, l)$: $\sigma^\mu \partial_\mu \nu_{e_L} = \bar{\eta}(W, e)$. Решения этого уравнения при подходящем $\bar{\eta}$ дают отличные от нуля поля завихренности (см. также сноску **

3. Движение материи в вортинном поле. Покажем теперь, что введенное выше вортинное поле $\Omega^{\mu\nu}$ оказывает силовое воздействие на движение материи. Рассмотрим взаимодействие электронов с электронными нейтрино. При энергиях, много меньших масс калибровочных $W^\pm$- и Z^0-бозонов, эффективный лагранжиан электрон-нейтринного рассеяния имеет вид [22]

$$\mathfrak{L}_{\text{eff}} = G_F (\bar{\nu}_{e_L} \gamma^\alpha \nu_{e_L}) [c_V \bar{e} \gamma_\alpha e + c_A \bar{e} \gamma_\alpha \gamma_5 e], \tag{9}$$

где $c_V = 2\sqrt{2}\left(\frac{1}{4} + \sin^2\theta_W\right) \approx \sqrt{2}$, $c_A = \sqrt{2}/2$; $e(\nu_e)$ — биспинорная волновая функция электрона (электронного нейтрино), $\nu_{e_L} \equiv \frac{1}{2}(1-\gamma^5)\nu_e$, G_F — постоянная Ферми слабого взаимодействия. В согласии с предыдущим, $\bar{\nu}_{e_L}\gamma^\alpha \nu_{e_L} = w^\alpha$. Варьируя по $\bar{e}$ лагранжиан $\mathfrak{L}_{\text{Dirac}} + \mathfrak{L}_{\text{eff}}$, приходим к уравнению Дирака для электрона в нейтринном поле

$$\gamma^\mu (i\hbar c \partial_\mu + c_V G_F w_\mu + c_A G_F \gamma_5 w_\mu) e - mc^2 e = 0. \tag{10}$$

Нас интересуют классические уравнения движения. Для их получения запишем уравнения Гейзенберга для операторов координаты и импульса, а затем «деквантуем» их (см. обсуждение классического предела уравнения Дирака в [23–25] и ссылки там).

Ограничимся нерелятивистским приближением. Для этого, следуя стандартной процедуре (см. напр., [12]), представим волновую функцию электрона в виде $e = \exp(-imc^2t/\hbar)\begin{pmatrix}\varphi\\ \chi\end{pmatrix}$. Тогда (10) принимает вид

$$\begin{cases} i\hbar\partial_t\varphi = c\sigma\cdot\hat{\mathbf{p}}\chi - c_V G_F w_0 \varphi + c_A G_F \sigma\cdot\mathbf{w}\varphi - c_A G_F w_0 \chi, \\ i\hbar\partial_t\chi = c\sigma\cdot\hat{\mathbf{p}}\varphi - c_V G_F w_0 \chi + c_A G_F \sigma\cdot\mathbf{w}\chi - c_A G_F w_0 \varphi - 2mc^2\chi, \end{cases} \tag{11}$$

где введено обозначение $\hat{\mathbf{p}} = -i\hbar\nabla + \frac{c_V G_F}{c}\mathbf{w}$. Учитывая, что в нерелятивистском пределе $\chi \sim O(c^{-1}\varphi)$, из (11) находим

$$\chi \approx \frac{1}{2mc^2}(c\sigma\cdot\hat{\mathbf{p}} - c_A G_F w_0)\varphi, \tag{12}$$

что при подстановке в (11) приводит к нерелятивистскому волновому уравнению для двухкомпонентной волновой функции φ

$$i\hbar\partial_t\varphi = \hat{H}\varphi,$$

$$\hat{H} = \left[\frac{1}{2m}\hat{\mathbf{p}}\cdot\hat{\mathbf{p}} + \frac{c_V G_F \hbar}{2mc}\sigma\cdot\mathcal{K} - c_V G_F w_0 + c_A G_F \sigma\cdot\mathbf{w} - \right.$$

$$\left. - \frac{c_A G_F}{2mc} w_0 \sigma\cdot\hat{\mathbf{p}} + \frac{c_A G_F}{2mc^2} w_0^2\right]. \tag{13}$$

Используя гамильтониан (13), легко получить следующую систему уравнений Гейзенберга (ср. [12, 26])

$$\frac{d\mathbf{x}}{dt}=-\frac{i}{\hbar}[\hat{\mathbf{x}}, \hat{H}]=\frac{1}{m}\hat{\mathbf{p}}+O(c^{-1}), \tag{14а}$$

$$\frac{d\hat{\mathbf{p}}}{dt}=-\frac{i}{\hbar}[\hat{\mathbf{p}}, \hat{H}]+\partial_t\hat{\mathbf{p}}=-c_V G_F \mathcal{E}-\frac{1}{2}\frac{c_V G_F}{c}\left(\frac{d\hat{\mathbf{x}}}{dt}\times\mathcal{H}-\mathcal{H}\times\frac{d\hat{\mathbf{x}}}{dt}\right)+$$

$$+c_A G_F \mathcal{H}\times\hat{\sigma}-c_A G_F(\hat{\sigma}\cdot\nabla)\mathbf{w}+O(\hbar, G_F^2, c^{-1}), \tag{14б}$$

$$\frac{d\hat{\sigma}}{dt}=-\frac{i}{\hbar}[\sigma, \mathrm{H}]=\frac{2c_A G_F}{\hbar}(\mathbf{w}\times\hat{\sigma})+\frac{c_V G_F}{mc}\mathcal{H}\times\hat{\sigma}, \tag{14в}$$

где $\mathcal{E}=-\frac{1}{c}\partial_t\mathbf{w}-\nabla w_0$, $\mathcal{H}=\mathrm{rot}\,\mathbf{w}$ — компоненты вортинного поля.

Через $O(\hbar, G_F^2, c^{-1})$ обозначены члены порядка $\hbar$, G_F^2 и c^{-1}, которыми в рассматриваемом приближении мы пренебрегаем.

Заменив в (14) операторы их средними по квазиклассическому волновому пакету (ср. [23–25]), приходим к классическим уравнениям движения

$$m\frac{d^2\mathbf{x}}{dt^2}=-c_V G_F\mathcal{E}-\frac{c_V G_F}{c}\mathbf{v}\times\mathcal{H}-c_A G_F\mathbf{s}\times\mathcal{H}-c_A G_F(\mathbf{s}\cdot\nabla)\mathbf{w}, \tag{15а}$$

$$\frac{d\mathbf{s}}{dt}=\frac{2c_A G_F}{\hbar}\mathbf{w}\times\mathbf{s}+\frac{c_V G_F}{mc}\mathcal{H}\times\mathbf{s}, \tag{15б}$$

где $\mathbf{p}=\langle\hat{\mathbf{p}}\rangle=m\mathbf{v}$, $\mathbf{s}=\langle\sigma\rangle$, $\mathbf{v}=\langle d\hat{\mathbf{x}}/dt\rangle$.

Нетрудно заметить, что первые два члена в (15а) совершенно аналогичны выражению для силы Лоренца. Роль заряда играет $-c_V G_F$, а роль электромагнитного поля — вортинное поле $(\mathcal{E}, \mathcal{H})$. Интересной особенностью является сравнимое по вкладу (т. к. $c_A\approx c_V/2$) влияние на движение частицы спиновых степеней свободы, описываемых вектором $\mathbf{s}$ (см. два последних члена в (15а)). Из (15б) следует, что $d\mathbf{s}^2/dt=0$. При этом спин медленно прецессирует вокруг вектора $\mathcal{H}$ (с частотой $\omega_L\sim G_F|\mathcal{H}|/mc$ порядка частоты «ларморовой прецессии» электрона в «магнитном» вортинном поле $\mathcal{H}$) и сравнительно быстро, с частотой $\omega\sim G_F|\mathbf{w}|/\hbar$, прецессирует вокруг вектора $\mathbf{w}$.

Как видно, с учетом динамики спина поведение электрона в вортинном поле является достаточно сложным. Однако, в грубом приближении $c_A\ll c_V$ на основании отмеченной выше аналогии можно использовать известные результаты по движению заряженных частиц во внешнем электромагнитном поле для суждений о поведении частиц (лептонов и адронов, см. ниже) во внешнем вортинном поле.

Поскольку ток-токовая структура эффективного лагранжиана взаимодействия нейтрино с адронами (или с составляющими их кварками) за счет обмена Z^0-бозоном совпадает с (9) (см. напр., [21, 22, 27]), то аналогичное (15) уравнение движения в вортинном поле справедливо и для адронов. Конечно, на классическом уровне имеет смысл говорить лишь о движении (систем) стабильных частиц — электронов и нуклонов.

Вследствие малости константы $G_F\sim10^{-49}$ эрг·см^3 заметное влияние на движение материи оказывают только достаточно крупномасштабные (в пространственном и временном смысле) вортинные поля. Представление о соответствующих порядках величин (в приближении $c_A\ll c_V$) дают выражения для радиуса и частоты «прецессии Лармора» в «магнитном» вортинном поле $\mathcal{H}$

$$\omega_L \approx c_V G_F |\mathcal{K}|/2mc \sim 10^{-25}|\mathcal{K}| \quad (\text{год}^{-1}),$$
$$R_L \approx v/\omega_L \sim 10^{14} v/|\mathcal{K}| \quad (\text{парсек}), \tag{16}$$

где $|\mathcal{K}|$ — напряженность вортинного поля, см$^{-4}$, v — скорость частиц. Порядки величин в (16) подразумевают, что вортинное поле может проявляться только в космологических масштабах.

4. Заключение. а) Переход от спиноров к тензорам приводит к интересным с физической точки зрения уравнениям (разделы 1, 2). При этом наше рассмотрение существенно опирается на c-числовой характер используемых величин и на интерпретацию соответствующих тензорных полей как классических. Хорошо известно, однако, что последовательна только вторично-квантованная теория полей полуцелого спина (см. напр., [28]). В связи с этим мы предполагаем, что исследование классического предела фермионных полей в терминах билинейных по спинорным полевым операторам наблюдаемых позволит найти физические ситуации, в которых допустимо рассмотрение последних как c-числовых полей.

б). Порядки величин в (16) показывают, что силовое воздействие вортинного поля может проявляться только в космологических масштабах. Можно предположить, что оно играет роль в формировании галактик и дает вклад в скрытую массу (о проблеме скрытой массы см. напр., [29]). Эта гипотеза, однако, подразумевает существование крупномасштабных и мощных вортинных полей. Их источниками, согласно концу раздела 2, могли бы быть локализованные сгустки $W^{\pm}$-бозонов и электронов, происхождение которых, как и космических струн [30], возможно, связано с фазовыми переходами в ранней Вселенной.

Автор благодарен Р.-К. Лойде за доброжелательную поддержку и обсуждение работы.

ЛИТЕРАТУРА

1. *Takabayasi, T.* // Progr. Theor. Phys. Suppl., 1957, № 4.
2. *Желнорович В. А.* Тензорное представление спиноров и спинорных уравнений. М., МГУ, 1979; Теория спиноров и ее применение в физике и механике. М., Наука, 1982.
3. *Benn, I. M., Tucker, R. W.* // Commun. Math. Phys., 1985, **98**, № 1, 53; *Сатиков И. А. Стражев В. И.* // ТМФ, 1987, **73**, № 1, 16—25.
4. *Penney, R.* // J. Math. Phys., 1965, **6**, № 7, 1026—1028.
5. *Sommers, P.* // J. Math. Phys., 1980, **21**, № 10, 2567—2571.
6. *Reifler, F.* // J. Math. Phys., 1984, **25**, № 4, 1088—1092.
7. *Mickelsson, J.* // J. Math. Phys., 1985, **26**, № 9, 2346—2349.
8. *Картан Э.* Теория спиноров. М., ИЛ, 1947.
9. *Пенроуз Р., Риндлер В.* Спиноры и пространство—время. Т. I. М., Мир, 1987.
10. *Payne, W. T.* // Amer. J. Phys., 1952, **20**, № 5, 253—262.
11. *Весс Ю., Беггер Дж.* Суперсимметрия и супергравитация. М., Мир, 1986.
12. *Бьеркен Дж. Д., Дрелл С. Д.* Релятивистская квантовая теория. Т. I. М., Наука, 1978.
13. *Переломов А. М.* // УФН, 1981, **134**, № 4, 577—609.
14. *Канатчиков И. В.* // Изв. АН Эстонии. Физ. Матем., 1989, **38**, № 1, 103—106; Препринт ИФ-52. Тарту, 1990.
15. *Schild A.* // Phys. Rev., 1977, **D16**, № 6, 1722—1726.
16. *Стражев В. И., Томильчик Л. М.* Электродинамика с магнитным зарядом. Минск, Наука и техника, 1975.
17. *Lichnerowicz, A.* Relativistic Hydrodynamics and Magnetohydrodynamics. New York, W. A. Benjamin, Inc., 1967.
18. *Бай Ши-И.* Магнитная газодинамика и динамика плазмы. М., Мир, 1964.
19. *Кочин Н. Е., Кибель И. А., Розе Н. В.* Теоретическая гидромеханика. Ч. I. М., ГИФМЛ, 1963; *Truesdell, C.* The Kinematics of Vorticity. Bloomington, Indiana Univ. Press, 1954.

20. *Шутц Б.* Геометрические методы математической физики. М., Мир, 1984.
21. *Ахиезер А. И., Пелетминский С. В.* Поля и фундаментальные взаимодействия. Киев, Наук. думка, 1986.
22. *Окунь Л. Б.* Лептоны и кварки. М., Наука, 1981.
23. *Fradkin, D. M., Good, R. H.* Jr. // Rev. Mod. Phys., 1961, **33**, № 2, 343—345.
24. *Arodž, H., Ruijgrok, Th. W.* // Acta Phys. Pol., 1988, **B19**, № 2, 99—140.
25. *Соколов А. А., Тернов И. М.* Релятивистский электрон. М., Наука, 1983.
26. *Шифф Л.* Квантовая механика. М., ИЛ, 1959.
27. *Огава С.* и др. Составные модели элементарных частиц. М., Мир, 1983.
28. *Гайтлер В.* Квантовая теория излучения. М., ИЛ, 1956.
29. Ann. phys. (Paris), 1988, Colloq. № 3, Suppl. au № 6; Dark matter, large-scale structure and background radiation in the Universe: 2nd Tartu seminar on current problems of cosmology, 10—14 June 1985, ed. J. Einasto et. al., (Acad. Sci. Estonian SSR, sect. phys. and astron., preprint A-3). Tallinn, 1986; *Einasto, J., Kaasik, A., Saar, E.* // IA and AP preprint, Tartu, 1974; *Einasto, J., Jõeveer, M., Kaasik, A., Vennik, J.* // IA and AP preprints № 8 and № 9, Tartu, 1976.
30. *Kibble, T. W. B.* // J. Phys., 1976, **A9**, № 8, 1387—1398.; *Vilenkin, A.* // Phys. Rep., 1985, **121**, № 5, 263—315; *Brandenberger, R. H.* // J. Phys. G.: Nucl. Part. Phys., 1989, **15**, № 1, 1—35.

Таллиннский технический университет

Поступила в редакцию
13/III 1989

Переработанный вариант
12/X 1989

Igor KANATTŠIKOV

NEUTRIINOVÄLJA PÖÖRISTEST

On vaadeldud neutriinovälju $\xi(x)$ mittekaduva pööristensoriga $\Omega^{\mu\nu}=\partial^\mu w^\nu-\partial^\nu w^\mu$, kus $w^\mu=\bar{\xi}\sigma^\mu\xi$ on tõenäosuse voolu tihedus, ja elementaarosakeste liikumist sellistes väljades.

Igor KANATCHIKOV

ON THE VORTICITY OF THE NEUTRINO FIELD

Attention is drawn to the existence of neutrino fields with nonvanishing vorticity of the probability current density $w^\mu=\bar{\xi}\sigma^\mu\xi$, where ξ is the Weyl field. The vorticity field $\Omega^{\mu\nu}=\partial^\mu w^\nu-\partial^\nu w^\mu$, weakly interacting with the particles, influences their classical motion and causes the spin precession as well. The corresponding classical equations of motion are analogous (neglecting the exial component of weak interaction) to the Lorentz equation and the equation of the magnetic moment precession in electrodynamics. In our case the vorticity tensor $\Omega^{\mu\nu}$ plays the role of electromagnetic field, and the Fermi constant G_F plays the role of elementary charge. As the coupling constant G_F is very small, the characteristic scale of the motion in the vorticity field $\Omega^{\mu\nu}$ is of cosmological order.