EESTI NSV TEADUSTE AKADEEMIA TOIMETISED.
FÜÜSIKA * MATEMAATIKA
ИЗВЕСТИЯ АКАДЕМИИ НАУК ЭСТОНСКОЙ ССР. ФИЗИКА * МАТЕМАТИКА
PROCEEDINGS OF THE ACADEMY OF SCIENCES OF THE ESTONIAN SSR.
PHYSICS * MATHEMATICS

1987, 36, 2

https://doi.org/10.3176/phys.math.1987.2.05

УДК 539.12

И. ОТС

О ЧЕТЫРЕХФЕРМИОННОМ СЛАБОМ ВЗАИМОДЕЙСТВИИ С УЧАСТИЕМ ОДНОЙ ЧАСТИЦЫ СО СПИНОМ 3/2

(Представил Х. Керес)

1. Введение

Интерес к теориям, в которых рассматривается взаимодействие частиц с высшими спинами, в последнее время заметно возрос. Это главным образом связано с развитием теории супергравитации, в которой, как известно, требуется существование частиц с высшими спинами, а также с развитием разных теорий, в которых лептоны и кварки имеют структуру и тем самым на каком-то уровне могут иметь и спины выше 1/2.

В электрослабом взаимодействии частицы с высшими спинами дают, в общем, эффекты, отсутствующие в процессах между обычными частицами. По этим эффектам можно, в принципе, устанавливать участие частиц с высшими спинами в электрослабых процессах и тем самым существование таких частиц вообще.

Ниже рассмотрим эффективное четырехфермионное слабое взаимодействие при участии одной частицы со спином 3/2. Работа состоит из двух частей. В первой части построим эффективные лагранжианы взаимодействия и рассмотрим их свойства по отношению к преобразованиям Фирца, во второй — рассмотрим конкретный процесс четырехфермионного слабого взаимодействия — лептонный распад тяжелого лептона.

2. Эффективные лагранжианы и преобразования Фирца

Как известно, стандартные слабые процессы при низких по сравнению с массами промежуточных бозонов энергиях описываются эффективными лагранжианами взаимодействия. Будем считать, что это так и при участии частиц с высшими спинами во взаимодействии. В дальнейшем рассмотрим возможные типы эффективных лагранжианов четырехфермионного взаимодействия в случае, когда один фермион имеет спин 3/2. Так как частица со спином 3/2 описывается векторспинором Рариты—Швингера Ψ_α, который удовлетворяет уравнению *

$$(i\hat{\partial}-m)\Psi_\alpha=0 \tag{1}$$

с добавочными условиями

$$\begin{aligned}\gamma^\alpha\Psi_\alpha&=0,\\ \partial^\alpha\Psi_\alpha&=0,\end{aligned} \tag{2}$$

* В статье использованы обозначения и представления Бьеркена—Дрелла [1].

то лагранжианы взаимодействия конечно отличаются от лагранжианов стандартного случая. Будем считать, что эффективные лагранжианы взаимодействия имеют, как обычно, ток-токовую структуру. При этом один ток является обычным, другой необычным — он содержит частицу со спином 3/2. Принимая во внимание условия (2), можно построить следующие токи, содержащие вектор-спиноры:

$$\begin{aligned} &\bar{\Psi}_1^{\alpha}\Psi_2 && \text{— вектор,} \\ &\bar{\Psi}_1^{\alpha}\gamma^{\beta}\Psi_2 && \text{— тензор,} \\ &\bar{\Psi}_1^{\alpha}\gamma_5\Psi_2 && \text{— аксиал.} \end{aligned} \tag{3}$$

Ясно, что можно построить аналогичные токи, когда вторая частица имеет спин 3/2 ($\bar{\Psi}_1\Psi_2^{\alpha}$ и т. д.). Следует отметить, что токи типа (3) фактически содержатся в матричных элементах четырехфермионного взаимодействия при более общих спинах, приведенных уже в [2].

Умножая токи (3) на обычные токи, получаем возможные типы эффективных лагранжианов четырехфермионного взаимодействия при участии одной частицы со спином 3/2. В общем случае можно написать

$$L = \sum_i (G_i L_i + G'_i L_i), \tag{4}$$

где сохраняющие пространственную четность члены выражаются как

$$\begin{aligned} L_1 &= \bar{\Psi}_1^{\alpha}\Psi_2\bar{\Psi}_3\gamma_{\alpha}\Psi_4, \\ L_2 &= \bar{\Psi}_1^{\alpha}\gamma^{\beta}\Psi_2\bar{\Psi}_3\frac{1}{\sqrt{2}}\sigma_{\alpha\beta}\Psi_4, \\ L_3 &= \bar{\Psi}_1^{\alpha}\gamma_5\Psi_2\bar{\Psi}_3 i\gamma_{\alpha}\gamma_5\Psi_4, \end{aligned} \tag{5}$$

а члены, нарушающие четность, как

$$\begin{aligned} L'_1 &= \bar{\Psi}_1^{\alpha}\Psi_2\bar{\Psi}_3\gamma_{\alpha}\gamma_5\Psi_4, \\ L'_2 &= \bar{\Psi}_1^{\alpha}\gamma^{\beta}\Psi_2\bar{\Psi}_3\frac{1}{\sqrt{2}}\sigma_{\alpha\beta}\gamma_5\Psi_4, \\ L'_3 &= \bar{\Psi}_1^{\alpha}\gamma_5\Psi_2\bar{\Psi}_3 i\gamma_{\alpha}\Psi_4, \end{aligned} \tag{6}$$

где

$$\sigma_{\alpha\beta} = \frac{i}{2}(\gamma_{\alpha}\gamma_{\beta} - \gamma_{\beta}\gamma_{\alpha}).$$

Лагранжианы четырехфермионного взаимодействия с заряженными токами имеют в обычном случае V—A-структуру. При этом V—A-лагранжиан является одним из инвариантов преобразований Фирца.

В случае участия гипотетической частицы со спином 3/2 при отсутствии экспериментальных данных ничего определенного о конкретном виде эффективного лангражиана взаимодействия сказать невозможно. Однако представляют интерес свойства этих лагранжианов по отношению к преобразованиям Фирца. Интересно также рассмотреть, найдутся ли и в этом случае инварианты Фирца, аналогичные инвариантам обычной теории.

Можно показать, что лагранжианы, в которых заменены Ψ_2 и Ψ_4

(обозначим их через $\bar{\bar{L}}_i$), выражаются через лагранжианы (5) следующим образом:

$$\bar{L}_i = \alpha \sum_j F_{ij} L_j, \tag{7}$$

где $\alpha = \pm 1$, и

$$F = \begin{bmatrix} 1/2 & -i\sqrt{2}/2 & -i/2 \\ i\sqrt{2}/2 & 0 & -\sqrt{2}/2 \\ i/2 & -\sqrt{2}/2 & 1/2 \end{bmatrix}. \tag{8}$$

Инвариантами преобразования являются следующие комбинации:

$$\left.\begin{matrix} L_1 - iL_3 \\ L_1 - \dfrac{i}{\sqrt{2}} L_2 \end{matrix}\right\} \quad \text{при} \quad \alpha = 1, \tag{9}$$

$$L_1 + i\sqrt{2}\, L_2 + iL_3 \quad \text{при} \quad \alpha = -1.$$

Для лагранжианов, несохраняющих четность, получаем

$$\bar{L}'_i = \alpha \sum_j F'_{ij} L'_j, \tag{10}$$

где

$$F' = \begin{bmatrix} 1/2 & i\sqrt{2}/2 & -i/2 \\ -i\sqrt{2}/2 & 0 & \sqrt{2}/2 \\ i/2 & \sqrt{2}/2 & 1/2 \end{bmatrix},$$

а инвариантами Фирца являются комбинации

$$\begin{gathered} \left.\begin{matrix} L'_1 - iL'_3 \\ L'_1 + \dfrac{i}{\sqrt{2}} L'_2 \end{matrix}\right\} \quad \text{при} \quad \alpha = 1, \\ L'_1 - i\sqrt{2}\, L'_2 + iL'_3 \quad \text{при} \quad \alpha = -1. \end{gathered} \tag{11}$$

Из приведенных инвариантных комбинаций видно, что инвариант

$$L_1 - iL_3 \mp (L'_1 - iL'_3) = \\ = \bar{\Psi}^{\alpha}_1 (1 \mp \gamma_5) \Psi_2 \bar{\Psi}_3 \gamma_\alpha (1 \mp \gamma_5) \Psi_4 \tag{12}$$

является аналогом V—A-взаимодействия стандартной теории.

Кроме вектор-спинора для описания частиц со спином 3/2 используют тензорный формализм спин-ротатора. В этом случае можно тоже построить эффективные лагранжианы взаимодействия и изучить их свойства по отношению к преобразованиям Фирца. Но так как спин-ротатор $\Psi_{\alpha\beta} = \partial_\alpha \Psi_\beta - \partial_\beta \Psi_\alpha$ в случае частиц с отличной от нуля массой покоя связан вектор-спинором как

$$\Psi_\alpha = \frac{1}{m^2} \partial^\beta \Psi_{\beta\alpha} \tag{13}$$

или

$$\Psi_\alpha = \frac{i}{m} \gamma^\beta \Psi_{\beta\alpha}, \tag{14}$$

то часть лагранжианов со спин-ротаторами связана уже приведенными лагранжианами. Поэтому мы здесь не приводим анализа лагранжианов взаимодействия в случае спин-ротаторных частиц. Однако надо подчеркнуть, что спин-ротаторный формализм иногда полезен при описании безмассовых частиц со спином 3/2. Дело в том, что этот формализм устраняет бесконечные вклады, которые возникают в теории Рариты—Швингера в предельном переходе $m \to 0$, допуская, таким образом, этот переход. Но в случае безмассовой частицы со спином 3/2 возникают трудности при построении векторного тока. Действительно, единственная возможность $\bar{\Psi}^{\alpha\beta}\gamma_\beta\Psi$ в силу условий (2) превращается в нуль. Векторный ток в этом случае можно построить только при помощи производных (в импульсном представлении — импульсов). Итак, векторный ток в случае спин-ротаторного формализма может иметь вид

$$\bar{u}^{\alpha\beta}(q)\,(p-q)_\beta(1-a\gamma_5)\,u(p), \tag{15}$$

где через q и p обозначены четырех-импульсы соответствующих частиц, а a определяет разные возможные спиральности частиц.

3. Лептонный распад тяжелого лептона

В качестве примера четырехфермионного слабого взаимодействия с одной частицей со спином 3/2 рассмотрим распад тяжелого лептона на более легкий лептон, нейтрино и антинейтрино

$$L^- \to l^- + \tilde{\nu}_l + \nu_L. \tag{16}$$

Любую из частиц в этой реакции можно считать частицей со спином 3/2. Рассмотрим случаи, когда частицами со спином 3/2 являются либо начальные тяжелые лептоны, либо конечные нейтрино ν_L (название «нейтрино» в этом случае условное).

В обоих случаях находим спектры конечных l-лептонов в системе покоя начального лептона. При этом нейтрино и антинейтрино считаем безмассовыми частицами, а массой l-лептона пренебрегаем. Ток обычных частиц всегда считаем V—A-током.

Распад ориентированного тяжелого лептона со спином 3/2 с эффективным лагранжианом типа (12) довольно подробно рассмотрен в [3, 4]. Поэтому приведем здесь только основные результаты, а также некоторые аспекты, на которые в этих работах не было обращено должного внимания.

Спиновая ориентация частиц со спином 3/2 описывается не только вектором поляризации, как в случае частиц со спином 1/2, но и тензорами ориентации трех порядков, которые в системе покоя частицы мы обозначим через t^i, t^{ij} и t^{ijk}. Значения тензоров ориентации, когда частица находится в одном из чистых состояний с проекцией спина на z-ось $m=3/2$, 1/2, —1/2 или —3/2, приведены в таблице.

Тензоры ориентации	m			
	3/2	1/2	—1/2	—3/2
t^z	1	1/3	—1/3	—1
t^{zz}	4/3	—4/3	—4/3	4/3
t^{zzz}	8/15	—8/5	8/5	—8/15

Исходя из требования инвариантности по отношению к трехмерным вращениям можно написать следующую общую формулу для спектра конечных l-лептонов:

$$\frac{dW}{d\Omega\, dx}=A\left[F_0(x,a)+F_1(x,a)t_in^i+\right.$$
$$\left.+F_2(x,a)t_{ij}n^in^j+F_3(x,a)t_{ijk}n^in^jn^k\right]. \tag{17}$$

Здесь A — постоянная, через $F_i(x,a)$ обозначены инвариантные по отношению к трехмерным вращениям функции от энергетического безразмерного переменного, описывающие вклады от разных ориентационных моментов. Переменная x определена как энергия конечного l-лептона; деленная на массу начального тяжелого лептона, она принимает значения от нуля до 1/2. Параметр a определяет разные возможные спиральности нейтрино ν_L. Первоначально он стоит в токе тяжелого лептона

$$L^{\alpha}(1+a\gamma_5)\nu_L. \tag{18}$$

Наконец, через n^i обозначены компоненты единичного вектора в направлении вылета конечного l-лептона.

Следует сказать, что из четырех инвариантных функций $F_i(x,a)$, только три являются независимыми. Действительно, считая l-лептон частицей, она при пренебрежении массой становится левовинтовой, т. е. имеет проекцию $-1/2$ на направление ее движения, которое мы принимаем за ось квантования. Закон сохранения проекции спина в этом случае запрещает распад L-лептона с состояния $m=3/2$. Учитывая это и принимая во внимание значения тензоров ориентации при $m=3/2$ в таблице, находим следующую связь между инвариантными функциями:

$$F_0(x,a)-F_1(x,a)+\frac{4}{3}F_2(x,a)-\frac{8}{15}F_3(x,a)=0. \tag{19}$$

Дополнительные связи между разными инвариантными функциями можно найти в случае максимальной возможной энергии конечных лептонов, т. е. между разными $F_i(1/2,\ a)$. Они приведены в [3].

Конкретное вычисление спектра дает

$$A=\frac{G^2M_L^5}{24(2\pi)^4}, \tag{20}$$

$$\begin{aligned}
F_0(x,1)&=\frac{4}{3}x^2(3-4x+2x^2),\\
F_1(x,1)&=\frac{4}{5}x^2(5-2x^2),\\
F_2(x,1)&=2x^3(2-x),\\
F_3(x,1)&=3x^4,
\end{aligned} \tag{21}$$

$$\begin{aligned}
F_0(x,-1)&=\frac{8}{3}x^2(3-6x+x^2),\\
F_1(x,-1)&=\frac{8}{5}x^2(5-10x+x^2),\\
F_2(x,-1)&=-2x^4,\\
F_3(x,-1)&=-3x^4.
\end{aligned} \tag{22}$$

Согласно [2] любое $F_0(x)$ может быть приведено к виду

$$F_0(x) \sim x^2\left[1-2x+\frac{1}{3}x^2+\varrho'\left(\frac{8}{3}x-1\right)\right], \tag{23}$$

где через ϱ' обозначен параметр, аналогичный параметру Мишеля в обычном случае.

Найденные $F_0(x,-1)$ и $F_0(x,1)$, которые описывают энергетическое распределение конечных l-частиц от распада неориентированного тяжелого лептона в случаях левовинтового и правовинтового нейтрино ν_L, соответствуют крайним возможным значениям ϱ' параметра — $\varrho'=0$ и $\varrho'=1/2$.

Переходим ко второму случаю, когда ν_L имеет спин 3/2. Для описания безмассовых частиц со спином 3/2 воспользуемся здесь формализмом спин-ротатора, а ток, содержащий спин-ротатор, выберем в виде (15). Для нахождения спектра конечных лептонов можно воспользоваться методами, приведенными в [3]. Вид проекционного оператора для спинротатора можно найти в [5]. Поэтому мы и здесь опускаем подробные выкладки, связанные с вычислением, и напишем сразу окончательный результат

$$\frac{dW}{d\Omega\, dx}=\frac{G^2M_L^5}{(2\pi)^4}\left[f_0(x,a)+\vec{k}\vec{\eta}f_1(x,a)\right], \tag{24}$$

где

$$f_0(x,-1)=\frac{x^4}{15}(5-4x),$$
$$f_1(x,-1)=\frac{x^4}{15}(1+4x) \tag{25}$$

характеризуют распределение в случае левовинтового нейтрино (проекция спина 3/2 против направления движения), а

$$f_0(x,1)=4x^2\left(\frac{1}{8}-\frac{2}{3}x+\frac{7}{6}x^2-\frac{2}{3}x^3\right),$$
$$f_1(x,1)=4x^2\left(\frac{1}{24}-\frac{1}{3}x+\frac{5}{6}x^2-\frac{2}{3}x^3\right) \tag{26}$$

характеризуют распределение в случае правовинтового нейтрино (проекция спина 3/2 по направлению движения). Через $\vec{\eta}$ обозначен вектор поляризации начальных лептонов, а через $\vec{k}$ — единичный вектор в направлении вылета l-лептона. По анализу направлений вылетающих частиц и их спиновых состояний в случае максимальной допускаемой энергии $\left(x=\frac{1}{2}\right)$ вылетающих l-лептонов можно установить, что в случае правовинтового ν_L-нейтрино конечные лептоны не могут приобрести эту максимальную энергию. Это видно и из инвариантных функций $f_0(x,1)$ и $f_1(x,1)$, которые обращаются в нуль при $x=\frac{1}{2}$.

Отличия инвариантных функций распределения (21), (22), (25) и (26) от распределений конечных частиц в реакции (16) между обычными частицами для всех возможных типов взаимодействий дают, в принципе, возможность обнаружить участие нестандартных частиц в процессах электрослабого взаимодействия.

ЛИТЕРАТУРА

1. *Бьеркен Дж. Д., Дрелл С. Д.* Релятивистская квантовая теория. М., «Наука», 1978.
2. *Behrends, R. E., Fronsdal, C.* Phys. Rev., **106**, № 2, 345—353 (1957).
3. *Ots, I.* Preprint F-9. Tartu, 1979.
4. *Отс И.* Изв. АН ЭССР. Физ. Матем., **28**, № 2, 155—157 (1979).
5. *Отс И.* Изв. АН ЭССР. Физ. Матем., **29**, № 4, 445—446 (1980).

Институт физики
Академии наук Эстонской ССР

Поступила в редакцию
9/VII 1986

I. OTS

NÕRGAST VASTASTIKMÕJUST NELJA FERMIONI VAHEL, MILLEST ÜKS ON 3/2-SPINNIGA OSAKE

On leitud efektiivsed nõrga vastastikmõju lagranžiaanid protsessidele nelja fermioni vahel, millest üks on 3/2-spinniga osake, ning uuritud nende lagranžiaanide omadusi Fierzi teisenduste suhtes. Näitena mainitud protsessidest on arvutatud orienteeritud raske leptoni leptonlagunemise spekter, kui raske lepton ise või temale vastav neutriino on 3/2-spinniga osake.

I. OTS

ON WEAK FOUR-FERMION INTERACTION WITH ONE SPIN 3/2 PARTICLE

The effective four-fermion weak interaction lagrangians with one spin 3/2 particle are constructed and their properties with respect to Fierz transformations are investigated. For the description of spin 3/2 particles the Rarita-Schwinger or spin-rotator formalism is used. It is shown that there exist Fierz invariant lagrangians analogous to those in the ordinary four-fermion theory.

As an example of a four-fermion weak process with one spin 3/2 particle the decay of a heavy lepton into a light lepton, an antineutrino and a neutrino is investigated. The heavy lepton or its neutrino is taken to be a spin 3/2 particle. The energy-angular distribution of final light leptons from the decay of oriented heavy leptons has been found and analyzed.