

УДК 539.12

И. ОТС

## О ЧЕТЫРЕХФЕРМИОННОМ СЛАБОМ ВЗАИМОДЕЙСТВИИ С УЧАСТИЕМ ОДНОЙ ЧАСТИЦЫ СО СПИНОМ 3/2

(Представил Х. Керес)

### 1. Введение

Интерес к теориям, в которых рассматривается взаимодействие частиц с высшими спинами, в последнее время заметно возрос. Это главным образом связано с развитием теории супергравитации, в которой, как известно, требуется существование частиц с высшими спинами, а также с развитием разных теорий, в которых лептоны и кварки имеют структуру и тем самым на каком-то уровне могут иметь и спины выше 1/2.

В электрослабом взаимодействии частицы с высшими спинами дают, в общем, эффекты, отсутствующие в процессах между обычными частицами. По этим эффектам можно, в принципе, устанавливать участие частиц с высшими спинами в электрослабых процессах и тем самым существование таких частиц вообще.

Ниже рассмотрим эффективное четырехфермионное слабое взаимодействие при участии одной частицы со спином 3/2. Работа состоит из двух частей. В первой части построим эффективные лагранжианы взаимодействия и рассмотрим их свойства по отношению к преобразованиям Фирца, во второй — рассмотрим конкретный процесс четырехфермионного слабого взаимодействия — лептонный распад тяжелого лептона.

### 2. Эффективные лагранжианы и преобразования Фирца

Как известно, стандартные слабые процессы при низких по сравнению с массами промежуточных бозонов энергиях описываются эффективными лагранжианами взаимодействия. Будем считать, что это так и при участии частиц с высшими спинами во взаимодействии. В дальнейшем рассмотрим возможные типы эффективных лагранжианов четырехфермионного взаимодействия в случае, когда один фермион имеет спин 3/2. Так как частица со спином 3/2 описывается векторспинором Рариты—Швингера  $\Psi_\alpha$ , который удовлетворяет уравнению \*

$$(i\hat{\partial} - m)\Psi_\alpha = 0 \quad (1)$$

с добавочными условиями

$$\begin{aligned} \gamma^\alpha \Psi_\alpha &= 0, \\ \partial^\alpha \Psi_\alpha &= 0, \end{aligned} \quad (2)$$

\* В статье использованы обозначения и представления Бьеркена—Дрелла [1].



то лагранжианы взаимодействия конечно отличаются от лагранжианов стандартного случая. Будем считать, что эффективные лагранжианы взаимодействия имеют, как обычно, ток-токовую структуру. При этом один ток является обычным, другой необычным — он содержит частицу со спином 3/2. Принимая во внимание условия (2), можно построить следующие токи, содержащие вектор-спиноры:

$$\begin{aligned}\bar{\Psi}_1^\alpha \Psi_2 & \text{ — вектор,} \\ \bar{\Psi}_1^\alpha \gamma^\beta \Psi_2 & \text{ — тензор,} \\ \bar{\Psi}_1^\alpha \gamma_5 \Psi_2 & \text{ — аксиал.}\end{aligned}\tag{3}$$

Ясно, что можно построить аналогичные токи, когда вторая частица имеет спин 3/2 ( $\bar{\Psi}_1 \Psi_2^\alpha$  и т. д.). Следует отметить, что токи типа (3) фактически содержатся в матричных элементах четырехфермионного взаимодействия при более общих спинах, приведенных уже в [2].

Умножая токи (3) на обычные токи, получаем возможные типы эффективных лагранжианов четырехфермионного взаимодействия при участии одной частицы со спином 3/2. В общем случае можно написать

$$L = \sum_i (G_i L_i + G'_i L'_i),\tag{4}$$

где сохраняющие пространственную четность члены выражаются как

$$\begin{aligned}L_1 &= \bar{\Psi}_1^\alpha \Psi_2 \bar{\Psi}_3 \gamma_\alpha \Psi_4, \\ L_2 &= \bar{\Psi}_1^\alpha \gamma^\beta \Psi_2 \bar{\Psi}_3 \frac{1}{\sqrt{2}} \sigma_{\alpha\beta} \Psi_4, \\ L_3 &= \bar{\Psi}_1^\alpha \gamma_5 \Psi_2 \bar{\Psi}_3 i \gamma_\alpha \gamma_5 \Psi_4,\end{aligned}\tag{5}$$

а члены, нарушающие четность, как

$$\begin{aligned}L'_1 &= \bar{\Psi}_1^\alpha \Psi_2 \bar{\Psi}_3 \gamma_\alpha \gamma_5 \Psi_4, \\ L'_2 &= \bar{\Psi}_1^\alpha \gamma^\beta \Psi_2 \bar{\Psi}_3 \frac{1}{\sqrt{2}} \sigma_{\alpha\beta} \gamma_5 \Psi_4, \\ L'_3 &= \bar{\Psi}_1^\alpha \gamma_5 \Psi_2 \bar{\Psi}_3 i \gamma_\alpha \Psi_4,\end{aligned}\tag{6}$$

где

$$\sigma_{\alpha\beta} = \frac{i}{2} (\gamma_\alpha \gamma_\beta - \gamma_\beta \gamma_\alpha).$$

Лагранжианы четырехфермионного взаимодействия с заряженными токами имеют в обычном случае  $V-A$ -структуру. При этом  $V-A$ -лагранжиан является одним из инвариантов преобразований Фирца.

В случае участия гипотетической частицы со спином 3/2 при отсутствии экспериментальных данных ничего определенного о конкретном виде эффективного лагранжиана взаимодействия сказать невозможно. Однако представляют интерес свойства этих лагранжианов по отношению к преобразованиям Фирца. Интересно также рассмотреть, найдутся ли и в этом случае инварианты Фирца, аналогичные инвариантам обычной теории.

Можно показать, что лагранжианы, в которых заменены  $\Psi_2$  и  $\Psi_4$

(обозначим их через  $\bar{L}_i$ ), выражаются через лагранжианы (5) следующим образом:

$$\bar{L}_i = \alpha \sum_j F_{ij} L_j, \quad (7)$$

где  $\alpha = \pm 1$ , и

$$F = \begin{bmatrix} 1/2 & -i\sqrt{2}/2 & -i/2 \\ i\sqrt{2}/2 & 0 & -\sqrt{2}/2 \\ i/2 & -\sqrt{2}/2 & 1/2 \end{bmatrix}. \quad (8)$$

Инвариантами преобразования являются следующие комбинации:

$$\left. \begin{array}{l} L_1 - iL_3 \\ L_1 - \frac{i}{\sqrt{2}} L_2 \end{array} \right\} \quad \text{при} \quad \alpha = 1, \quad (9)$$

$$L_1 + i\sqrt{2} L_2 + iL_3 \quad \text{при} \quad \alpha = -1.$$

Для лагранжианов, несохраняющих четность, получаем

$$\bar{L}'_i = \alpha \sum_j F'_{ij} L'_j, \quad (10)$$

где

$$F' = \begin{bmatrix} 1/2 & i\sqrt{2}/2 & -i/2 \\ -i\sqrt{2}/2 & 0 & \sqrt{2}/2 \\ i/2 & \sqrt{2}/2 & 1/2 \end{bmatrix},$$

а инвариантами Фирца являются комбинации

$$\left. \begin{array}{l} L'_1 - iL'_3 \\ L'_1 + \frac{i}{\sqrt{2}} L'_2 \end{array} \right\} \quad \text{при} \quad \alpha = 1, \quad (11)$$

$$L'_1 - i\sqrt{2} L'_2 + iL'_3 \quad \text{при} \quad \alpha = -1.$$

Из приведенных инвариантных комбинаций видно, что инвариант

$$\begin{aligned} L_1 - iL_3 \mp (L'_1 - iL'_3) = \\ = \bar{\Psi}_1^\alpha (1 \mp \gamma_5) \Psi_2 \bar{\Psi}_3 \gamma_\alpha (1 \mp \gamma_5) \Psi_4 \end{aligned} \quad (12)$$

является аналогом  $V-A$ -взаимодействия стандартной теории.

Кроме вектор-спинора для описания частиц со спином  $3/2$  используют тензорный формализм спин-ротатора. В этом случае можно тоже построить эффективные лагранжианы взаимодействия и изучить их свойства по отношению к преобразованиям Фирца. Но так как спин-ротатор  $\Psi_{\alpha\beta} = \partial_\alpha \Psi_\beta - \partial_\beta \Psi_\alpha$  в случае частиц с отличной от нуля массой покоя связан вектор-спинором как

$$\Psi_\alpha = \frac{1}{m^2} \partial^\beta \Psi_{\beta\alpha} \quad (13)$$

или

$$\Psi_\alpha = \frac{i}{m} \gamma^\beta \Psi_{\beta\alpha}, \quad (14)$$



То часть лагранжианов со спин-ротаторами связана уже приведенными лагранжианами. Поэтому мы здесь не приводим анализа лагранжианов взаимодействия в случае спин-ротаторных частиц. Однако надо подчеркнуть, что спин-ротаторный формализм иногда полезен при описании безмассовых частиц со спином  $3/2$ . Дело в том, что этот формализм устраняет бесконечные вклады, которые возникают в теории Рариты—Швингера в предельном переходе  $m \rightarrow 0$ , допуская, таким образом, этот переход. Но в случае безмассовой частицы со спином  $3/2$  возникают трудности при построении векторного тока. Действительно, единственная возможность  $\bar{\Psi}^{\alpha\beta}\gamma_\beta\Psi$  в силу условий (2) превращается в нуль. Векторный ток в этом случае можно построить только при помощи производных (в импульсном представлении — импульсов). Итак, векторный ток в случае спин-ротаторного формализма может иметь вид

$$\bar{u}^{\alpha\beta}(q)(p-q)_\beta(1-a\gamma_5)u(p), \tag{15}$$

где через  $q$  и  $p$  обозначены четырех-импульсы соответствующих частиц, а  $a$  определяет разные возможные спиральности частиц.

### 3. Лептонный распад тяжелого лептона

В качестве примера четырехфермионного слабого взаимодействия с одной частицей со спином  $3/2$  рассмотрим распад тяжелого лептона на более легкий лептон, нейтрино и антинейтрино

$$L^- \rightarrow l^- + \bar{\nu}_l + \nu_L. \tag{16}$$

Любую из частиц в этой реакции можно считать частицей со спином  $3/2$ . Рассмотрим случаи, когда частицами со спином  $3/2$  являются либо начальные тяжелые лептоны, либо конечные нейтрино  $\nu_L$  (название «нейтрино» в этом случае условное).

В обоих случаях находим спектры конечных  $l$ -лептонов в системе покоя начального лептона. При этом нейтрино и антинейтрино считаем безмассовыми частицами, а массой  $l$ -лептона пренебрегаем. Ток обычных частиц всегда считаем  $V-A$ -током.

Распад ориентированного тяжелого лептона со спином  $3/2$  с эффективным лагранжианом типа (12) довольно подробно рассмотрен в [3, 4]. Поэтому приведем здесь только основные результаты, а также некоторые аспекты, на которые в этих работах не было обращено должного внимания.

Спиновая ориентация частиц со спином  $3/2$  описывается не только вектором поляризации, как в случае частиц со спином  $1/2$ , но и тензорами ориентации трех порядков, которые в системе покоя частицы мы обозначим через  $t^i$ ,  $t^{ij}$  и  $t^{ijk}$ . Значения тензоров ориентации, когда частица находится в одном из чистых состояний с проекцией спина на  $z$ -ось  $m=3/2, 1/2, -1/2$  или  $-3/2$ , приведены в таблице.

Тензоры ориентации	$m$			
	$3/2$	$1/2$	$-1/2$	$-3/2$
$t^z$	1	$1/3$	$-1/3$	-1
$t^{zz}$	$4/3$	$-4/3$	$-4/3$	$4/3$
$t^{zzz}$	$8/15$	$-8/5$	$8/5$	$-8/15$

Исходя из требования инвариантности по отношению к трехмерным



вращениям можно написать следующую общую формулу для спектра конечных  $l$ -лептонов:

$$\frac{dW}{d\Omega dx} = A[F_0(x, a) + F_1(x, a)t_i n^i + F_2(x, a)t_{ij} n^i n^j + F_3(x, a)t_{ijk} n^i n^j n^k]. \quad (17)$$

Здесь  $A$  — постоянная, через  $F_i(x, a)$  обозначены инвариантные по отношению к трехмерным вращениям функции от энергетического безразмерного переменного, описывающие вклады от разных ориентационных моментов. Переменная  $x$  определена как энергия конечного  $l$ -лептона, деленная на массу начального тяжелого лептона, она принимает значения от нуля до  $1/2$ . Параметр  $a$  определяет разные возможные спиральности нейтрино  $\nu_L$ . Первоначально он стоит в токе тяжелого лептона

$$L^\alpha(1 + a\gamma_5)\nu_L. \quad (18)$$

Наконец, через  $n^i$  обозначены компоненты единичного вектора в направлении вылета конечного  $l$ -лептона.

Следует сказать, что из четырех инвариантных функций  $F_i(x, a)$ , только три являются независимыми. Действительно, считая  $l$ -лептон частицей, она при пренебрежении массой становится левовинтовой, т. е. имеет проекцию  $-1/2$  на направление ее движения, которое мы принимаем за ось квантования. Закон сохранения проекции спина в этом случае запрещает распад  $L$ -лептона с состояния  $m=3/2$ . Учитывая это и принимая во внимание значения тензоров ориентации при  $m=3/2$  в таблице, находим следующую связь между инвариантными функциями:

$$F_0(x, a) - F_1(x, a) + \frac{4}{3}F_2(x, a) - \frac{8}{15}F_3(x, a) = 0. \quad (19)$$

Дополнительные связи между разными инвариантными функциями можно найти в случае максимальной возможной энергии конечных лептонов, т. е. между разными  $F_i(1/2, a)$ . Они приведены в [3].

Конкретное вычисление спектра дает

$$A = \frac{G^2 M_L^5}{24(2\pi)^4}, \quad (20)$$

$$\begin{aligned} F_0(x, 1) &= \frac{4}{3}x^2(3 - 4x + 2x^2), \\ F_1(x, 1) &= \frac{4}{5}x^2(5 - 2x^2), \\ F_2(x, 1) &= 2x^3(2 - x), \\ F_3(x, 1) &= 3x^4, \end{aligned} \quad (21)$$

$$\begin{aligned} F_0(x, -1) &= \frac{8}{3}x^2(3 - 6x + x^2), \\ F_1(x, -1) &= \frac{8}{5}x^2(5 - 10x + x^2), \\ F_2(x, -1) &= -2x^4, \\ F_3(x, -1) &= -3x^4. \end{aligned} \quad (22)$$



Согласно [2] любое  $F_0(x)$  может быть приведено к виду

$$F_0(x) \sim x^2 \left[ 1 - 2x + \frac{1}{3} x^2 + q' \left( \frac{8}{3} x - 1 \right) \right], \quad (23)$$

где через  $q'$  обозначен параметр, аналогичный параметру Мишеля в обычном случае.

Найденные  $F_0(x, -1)$  и  $F_0(x, 1)$ , которые описывают энергетическое распределение конечных  $l$ -частиц от распада неориентированного тяжелого лептона в случаях левовинтового и правовинтового нейтрино  $\nu_L$ , соответствуют крайним возможным значениям  $q'$  параметра —  $q' = 0$  и  $q' = 1/2$ .

Переходим ко второму случаю, когда  $\nu_L$  имеет спин  $3/2$ . Для описания безмассовых частиц со спином  $3/2$  воспользуемся здесь формализмом спин-ротатора, а ток, содержащий спин-ротатор, выберем в виде (15). Для нахождения спектра конечных лептонов можно воспользоваться методами, приведенными в [3]. Вид проекционного оператора для спинротатора можно найти в [5]. Поэтому мы и здесь опускаем подробные выкладки, связанные с вычислением, и напомним сразу окончательный результат

$$\frac{dW}{d\Omega dx} = \frac{G^2 M_L^5}{(2\pi)^4} [f_0(x, a) + \vec{k} \vec{\eta} f_1(x, a)], \quad (24)$$

где

$$f_0(x, -1) = \frac{x^4}{15} (5 - 4x), \quad (25)$$

$$f_1(x, -1) = \frac{x^4}{15} (1 + 4x)$$

характеризуют распределение в случае левовинтового нейтрино (проекция спина  $3/2$  против направления движения), а

$$f_0(x, 1) = 4x^2 \left( \frac{1}{8} - \frac{2}{3} x + \frac{7}{6} x^2 - \frac{2}{3} x^3 \right), \quad (26)$$

$$f_1(x, 1) = 4x^2 \left( \frac{1}{24} - \frac{1}{3} x + \frac{5}{6} x^2 - \frac{2}{3} x^3 \right)$$

характеризуют распределение в случае правовинтового нейтрино (проекция спина  $3/2$  по направлению движения). Через  $\vec{\eta}$  обозначен вектор

поляризации начальных лептонов, а через  $\vec{k}$  — единичный вектор в направлении вылета  $l$ -лептона. По анализу направлений вылетающих частиц и их спинных состояний в случае максимальной допускаемой энергии

$\left( x = \frac{1}{2} \right)$  вылетающих  $l$ -лептонов можно установить, что в случае правовинтового  $\nu_L$ -нейтрино конечные лептоны не могут приобрести эту максимальную энергию. Это видно и из инвариантных функций  $f_0(x, 1)$  и  $f_1(x, 1)$ , которые обращаются в нуль при  $x = \frac{1}{2}$ .

Отличия инвариантных функций распределения (21), (22), (25) и (26) от распределений конечных частиц в реакции (16) между обычными частицами для всех возможных типов взаимодействий дают, в принципе, возможность обнаружить участие нестандартных частиц в процессах электрослабого взаимодействия.

1. Бьеркен Дж. Д., Дрелл С. Д. Релятивистская квантовая теория. М., «Наука», 1978.
2. Behrends, R. E., Fronsdal, C. Phys. Rev., 106, № 2, 345—353 (1957).
3. Ots, I. Preprint F-9. Tartu, 1979.
4. Отс И. Изв. АН ЭССР. Физ. Матем., 28, № 2, 155—157 (1979).
5. Отс И. Изв. АН ЭССР. Физ. Матем., 29, № 4, 445—446 (1980).

Институт физики  
Академии наук Эстонской ССР

Поступила в редакцию  
9/VII 1986

# I. OTS

## NÖRGAST VASTASTIKMÖJUST NELJA FERMIONI VAHEL, MILLEST ÜKS ON 3/2-SPINNIGA OSAKE

On leitud efektiivsed nõrga vastastikmõju lagranžiaanid protsessidele nelja fermioni vahel, millest üks on 3/2-spinniga osake, ning uuritud nende lagranžiaanide omadusi Fierzi teisenduste suhtes. Näitena mainitud protsessidest on arvatud orienteeritud raske leptoni leptonlagunemise spekter, kui raske lepton ise või temale vastav neutriino on 3/2-spinniga osake.

# I. OTS

## ON WEAK FOUR-FERMION INTERACTION WITH ONE SPIN 3/2 PARTICLE

The effective four-fermion weak interaction lagrangians with one spin 3/2 particle are constructed and their properties with respect to Fierz transformations are investigated. For the description of spin 3/2 particles the Rarita-Schwinger or spin-rotator formalism is used. It is shown that there exist Fierz invariant lagrangians analogous to those in the ordinary four-fermion theory.

As an example of a four-fermion weak process with one spin 3/2 particle the decay of a heavy lepton into a light lepton, an antineutrino and a neutrino is investigated. The heavy lepton or its neutrino is taken to be a spin 3/2 particle. The energy-angular distribution of final light leptons from the decay of oriented heavy leptons has been found and analyzed.