

А. КАРТУШИНСКИЙ

## ЧИСЛЕННОЕ РЕШЕНИЕ ЗАДАЧИ О РАСПРОСТРАНЕНИИ ДВУХФАЗНОЙ ТУРБУЛЕНТНОЙ СТРУИ С МОДЕЛЬНЫМИ НАЧАЛЬНЫМИ УСЛОВИЯМИ

(Представил И. Эпик)

Теоретическое исследование двухфазной турбулентной струи при начальных модельных условиях ее истечения в виде равномерных профилей скоростей фаз и концентрации примеси, а также при нулевой начальной разности скоростей фаз показало, что учета только турбулентной диффузии примеси, а также силы сопротивления в турбулентном и осредненном межфазовом взаимодействии явно недостаточно, поскольку экспериментально полученное существенно градиентное осевое распределение концентрации примеси при искусственном задании аналогичных величин во всем диапазоне измеренных режимных параметров (размера частиц и начальной расходной концентрации примеси) не поддавалось удовлетворительному численному описанию [1]. Решение данной проблемы в предлагаемой работе ищется на модели переноса вещества (примеси) — т. н. миграционной модели [2, 3]. Особенность этой модели состоит в том, что она учитывает начальные угловые скорости вращения частиц и начальную неравновесность течения фаз, другими словами, учитывает предысторию потока. Опытные данные осевого затухания скоростей фаз в струе, несущей инерционную (бронзовую) примесь, обнаружили существенную неравновесность течения, достигающую 35% на основных участках двухфазной струи, которая по условиям эксперимента, как уже было отмечено, развивалась от нулевого начального значения, заданного на срезе сопла. Это сыграло при численном исследовании двойную роль: с одной стороны, существенная неравновесность течения фаз создавала большие подъемные силы в дальних (основных) участках струи, которые интенсифицировали миграцию примеси в периферийную зону, а с другой — отсутствие начального скольжения фаз препятствовало переносу примеси на начальном и переходном участках струи, поскольку стратификация скоростных полей фаз для инерционной примеси развивалась медленно, а процессы турбулентной диффузии этой примеси, как показали теоретические исследования, были незначительными. При решении задачи начальное радиальное распределение угловой скорости дискретной фазы (рис. 1) выбиралось псевдоподобным профилем концентрации примеси на срезе сопла, который в свою очередь, как показало большинство экспериментальных измерений, не совсем подчинялся равномерному распределению, а имел вид характерных горбов (рис. 2). Выбор подобной конфигурации профиля угловой скорости вращения объяснялся скоплением частиц у стенок канала, поскольку появляющиеся подъемные силы и достигающие в этой области своего максимального значения препятствовали движению частиц к оси сопла (канала), приводя, таким образом, к волнообразному распределению концентрации, что подтверждалось и экспериментально (рис. 2). Абсолютная величина угловой скорости частиц выбиралась с учетом опти-



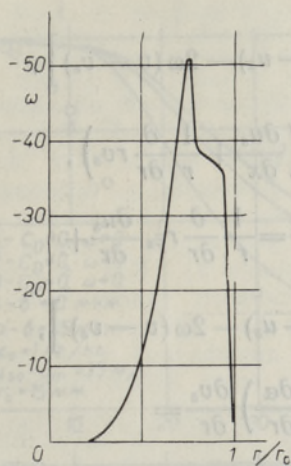


Рис. 1.

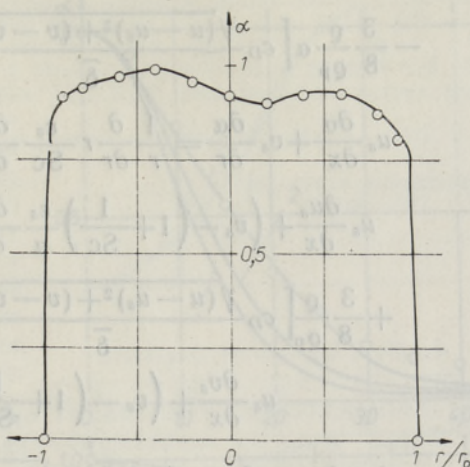


Рис. 2.

мального совпадения расчетных кривых с экспериментальными точками и не выходила за рамки исследования [4]. Для описания динамики движения дискретной твердой фазы использовался континуальный подход [5-7], при этом полученная система уравнений решалась в приближении теории пограничного слоя с условием замыкания ее в виде однопараметрической модели [8]. Связь пульсационных характеристик фаз осуществлялась моделью Абрамовича [9], причем следует отметить, что вычисленные ранее число Шмидта и его аналог для двухфазных потоков [9] при определении процессов турбулентной диффузии примеси дают слишком замедленное рассеивание концентрации вдоль оси струи. Данная тенденция была отмечена как в [10], где число Шмидта для двухфазных потоков принималось равным числу Шмидта для газов, т. е.  $Sc = 0,7$ , так и в [11], где эта величина принималась даже меньше газового аналога на величину пульсационного движения частиц. Нами число Шмидта для двухфазных потоков определялось из самого условия модели [9], т. е. считалось, что частицы перемещаются вместе с турбулентным образованием до тех пор, пока он существует, и вычислялось это число через отношение пульсационных скоростей фаз.

Полная система уравнений двухфазной турбулентной осесимметричной затопленной изотермической струи, подробный анализ которой дан в [2, 3], имеет следующий вид (в безразмерной форме):

$$\frac{\partial u_0}{\partial x} + \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} r v_0 = 0, \quad (1)$$

$$u_0 \frac{\partial u_0}{\partial x} + v_0 \frac{\partial u_0}{\partial r} = \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} r \varepsilon_0 \frac{\partial u_0}{\partial r}, \quad (2)$$

$$u_0 \frac{\partial \varepsilon_0}{\partial x} + v_0 \frac{\partial \varepsilon_0}{\partial r} = \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} r (\gamma \varepsilon_0 + v) \frac{\partial \varepsilon_0}{\partial r} + \beta \varepsilon_0 \left| \frac{\partial u_0}{\partial r} \right|, \quad (3)$$

$$\frac{\partial u}{\partial x} + \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} r v = 0, \quad (4)$$

$$u \frac{\partial u}{\partial x} + v \frac{\partial u}{\partial r} = \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} r \varepsilon \frac{\partial u}{\partial r} -$$

$$-\frac{3}{8} \frac{q}{q_p} \alpha \left[ c_D \frac{\sqrt{(u-u_s)^2 + (v-v_s)^2}}{\delta} (u-u_s) - 2\omega(v-v_s) \right], \quad (5)$$

$$u_s \frac{\partial \alpha}{\partial x} + v_s \frac{\partial \alpha}{\partial r} = \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} r \frac{\varepsilon_s}{Sc} \frac{\partial \alpha}{\partial r} - \alpha \left( \frac{\partial u_s}{\partial x} + \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} r v_s \right), \quad (6)$$

$$u_s \frac{\partial u_s}{\partial x} + \left( v_s - \left( 1 + \frac{1}{Sc} \right) \frac{\varepsilon_s}{\alpha} \frac{\partial \alpha}{\partial r} \right) \frac{\partial u_s}{\partial r} = \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} r \varepsilon_s \frac{\partial u_s}{\partial r} +$$

$$+ \frac{3}{8} \frac{q}{q_p} \left[ c_D \frac{\sqrt{(u-u_s)^2 + (v-v_s)^2}}{\delta} (u-u_s) - 2\omega(v-v_s) \right], \quad (7)$$

$$u_s \frac{\partial v_s}{\partial x} + \left( v_s - \left( 1 + \frac{1}{Sc} \right) \frac{\varepsilon_s}{\alpha} \frac{\partial \alpha}{\partial r} \right) \frac{\partial v_s}{\partial r} =$$

$$= \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} r \varepsilon_s \frac{\partial v_s}{\partial r} + \frac{3}{8} \frac{q}{q_p} \left[ c_D \frac{\sqrt{(u-u_s)^2 + (v-v_s)^2}}{\delta} (v-v_s) + \right.$$

$$\left. + 2\omega(u-u_s) \right], \quad (8)$$

$$u_s \frac{\partial \omega}{\partial x} + \left( v_s - \left( 1 + \frac{1}{Sc} \right) \frac{\varepsilon_s}{\alpha} \frac{\partial \alpha}{\partial r} \right) \frac{\partial \omega}{\partial r} =$$

$$= \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} r \varepsilon_s \frac{\partial \omega}{\partial r} - \frac{60q \left( \omega + \frac{1}{2} \frac{\partial u}{\partial r} \right)}{q_p \delta^2 Re}, \quad (9)$$

где коэффициенты турбулентной вязкости фаз  $\varepsilon$ ,  $\varepsilon_s$  и число Шмидта  $Sc$  определялись, согласно модели [9], как

$$\varepsilon = ((1+n\alpha + (1-n_0)\alpha)/(1+\alpha))^2 \varepsilon_0, \quad (10)$$

$$\varepsilon_s = ((1-n + (1-n_0)\alpha)/(1+\alpha))^2 \varepsilon_0, \quad (11)$$

$$Sc = (1-n + (1-n_0)\alpha)/(1+n\alpha + (1-n_0)\alpha). \quad (12)$$

Величина  $n$ , характеризующая увлекаемость частиц турбулентным образованием и равная  $n = (v' - v'_p)/v'_0$ , а также ее начальное значение  $n_0$  определялись из решения обыкновенного дифференциального уравнения [3] при разных граничных условиях: для  $n$  — интегрированием уравнения вдоль всей длины пути смещения, для  $n_0$  — вдоль 0,1 этой длины. Граничные условия полной системы уравнений (1)–(9) выбирались в виде

$$x \geq 0, \quad r = 0, \quad \frac{\partial u_0}{\partial r} = \frac{\partial u}{\partial r} = \frac{\partial u_s}{\partial r} = \frac{\partial \alpha}{\partial r} = \frac{\partial \omega}{\partial r} = \frac{\partial \varepsilon_0}{\partial r} = 0,$$

$$v_0 = v = v_s = 0,$$

$$x \geq 0, \quad r = \delta, \quad u_{0\delta} = u_\delta = u_{s\delta} = \alpha_\delta = \omega_\delta = 0,02, \quad \varepsilon_\delta = \nu, \quad v_{s\delta} = 10^{-4},$$

а начальные условия были заимствованы из модельных условий экспериментального исследования [1].

Обозначения, снабженные индексами 0 и s, относятся соответственно к газу без частиц и дискретной фазе, а обозначения без индексов — к газовой фазе в двухфазном потоке.

Параболическая система уравнений (1)–(9) решалась по монотонной схеме с односторонним заданием пространственных производ-



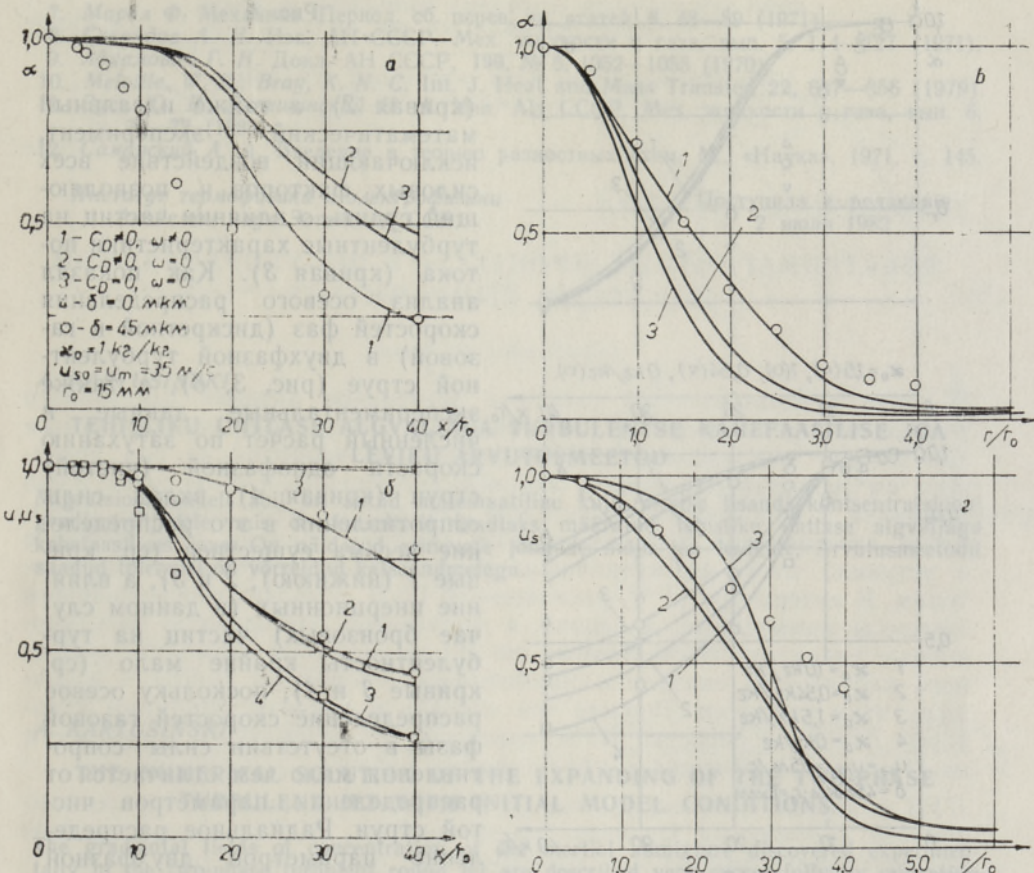


Рис. 3.

ных, обеспечивающих первый порядок точности схемы [12]. Уравнения для каждого слоя записывались в неявной форме с использованием шеститочечного шаблона и решались стандартным методом прогонки. Точность решения проверялась интегральными законами сохранения суммарного импульса двухфазной струи и массы примеси и составляла не менее 5—7%.

Сравнение результатов расчета с экспериментальными данными, а также численное исследование показано на рис. 3. Как видно из осевого распределения концентрации примеси (рис. 3, а), экспериментальный материал наиболее удовлетворительно описывает расчет, когда учтены все силовые факторы, в том числе и сила Магнуса (кривая 1). Кроме того, проводился численный расчет без учета силы Магнуса

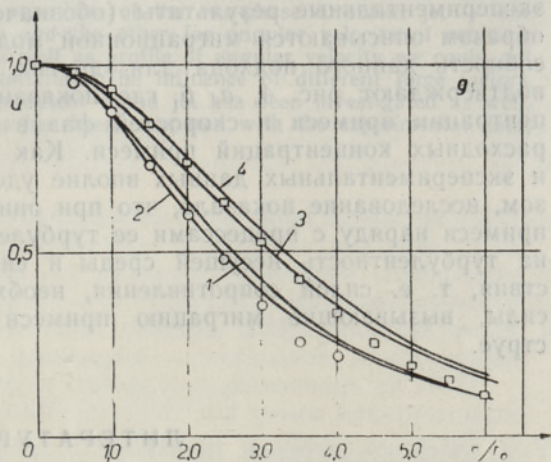
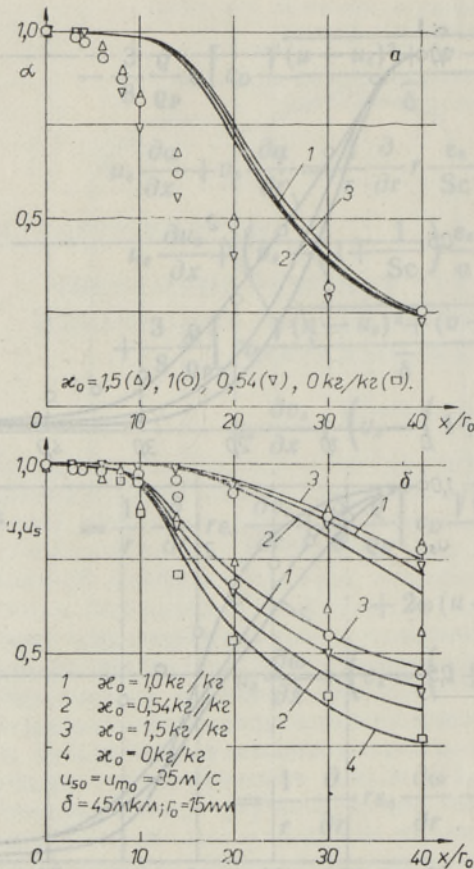




Рис. 4.



струи в сечении 15 калибров от среза сопла для всех упомянутых режимов исследования показано на рис. 3, в-д, из которых видно, что экспериментальные результаты (обозначенные символами) наилучшим образом описываются миграционной моделью. И, наконец, работоспособность данного подхода для других экспериментальных режимов подтверждают рис. 4, а, б, где показано осевое распределение концентрации примеси и скоростей фаз в случае различных начальных расходных концентраций примеси. Как видно, совпадение расчетных и экспериментальных данных вполне удовлетворительно. Таким образом, исследование показало, что при описании поведения инерционной примеси наряду с процессами ее турбулентной диффузии, ее влиянием на турбулентность несущей среды и силой межфазового взаимодействия, т. е. силой сопротивления, необходимо учитывать подъемные силы, вызывающие миграцию примеси в двухфазной турбулентной струе.

#### ЛИТЕРАТУРА

1. Гиршович Т. А., Картушинский А. И., Лаатс М. К., Леонов В. А., Мульги А. С. Изв. АН СССР. Мех. жидкости и газа, вып. 5, 26—31 (1981).
2. Картушинский А. И., Фришман Ф. А. В кн.: Турбулентные двухфазные течения. Таллин, АН ЭССР, 1982, с. 71—77.
3. Картушинский А. И., Фришман Ф. А. В кн.: Тезисы Всесоюзной научной конференции. Ч. 3. Новополюцк, 1982, с. 22—28.
4. Бабуха Г. Л., Шрайбер А. А. Взаимодействие частиц полидисперсного материала в двухфазных потоках. Киев, «Наук. думка», 1972, с. 173.
5. Рахматулин Х. А. Прикл. матем. и мех., 20, вып. 2, 184—185 (1956).
6. Крайко А. Н., Стернин Л. Е. Прикл. матем. и мех., 29, вып. 3, 418—429 (1965).



7. Марбл Ф. Механика. Период. сб. перев. ин. статей, 6, 48—89 (1971).
8. Секундов А. Н. Изв. АН СССР. Мех. жидкости и газа, вып. 5, 114—127 (1971).
9. Абрамович Г. Н. Докл. АН СССР, 190, № 5, 1052—1055 (1970).
10. Melville, W. K., Bray, K. N. C. Int. J. Heat and Mass Transfer, 22, 647—656 (1979).
11. Зув Ю. В., Лепешинский И. А. Изв. АН СССР. Мех. жидкости и газа, вып. 6, 70—77 (1981).
12. Самарский А. А. Введение в теорию разностных схем. М., «Наука», 1971, с. 145.

Институт термофизики и электрофизики  
Академии наук Эстонской ССР

Поступила в редакцию  
2 июля 1982

A. KARTUSINSKI

## TEHISLIKU ÜHTLASE ALGVÄLJAGA TURBULENTSE KAHEFAASILISE JOA LEVIKU ARVUTUSMEETOD

Миграционно-модели abil on antud matemaatiline kuju inertse lisandi kontsentratsiooni gradientväljadele, mis on katseliselt kindlaks määratud tehisliku ühtlase algväljaga kahefaasilises joas. On näidatud erinevate jõudude mõju joa levikule. Arvutusmeetodil saadud tulemusi on võrreldud katseandmetega.

A. KARTUSINSKI

## THE NUMERICAL SOLUTION OF THE EXPANDING OF THE TWO-PHASE TURBULENT JET WITH INITIAL MODEL CONDITIONS

The gradiental fields of concentration of the inertial admixture discovered experimentally in the two-phase turbulent round jet are described very successfully by migration model. Experimentally, the jet was organized by means of the special initial model conditions. The migration model was based on a Magnus effect, and so we used two additional equations in the system of equations of the two-phase turbulent jet — one for radial velocity of a discrete phase and the other for angular velocity of rotating solid particles. By varying the value as well as profile of angular velocity we could get necessary fields of concentration of admixture. The influence of different force factors on the development of the two-phase turbulent round jet has been investigated as well. The result of the numerical calculations has been compared with the experimental data.