#### EESTI NSV TEADUSTE AKADEEMIA TOIMETISED. 29. KÕIDE FUUSIKA \* MATEMAATIKA. 1980, NR. 2

ИЗВЕСТИЯ АКАДЕМИИ НАУК ЭСТОНСКОЙ ССР. ТОМ 29 ФИЗИКА \* МАТЕМАТИКА. 1980, № 2

https://doi.org/10.3176/phys.math.1980.2.08

УДК 539.12

## И. ОТС

# ЭФФЕКТЫ ВЫСТРОЕННОСТИ В РЕАКЦИЯХ РОЖДЕНИЯ И РАСПАДА ЛЕПТОНОВ СО СПИНОМ 3/2

### (Представил Х. Керес)

Хорошо известно, что в первом приближении квантовой электродинамики конечные частицы в реакциях

$$e^{+}+e^{-} \rightarrow \begin{cases} \mu^{+}+\mu^{-} \\ \tau^{+}+\tau^{-} \end{cases}$$
 (1)

при неполяризованных начальных частицах не поляризуются и, следовательно, сечения реакций не зависят от поляризационных состояний конечных лептонов, если наблюдается спиновое состояние только одной из конечных частиц. Но если при столкновении электронно-позитронных пучков образуется пара тяжелых лептонов, спин которых больше 1/2, то, кроме первого поляризационного момента, могут возникать и другие, более высокие, и тем самым ситуация несколько меняется. Теперь, при указанных условиях, эффекты, зависящие от нечетных поляризационных моментов, отсутствуют, а зависящие от четных, вполне могут существовать.

В настоящей работе изучаются, при отмеченных выше условиях, эффекты вторых поляризационных моментов — т. н. эффекты выстроенности тяжелых лептонов со спином 3/2 в реакциях их образования

$$e^+ + e^- \to L^+ + L^- \tag{2}$$

и последующего распада

$$L^{-} \rightarrow l^{-} + v_{l} + v_{L}, \qquad (3)$$
$$L^{+} \rightarrow l^{+} + v_{l} + \tilde{v}_{L},$$

где l — конечный лептон со спином 1/2. Все принимающие участие в реакциях нейтрино считаются безмассовыми частицами со спином 1/2, пренебрегается также массами других лептонов, кроме  $L^+$  и  $L^-$ . Ради простоты спиновые эффекты рассматриваются только в двух районах спектра энергии тяжелых лептонов в реакции (2) — вблизи порога реакции и, наоборот, очень далеко от порога реакции. Цель статьи — показать, как угловое распределение конечных l-лептонов в реакции распада (3) зависит через выстроенность L-лептонов от параметров реакции (2). Для этого сначала вычисляется выстроенность одной из конечных частиц ( $L^-$ ) в реакции (2), а затем рассматривается распад

того же лептона с той же выстроенностью. Выстроенность *L*-лептонов в реакции (2) может быть легко найдена из выражения, пропорционального вероятности образования тяжелого лептона в определенном состоянии выстроенности.

В однофотонном приближении матричный элемент, соответствующий процессу (2), пропорционален величине

$$T = \overline{V}(\overline{k}) \gamma_{\mu} U(k) \overline{U}_{\alpha}(p) \gamma^{\mu} V^{\alpha}(\overline{p}), \qquad (4)$$

где k и  $\bar{k}$  — 4-импульсы электрона и позитрона, а p и  $\bar{p}$  — 4-импульсы соответственно  $L^{-}$ - и  $L^{+}$ -лептонов в системе центра масс, используемой в работе. Тяжелые лептоны считаются бесструктурными точечными частицами и для их описания привлекается формализм Рариты—Швингера.

Так как нас интересует величина, пропорциональная вероятности нахождения  $L^-$ -лептона в определенном спиновом состоянии, заменим в выражении для  $|T|^2$  произведение спиновой функции  $L^-$  на ее сопряженную матрицей плотности. Зная, что в вышеприведенных условиях эксперимента вероятность реакции (2) не зависит от нечетных поляризационных моментов, можем эту матрицу плотности взять зависящей только от вторых поляризационных моментов. В системе покоя частиц со спином 3/2 такую матрицу плотности можно записать в виде [<sup>1</sup>]:

$$\varrho_{ik} = (1/4) \left( \gamma_0 + I \right) \left[ \delta_{ik}/3 - t_{ik}/4 - i\gamma^p \gamma_5 \left( \varepsilon_{pik}/6 + \varepsilon_{nik} t_{pn}/4 \right) \right], \tag{5}$$

где  $t_{ik}(t_{pn})$  — тензоры выстроенности.

Поскольку L--частица движется относительно центра масс L+L-

с импульсом p, подвергнем  $\varrho_{ik}$  унитарному преобразованию, которое  $\rightarrow$ 

переведет 4-вектор  $p^{\mu} = (M, 0)$  в  $p^{\mu} = (E, p)$ , где M и E — масса и энергия тяжелых лептонов соответственно. Унитарный оператор имеет вид [<sup>2</sup>]:

$$\Lambda^{\nu}_{\mu}(p) = \begin{pmatrix} \Lambda^{0}_{0} & \Lambda^{k}_{0} \\ \hline & & \\ \hline & & \\ \Lambda^{0}_{i} & \Lambda^{k}_{i} \end{pmatrix}, \qquad (6)$$

где

$$\Lambda_0^0 = E/M, \quad \Lambda_i^0 = p_i/M, \quad \Lambda_0^i = -p^i/M,$$
$$\Lambda_i^k = g_i^k - p_i p^k/(E+M)M.$$

В результате получим [3]:

$$\varrho_{\mu\nu}(p) = \Lambda^{i}_{\mu} \varrho_{ik} \Lambda^{k}_{\nu} = (1/4) \left( \hat{p}/M + I \right) \times \\
\times \left[ \Theta_{\mu\nu}/3 - T_{\mu\nu}/4 - i\gamma^{\tau} \gamma_{5} \left( E_{\tau\mu\nu}/6 + \tilde{T}_{\tau r} \Phi_{r\mu\nu}/4 \right) \right],$$
(7)

где

$$\begin{split} \Theta_{\mu\nu} &= -g_{\mu\nu} + p_{\mu} p_{\nu} / M^2, \quad T_{\mu\nu} = \Lambda^i_{\mu} t_{ik} \Lambda^k_{\nu}, \\ E_{\tau\mu\nu} &= \varepsilon_{pik} \Lambda^i_{\ \mu} \Lambda^k_{\ \nu} \Lambda^p_{\ \tau}, \qquad \widetilde{T}_{\tau r} = \Lambda^p_{\tau} t_{pr}, \\ \Phi_{r\mu\nu} &= \varepsilon_{rik} \Lambda^i_{\ \mu} \Lambda^k_{\ \nu}. \end{split}$$

4 ENSV TA Toimetised. F\*M 2 1980

161

Поскольку спиновое состояние конечных антилептонов не наблюдается, то в выражении для  $|T|^2$  проводится суммирование по его поляризационным состояниям.

Суммированный по спиновым состояниям проекционный оператор L<sup>+</sup>-частиц в системе их покоя выражается как

$$Q_{ik} = (1/3) (\gamma_0 - I) (\delta_{ik} + i\gamma^p \gamma_5 \varepsilon_{pik}/2).$$
(8)

С помощью унитарного оператора он переводится в движущуюся си-

$$\varrho_{\mu\nu}(\bar{p}) = (1/3) \, (\bar{p}/M - I) \, (\Theta_{\mu\nu} + i\gamma^{\tau} \gamma_5 \bar{E}_{\tau\mu\nu}/2), \tag{9}$$

где операторы с черточкой выражаются через элементы  $\Lambda$  таким же образом, как и соответствующие операторы без черточки, но с заменой  $\vec{p}^{\mu} = (E, \vec{p}) \rightarrow \vec{p}^{\mu} = (E, -\vec{p})$ . После подстановки проекционных операторов (7) и (9) в выражение для  $|T|^2$  последний находится с помощью стандартных, не требующих здесь объяснения операций. Для области пороговых энергий вычисления дают

$$|T|^{2} = (20/9) M^{2} [1 - (3/10) t^{ik} (k_{i}k_{k} - \delta_{ik}/3)]$$
(10)

и для области высоких энергий -

LINTORN RACION

$$T|^{2} = (16/9)\lambda^{4}M^{2}(1 - \cos^{2} \partial) [1 - (3/4)t^{ik}(p_{i}p_{k} - \delta_{ik}/3)], \qquad (11)$$

где  $k_i$  и  $p_i$  — компоненты единичных векторов в направлении импульсов электрона и  $L^-$ -лептона соответственно,  $\lambda$  — энергетическая пере-

менная, равная  $E^2/M^2$ ,  $\partial$  — угол между векторами k и p, т. е. угол рассеяния в системе центра масс.

Символы Кронекера в формулах (10) и (11) не дают вклада в  $|T|^2$  в силу нулевой контракции тензоров ориентации ( $t^{ii} = 0$ ), но они введены туда для обеспечения того же свойства нулевой контракции в выражениях выстроенности конечных тяжелых лептонов, которые находятся из этих формул.

Теперь, с одной стороны, вероятность нахождения тяжелого  $L^-$ -лептона в реакции (2) в некотором спиновом состоянии, определенном спиновой матрицей плотности (7), пропорциональна выражениям (10) и (11), а с другой — та же вероятность выражается как

$$\operatorname{Sp} \varrho \varrho^{f} \sim 1 + (3/8) t^{ih} t^{f}_{ih}, \qquad (12)$$

где спиновая матрица плотности  $\varrho^f$  и тензор ориентации  $t_{ik}^f$  соответствуют действительному спиновому состоянию конечных тяжелых лептонов. Сравнивая формулы (10) и (11) с формулой (12), можем для выстроенности конечных тяжелых лептонов в области пороговых энергий написать

$$t_{ik}^{\dagger} = -(4/15) (3k_i k_k - \delta_{ik}),$$
 (13)

и для области высоких энергий —

$$t_{ik}^{f} = -(2/3) (3p_i p_k - \delta_{ik}).$$
 (14)

Как видно, вблизи порога реакции выстроенность рожденных частиц определяется импульсами начальных частиц, а вдали от порога импульсами образующихся частиц.

Подставим теперь найденные выстроенности в выражение для углового распределения конечных лептонов в реакции распада (3) выстроенного тяжелого лептона. Это распределение дается выражением [<sup>4</sup>]:

$$dW \sim \int d\Omega \int_{0}^{1/2} dx [F_0(x,\alpha) + F_2(x,\alpha) t_{ik}^f n^i n^k], \qquad (15)$$

где  $n^i$  — компоненты единичного вектора в направлении импульса конечного  $l^-$ -дептона в реакции распада (3), а  $\alpha$ , входящий в инвариантные амплитуды  $F_0(x, \alpha)$  и  $F_2(x, \alpha)$ , определяет спиральность  $L^-$ -нейтрино. В случае  $\alpha = -1$  спин  $L^-$ -нейтрино ориентирован против движения нейтрино и

$$F_0(x, -1) = (8/3) x^2 (3 - 6x + x^2),$$
  

$$F_2(x, -1) = -2x^4,$$
(16)

а в случае α = 1 он ориентирован по направлению движения нейтрино и

$$F_0(x, 1) = (4/3)x^2(3 - 4x + 2x^2),$$
  

$$F_2(x, 1) = 2x^3(2 - x).$$
(17)

В последних формулах через х обозначена энергетическая переменная

$$x = \mathfrak{E}/M,$$

где E — энергия l-лептона в реакции (3).

Заменяя в формуле (15) тензор выстроенности  $t_{ik}^{f}$  его конкретными выражениями (13) и (14), для пороговых энергий тяжелых лептонов в реакции (2) получаем

$$dW \sim \int d\Omega \int_{0}^{t_{2}} dx [F_{0}(x, \alpha) - (4/15)F_{2}(x, \alpha) (3\cos^{2}\sigma - 1)]$$
(18)

и для высоких энергий

$$dW \sim \int d\Omega \int_{0}^{\eta_2} dx [F_0(x,\alpha) - (2/3)F_2(x,\alpha) (3\cos^2 \varrho - 1)].$$
(19)

Здесь  $\sigma$  — угол между импульсами вторичных лептонов в реакции (3) и начальных электронов в реакции (2), а  $\varrho$  — угол между импульсами вторичных лептонов в реакции (3) и конечных тяжелых  $L^-$ -лептонов в реакции (2).

Принимая во внимание формулы (16)—(19), приходим к выводу, что при  $\alpha = -1$  *l*--лептоны от распада *L*--лептонов (3) вылетают в области пороговых энергий преимущественно параллельно импульсам начальных электронов, а в области высоких энергий — параллельно импульсам тяжелых *L*--лептонов. При  $\alpha = 1$ , когда  $F_2(x, \alpha) > 0$ , картина иная: вторичные лептоны от распада (3) вылетают у порога реакции (2) в основном перпендикулярно импульсам начальных электронов, а вдали от порога реакции (2) — перпендикулярно импульсам тяжелых лептонов.

Такая асимметрия довольно значительна. К примеру, в случае  $\alpha = -1$  при максимальной энергии конечных *l*-лептонов (x = 1/2) в области высоких энергий тяжелых лептонов вероятности их испускания параллельно и перпендикулярно движению импульсов *L*-лептонов

относятся как 4:1, а в случае а = 1 испускание конечных лептонов параллельно импульсам L-лептонов вообще исключается. Автор благодарен М. Кыйву за полезные обсуждения.

#### ЛИТЕРАТУРА

Ots, I., Preprint F-9, Tartu, 1979.
 Газнорович С., Физика элементарных частиц, М., «Наука», 1969.
 Gabos, Z., Stud. Univ. Babeş-Bolyai, Ser. Phys., 1, 29—39 (1972).
 Отс И., Изв. АН ЭССР, Физ. Матем., 28, № 2, 155—157 (1979).

Институт физики Академии наук Эстонской ССР Поступила в редакцию 13/XII 1979

#### L. OTS

## **REASTUSEFEKTID 3/2-SPINNIGA RASKETE LEPTONITE TEKKEL JA LAGUNEMISEL**

On vaadeldud raskete leptonite paari  $L^+L^-$  teket  $e^+e^-$  põrkel ja järgnevat leptonlagunemist. Eeldusel, et raske leptoni spinn on 3/2, on arvutatud tema reastus (teist järku tensororientatsioon) tekkereaktsioonis ja selle mõju tema lagunemisspektrile.

#### I. OTS

## EFFECTS OF ALIGNMENT IN PRODUCTION AND DECAY **OF SPIN 3/2 HEAVY LEPTONS**

Assuming that heavy spin 3/2 leptons may exist in nature, we consider the orientation effects in their production  $(e^+e^- \rightarrow L^+L^-)$  and decay  $(L^- \rightarrow l^- v_l v_L, L^+ \rightarrow l^+ v_l v_L)$ processes.

The production process is analyzed in the lowest order of electromagnetic interaction. To describe the point-like spin 3/2 particles the Rarita-Schwinger formalism is used. The leptonic decay of the heavy lepton is considered as a local four-fermion interaction. In current-current Lagrangian the spin 1/2 *l* lepton current is assumed to be of V-A type only. The *L* neutrino is taken to be a zero mass spin 1/2 particle. With the assumption that only one of the heavy leptons in analyzed, the alignment (second-order tensor orientation) of  $L^-$  lepton is calculated. The angular distribution of  $L^-$  decay products depends strongly on the alignment of heavy leptons due to which there exists a correlation between the momenta of  $L^-$  decay products and those of electrons and heavy leptons in the production reaction. It is shown that in the case of the ordinary left-handed L neutrino, near the threshold of production reaction, the  $l^-$  lepton prefers to be emitted along the momentum of the initial electron, while far above the threshold, along the momentum of the heavy lepton. With the right-handed L neutrino  $l^-$  lepton tends to be emitted respectively perpendicularly to the momentum of the initial electron and to the momentum of the heavy lepton.