

А. ЭПШТЕЙН

К ТЕОРИИ ПРИЗЕМНОГО СЛОЯ АТМОСФЕРЫ

(Представлена И. Эпиком)

В настоящее время расчет характеристик приземного слоя атмосферы базируется обычно на теории подобия Монина—Обухова [1, 2], допускающей наиболее общий подход к описанию турбулентности в термически стратифицированной среде. Согласно этой теории, статистический режим турбулентности в приземном слое атмосферы определяется лишь тремя размерными характеристиками: напряжением трения на поверхности (турбулентным потоком импульса) τ_w , турбулентным потоком тепла H_w и параметром плавучести $\beta = g/T$ (g — ускорение силы тяжести, T — абсолютная температура на данной высоте). Из этих параметров составляется характерный масштаб

$$L = - \frac{\tau_w / \rho}{\chi \beta H_w / c_p \rho} = U_*^2 / \chi^2 \beta T_*,$$

называемый масштабом длины Монина—Обухова. Здесь ρ — плотность, c_p — удельная теплоемкость при постоянном давлении, χ — константа Кармана, $U_* = (\tau_w / \rho)^{1/2}$ — динамическая скорость, $T_* = -H_w / \chi c_p \rho U_*$ — динамическая температура.

Из теории подобия следует, в частности, что вертикальные градиенты осредненных скорости ветра U и температуры T могут быть выражены следующим образом:

$$\partial U / \partial z = (U_* / \chi z) \Phi_M(\zeta), \quad \partial T / \partial z = (T_* / z) \Phi_T(\zeta), \quad (0.1)$$

где z — высота над земной поверхностью, $\zeta = z/L$ — параметр стратификации. Конкретный вид универсальных функций Φ_M и Φ_T определяется на основе эмпирического обобщения опытных данных либо с помощью тех или иных полуэмпирических моделей турбулентности.

В настоящей работе сделана попытка расчета характеристик приземного слоя атмосферы над ровной подстилающей поверхностью постоянной шероховатости на основе модели, развитой в работе [3].

1. Рассмотрим прежде всего, как можно учесть влияние архимедовых сил на характеристики турбулентности пограничного слоя в рамках феноменологической модели [3]. В этой работе для плоско-параллельного течения несжимаемой жидкости было выведено балансовое уравнение для кинетической энергии первичной составляющей пульсации скорости в следующем виде:

$$U \frac{\partial q_0^2 / 2}{\partial x} + W \frac{\partial q_0^2 / 2}{\partial z} = - \frac{\partial}{\partial x} (\overline{u_0 p} / \rho) - \frac{\partial}{\partial z} (\overline{w_0 p} / \rho) + \overline{u_0 f_x} + \overline{w_0 f_z}. \quad (1.1)$$

Здесь U, W — компоненты вектора осредненной скорости \vec{Q} по осям x, z (ось x соответствует основному направлению течения, ось z перпендикулярна к x в плоскости осредненного течения); u_0, w_0 — компоненты вектора первичной составляющей пульсации скорости \vec{q}_0 ; p — пульсация давления; f_x, f_z — компоненты вектора пульсационной составляющей архимедовой силы \vec{f} . С учетом аппроксимаций теории свободной конвекции имеем

$$\vec{f} = g\vec{t}/T, \quad (1.2)$$

где t — пульсация избыточной температуры, $\vec{g}\{g_x, g_z\}$ — вектор ускорения силы тяжести. Предположим, что

$$t = t_0 - l'_z(\partial T/\partial z). \quad (1.3)$$

Здесь t_0 — первичная составляющая пульсации температуры, обусловленная пульсациями теплового потока от действующего на течение источника нагрева; $l'_z = \alpha_0 l_z$, l_z — поперечная составляющая вектора линейного масштаба турбулентности \vec{l} ; α_0 — коэффициент пропорциональности. Учитывая, что t_0 может коррелировать с u_0 и w_0 в основном через посредство архимедовых сил, можем записать

$$\overline{u_0 t_0} = k q_0 |t_0| g_x / g, \quad \overline{w_0 t_0} = k q_0 |t_0| g_z / g, \quad (1.4)$$

где $0 \leq k \leq 1$ — коэффициент корреляции. Этот коэффициент, вообще говоря, может зависеть от ряда факторов, в том числе и от термической стратификации течения. Очевидно, в случае безразличной стратификации $k = 0$.

С учетом (1.2)–(1.4) и в соответствии с изложенными в [3] правилами осреднения получим в результате

$$\overline{u_0 f_x} = k q_0 |t_0| g_x^2 / gT, \quad \overline{w_0 f_z} = k q_0 |t_0| g_z^2 / gT - \alpha_0 N q_0 l g_z (\partial T/\partial z) / T, \quad (1.5)$$

где N — коэффициент, связанный с распределением плотности вероятности пульсации скорости в различных направлениях. Из (1.5) ясно видно, что если архимедова сила действует поперек течения, она оказывает на его турбулентную структуру значительно большее влияние, нежели будучи направленной вдоль него. Этот вывод согласуется с уже известными данными [4].

На основании сказанного выше и учитывая выведенные в [3] выражения для пульсаций скорости, можем получить также формулу для турбулентного потока тепла, входящую в уравнение баланса термической энергии:

$$t w = k q_0 |t_0| g_z / g - \alpha_0 N q_0 l (\partial T/\partial z). \quad (1.6)$$

2. Рассмотрим теперь непосредственно течение в приземном слое атмосферы, в пределах которого турбулентные потоки импульса и тепла обычно принято считать постоянными по высоте, т. е.

$$\begin{aligned} K_M(dU/dz) &= \tau_w/\rho = U_*^2 = \text{const}, \\ K_T(dT/dz) &= -H_w/c_p \rho = \chi U_* T_* = \text{const}. \end{aligned} \quad (2.1)$$

Здесь K_M, K_T — коэффициенты турбулентного переноса импульса (турбулентная вязкость) и тепла.

С учетом формул (1.5), принятого в [3] допущения о диффузионном характере переноса турбулентной энергии пульсациями давления, а также предполагая отсутствие изменения любых характеристик течения в продольном направлении (следствием чего являются зависимости (2.1)), можем записать уравнение баланса кинетической энергии первичной составляющей (1.1) в данном случае в виде

$$d[K_e(dq_0^2/dz)]/dz = -\beta[\alpha_0 N q_0 l (dT/dz) - k q_0 |t_0|], \quad (2.2)$$

где K_e — коэффициент турбулентного переноса энергии. Согласно [3], а также в соответствии с (1.6) получим

$$K_M = N q_0 l, \quad K_e = N q_0 l / A, \quad (2.3)$$

$$K_T = \alpha_0 N q_0 l - k q_0 |t_0| / (dT/dz),$$

где A — константа.

Интегрирование (2.2) с учетом (2.1), (2.3) и допущения

$$N = n(z/l) \quad (2.4)$$

(n — константа) дает

$$q_0 = q_{0m}(1 - M\xi)^{1/2}, \quad (2.5)$$

где q_{0m} — условное значение q_0 при $z = 0$ и

$$M = (3A/2\chi^2)(U_*/q_{0m})^2, \quad \chi = n(q_{0m}/U_*). \quad (2.6)$$

Подставляя, наконец, (2.6) в (2.1) и учитывая (2.3), находим

$$dU/dz = U_*/\chi z (1 - M\xi)^{1/2}, \quad dT/dz = T_*/\alpha z (1 - M\xi)^{1/2}, \quad (2.7)$$

где $\alpha = K_T/K_M$.

Из сравнения формул (2.7) и (0.1) определяются аналитические выражения для функций Φ_M и Φ_T :

$$\Phi_M = 1/(1 - M\xi)^{1/2}, \quad \Phi_T = 1/\alpha(1 - M\xi)^{1/2}. \quad (2.8)$$

При $|M\xi| < 1$ функцию Φ_M можно разложить в ряд Тейлора. Сохраняя первые два члена разложения и интегрируя выражение для dU/dz в (2.7), получим для малых $|\xi|$ известный логарифмическо-линейный профиль скорости

$$U - U_1(\xi_1) = (U_*/\chi) [\ln(z/z_1) + \kappa(\xi - \xi_1)], \quad (2.9)$$

где $\kappa = M/\xi$, U_1 — скорость ветра на фиксированной высоте z_1 или ξ_1 .

В предельном случае сильной неустойчивости $M\xi \ll -1$ непосредственным интегрированием (2.7) получим также известный «закон $-1/3$ »:

$$U - U_1 = -(3U_* L^{1/3}/M\xi)(z^{-1/3} - z_1^{-1/3}). \quad (2.10)$$

В общем же случае интегрирование (2.7) приводит к следующему выражению для профиля скорости ветра:

$$U - U_1(\xi_1) = \frac{U_*}{\chi} \left[\ln \left| \frac{1-Z}{1-Z_1} \right| \left(\frac{1+Z_1+Z_1^2}{1+Z+Z^2} \right)^{1/2} + \right. \\ \left. + \frac{1}{\sqrt{3}} \left(\arctg \frac{2Z+1}{\sqrt{3}} - \arctg \frac{2Z_1+1}{\sqrt{3}} \right) \right], \quad (2.11)$$

где $Z = \Phi_M$, $Z_1 = Z|_{\xi=\xi_1}$.

Очевидно, что формулы (2.8), (2.10) и (2.11) справедливы лишь при $M\zeta < 1$, т. е. при $\zeta < \zeta_k = 1/M$. Подставляя (2.4) — (2.6) и (2.8) в (2.3), находим

$$\begin{aligned} K_M &= \chi U_* z / \varphi_M, \\ K_T &= \chi U_* [\alpha_0 z - k |t_0| / n (dT/dz)] / \alpha \varphi_T, \end{aligned} \quad (2.12)$$

т. е. при $\zeta \rightarrow \zeta_k$ имеем $K_M \rightarrow 0$ и $K_T \rightarrow 0$. Таким образом, в рамках данной модели ζ_k представляет собой критическое значение параметра стратификации, при котором крупномасштабная турбулентная активность исчезает. В действительности же, согласно современным воззрениям, при достаточно высокой степени устойчивости приземного слоя турбулентное смешение определяется прежде всего мелкомасштабными пульсациями, а затем случайными внутренними гравитационными волнами [2]. Отсюда следует, что коэффициенты обмена K_M и K_T при $\zeta \rightarrow \zeta_k$ должны стремиться к некоторым конечным значениям K'_M и K'_T . Указанное обстоятельство может быть приближенно учтено формулами

$$\begin{aligned} K_M &= \begin{cases} Nq_0 l + K'_M & \text{при } \zeta < \zeta_k, \\ K'_M & \text{при } \zeta \geq \zeta_k; \end{cases} \\ K_T &= \begin{cases} \alpha_0 Nq_0 l - kq_0 |t_0| / (dT/dz) + K'_T & \text{при } \zeta < \zeta_k, \\ K'_T & \text{при } \zeta \geq \zeta_k. \end{cases} \end{aligned} \quad (2.13)$$

Тогда

$$\begin{aligned} \varphi_M &= \begin{cases} 1 / [(1 - M\zeta)^{1/3} + K'_M / \chi U_* L \zeta] & \text{при } \zeta < \zeta_k, \\ \chi U_* L \zeta / K'_M & \text{при } \zeta \geq \zeta_k; \end{cases} \\ \varphi_T &= \begin{cases} 1 / [\alpha_0 (1 - M\zeta)^{1/3} - kL (1 - M\zeta)^{1/3} |t_0| / \zeta (dT/dz) + K'_T / \chi U_* L \zeta] & \text{при } \zeta < \zeta_k, \\ \chi U_* L \zeta / K'_T & \text{при } \zeta \geq \zeta_k. \end{cases} \end{aligned} \quad (2.14)$$

В соответствии с теорией подобия, при $\zeta = 0$ должно быть $\varphi_M(0) = \varphi_T(0) / \alpha = 1$. Функции (2.14) отвечают этому условию в том случае, если при $\zeta < \zeta_k$ величины K'_M и K'_T быстро уменьшаются, стремясь к нулю при $\zeta \rightarrow 0$. Считая, далее, что K'_M при $\zeta > \zeta_k$ не зависит от высоты, получим с помощью (2.9) линейный закон распределения скорости ветра по высоте:

$$U = (U_*^2 / K'_M) z + \text{const}. \quad (2.15)$$

Определим ориентировочно численное значение константы M согласно (2.6). Входящее в эту зависимость отношение q_{0m} / U_* должно, в принципе, вычисляться на основе опытных данных по измерению турбулентности в пограничном слое у плоской стенки. Однако определение q_{0m} в непосредственной близости от нее сопряжено со значительными трудностями. Между тем сравнение таких опытных данных с данными по турбулентным характеристикам течений в каналах и трубах показывает, что вблизи стенки распределения среднеквадратичных значений пульсационных составляющих скорости $\overline{u^2}$, $\overline{v^2}$, $\overline{w^2}$ в количественном и качественном отношениях весьма близки для рассматриваемых типов течений. Это позволяет воспользоваться соответствующими данными для равномерного течения в каналах и трубах, где $q_0 = q_{0m} = \text{const}$

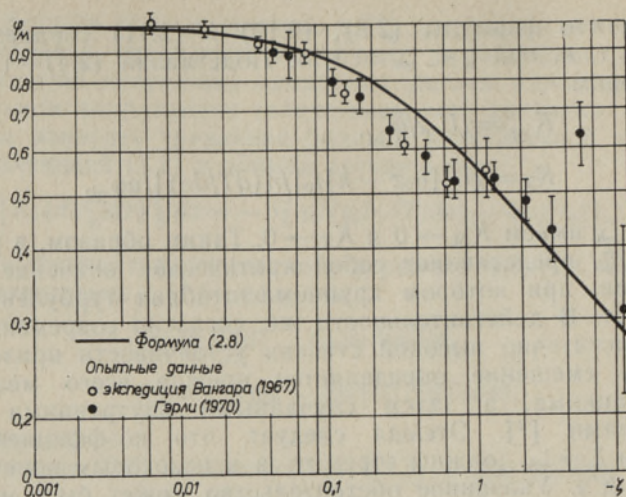


Рис. 1.

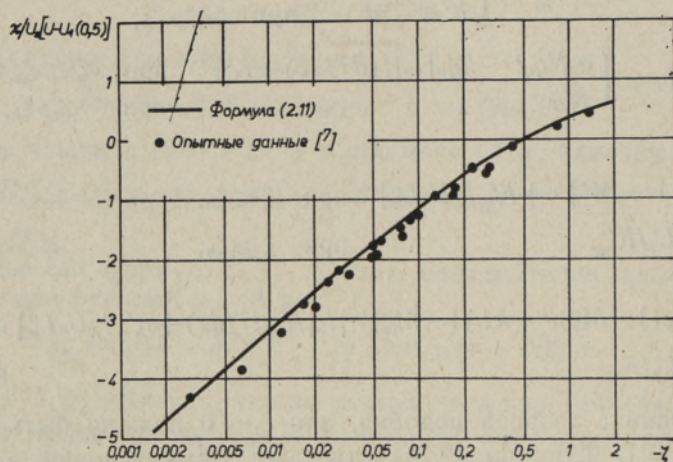


Рис. 2.

по всей ширине течения и $q_{0m}/U_* \approx 1,4$ [5]. Принимая также $\chi = 0,4$ и $A = 1$, получим $M = 4,7$. Отсюда $\kappa \approx 1,6$ и $\zeta_k \approx 0,21$. Разумеется, эти значения констант подлежат дальнейшему уточнению.

На рис. 1 показано сравнение расчетных значений φ_m с данными различных натуральных измерений при неустойчивой стратификации ($\zeta < 0$), приведенными в [6]. Как видно, их удовлетворительное соответствие достигается при $\zeta > -0,1$ и $\zeta < -1$, в то время как при $-0,1 > \zeta > -1$ расчетные значения φ_m оказываются несколько завышенными.

На рис. 2, 3 рассчитанный по формуле (2.11) профиль скорости ветра сравнивается с профилями натуральных измерений [7, 8] при неустойчивой и устойчивой стратификациях окружающей среды соответственно. Следует подчеркнуть, что удовлетворительное согласие между расчетными результатами и экспериментальными данными получено по единой теоретической формуле и при одинаковом значении эмпирической константы M как для отрицательных, так и положительных значений ζ , вплоть до ζ_k .

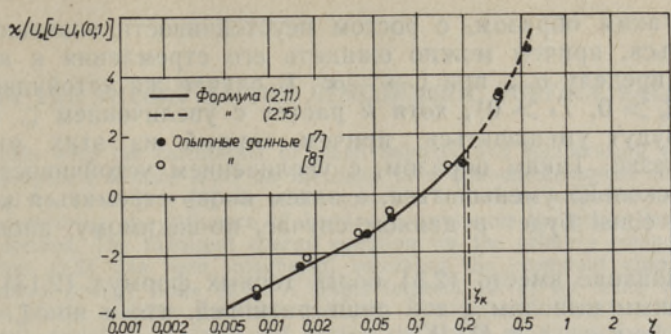


Рис. 3.

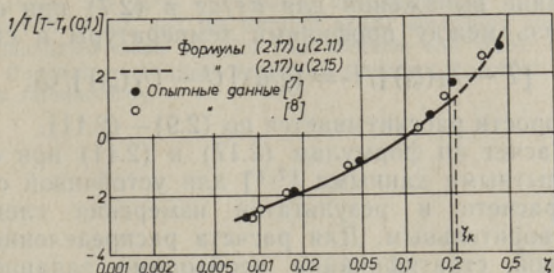


Рис. 4.

Формулы, аналогичные (2.9)–(2.11), можно было бы получить и для вертикальных профилей температуры приземного слоя, если бы коэффициент α был константой. Однако, как явствует из большинства имеющихся опытных данных, α является в действительности функцией параметра ζ , особенно при $\zeta < 0$ [9, 10].

С помощью формул (2.3)–(2.7) может быть выведена следующая зависимость α от параметра стратификации ζ :

$$\alpha = \alpha_0 [1 + k|t_0| (1 - M\zeta)^{1/3} / nT_*]. \quad (2.16)$$

В этом выражении n — константа. Коэффициент k , как указывалось выше, должен зависеть от стратификации приземного слоя. Поскольку в рамках данной модели единственным безразмерным параметром, характеризующим стратификацию, является ζ , то k есть возрастающая функция $|\zeta|$. По определению, t_0 связана с пульсациями теплового потока от действующего на течение источника нагрева. Поскольку нагрев и охлаждение приземного слоя определяются, в основном, теплообменом с земной поверхностью, t_0 должна быть обусловлена пульсациями теплового потока у поверхности. При этом непосредственно прилегающий к поверхности слой будет испытывать максимальное влияние пульсации теплового потока, а с высотой это влияние должно ослабевать. Иными словами, отношение $|t_0|/T_*$ должно быть, видимо, убывающей функцией $|\zeta|$.

В случае безразличной стратификации ($\zeta = 0$) $k = 0$ и $\alpha = \alpha_0$. При неустойчивой стратификации ($\zeta < 0$, $T_* < 0$) k с ростом $|\zeta|$ увеличивается, стремясь, однако, к некоторой конечной величине, не превышающей единицы; беспредельный же рост $(1 - M\zeta)^{1/3}$ компенсируется уменьшением отношения $|t_0|/|T_*|$, которое стремится к нулю при

$|\zeta| \rightarrow \infty$. Таким образом, с ростом неустойчивости значение α будет увеличиваться, причем можно ожидать его стремления к некоторому конечному пределу α_∞ при $\zeta \rightarrow -\infty$. В случае же устойчивой стратификации ($\zeta > 0$, $T_* > 0$), хотя k растет с увеличением ζ , $(1 - M\zeta)^{1/2}$ и $|t_0|/T_*$ будут уменьшаться, причем первый из этих множителей довольно резко. Таким образом, с увеличением устойчивости α будет сначала несколько уменьшаться, а затем вновь стремиться к α_0 . Допущение $\alpha = \text{const}$ будет в данном случае, по-видимому, вполне оправданным.

Использование вместо (2.3) более точных формул (2.13) приводит к аналогичным выводам с той лишь разницей, что α при $\zeta \rightarrow \zeta_k$ будет стремиться не к α_0 , а к K'_T/K'_M .

Сделанные выше выводы качественного характера, хотя и не вполне строгие, правильно отражают реальные изменения α . Это подтверждает большинство имеющихся результатов измерений [2, 4, 9, 10].

Интегрирование выражения для dT/dz в (2.7) при $\alpha = \text{const}$ дает следующую связь между профилями температуры и скорости ветра:

$$[T - T_1(\zeta_1)]/T_* = (\chi/\alpha) [U - U_1(\zeta_1)]/U_*, \quad (2.17)$$

где профиль скорости рассчитывается по (2.9) — (2.11).

На рис. 4 расчет по формулам (2.17) и (2.11) при $\alpha = 1,15$ сопоставляется с опытными данными [7, 8] для устойчивой стратификации. Согласование расчета и результатов измерения следует признать вполне удовлетворительным. Для расчета распределения температуры при неустойчивой стратификации необходимо задание зависимости $\alpha(\zeta)$, о количественном характере которой мнения различных исследователей существенно расходятся [2, 9, 10].

ЛИТЕРАТУРА

1. Монин А. С., Обухов А. И., ДАН СССР, 93, № 2, 223—226 (1953).
2. Монин А. С., Яглом А. М., Статистическая гидромеханика, ч. I, М., «Наука», 1965.
3. Эпштейн А., Изв. АН ЭССР, Физ. Матем., 27, № 4, 413—422 (1978).
4. Rapofsky, H. A., Ann. Rev. Fluid Mech., 6, 147—177 (1974).
5. Эпштейн А., Изв. АН ЭССР, Физ. Матем., 28, № 2, 132—137 (1979).
6. Pasquill, F., Atmospheric diffusion, New York—London—Sydney—Toronto, Halsted Press, 1974.
7. Гурвич А. С., Изв. АН СССР, Физ. атмосф. и океана, 1, № 1, 55—65 (1965).
8. Businger, J. A., Wyngaard, J. S., Yzumi, J., Bradley, E. F., J. Atm. Sci., 28, № 2, 181—189 (1971).
9. Зилитинкевич С. С., Динамика пограничного слоя атмосферы, Л., Гидрометеониздат, 1970.
10. Яглом А. М., Изв. АН СССР, Физ. атмосф. и океана, 10, № 6, 566—586 (1974).

Институт термодинамики и электрофизики
Академии наук Эстонской ССР

Поступила в редакцию
15/XII 1978

A. EPSTEIN

ATMOSFÄÄRI MAALÄHEDASE KIHII TEOORIAST

Artiklis on käsitletud stratifitseeritud maalähedase õhukihi keskmise tuulekiiruse ja temperatuuri vertikaalsete profiilide arvutamist autori loodud fenomenaalse turbulent-susmudeli alusel. Arvutuslikul teel saadud tulemused kattuvad vaatlusandmetega rahul-davalt.

A. EPSTEIN

ON THE THEORY OF THE ATMOSPHERIC SURFACE LAYER

The paper deals with the calculation of mean velocity and temperature profiles in the stratified atmospheric surface layer on the basis of a phenomenological model of turbulence proposed by the author [3]. In addition to the equations proposed in [3], relations (1.5), (1.6) describing the influence of buoyancy forces on the properties of flow turbulence are derived. The turbulent energy equation for the primary component of velocity fluctuation (2.2) has been integrated, assuming the «constant shear stress» and «constant thermal energy flux» (2.1). A single formula (2.11) for mean velocity profile as a function of the stability parameter z/L (z — height above surface, L — Monin—Obukhov length scale) at unstable and moderately stable conditions is deduced. In the case of a strong instability this formula reduces to the well-known « $-1/3$ law» (2.10) and at near neutral stratification — to the «logarithmic+linear law» (2.9). Numerical values of the empirical constants as well as the critical value of (z/L) , at which the large scale turbulence vanishes, are found from the analysis of experimental data for channel and pipe flows. The ratio of turbulent heat diffusivity to eddy diffusivity α is shown to be a function of z/L and the formula (2.10) describing qualitatively its effect is proposed. The calculated mean velocity (for unstable and stable conditions) and the mean temperature (for stable conditions assuming $\alpha = \text{const.}$) profiles fit the experimental data [7,8] quite satisfactorily.