

В. КААЗИК, Ю. СООЯРВ, Ю. ХУНТ, Т. ЛАУСМАА

## ХАРАКТЕРИСТИКИ УПРАВЛЕНИЯ ОДНОФАЗНОГО ДИФФЕРЕНЦИАЛЬНО-ТРАНСФОРМАТОРНОГО МАГНИТНОГО УСИЛИТЕЛЯ

Характеристики управления однофазного дифференциально-трансформаторного магнитного усилителя (1ТМУ) или, по определению некоторых исследователей, магнитного удвоителя частоты с самоподмагничиванием, изучались только в некоторых предельных условиях [1, 2]. В настоящей статье эти характеристики рассматриваются в более общем режиме, который содержит ранее известные режимы как частные случаи.

Анализ 1ТМУ проводится при следующих основных допущениях: кривая намагничивания соответствует приведенной на рис. 1, б, активные сопротивления равны нулю, число витков всех обмоток одинаково, вентиль идеальный.

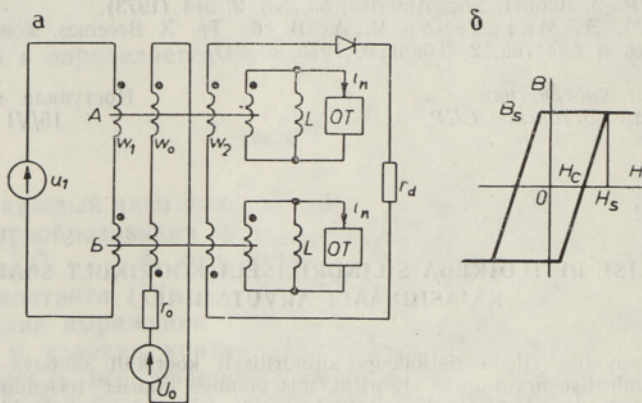


Рис. 1.

При этих упрощениях с учетом преобразования [3, 4] получим схему 1ТМУ, показанную на рис. 1, а. Основные параметры схемы следующие:

$$L = \frac{\omega^2 S}{l} \cdot \frac{B_s}{H_s - H_c}, \quad (1)$$

$$I_{\pi} = \frac{H_c l}{\omega}, \quad (2)$$

$$U_{1m} \leq 2\omega S \omega B_s, \quad (3)$$

где  $\omega$  — число витков обмоток,  $S$  — поперечное сечение сердечника,  $l$  — средняя длина линии магнитной индукции,  $B_s$  — индукция насы-

жения,  $H_s$  — напряженность магнитного поля насыщения,  $H_c$  — коэрцитивная сила,  $\omega$  — угловая частота напряжения питания. Остальные обозначения ясны из рис. 1, а. Ограничитель тока ОТ характеризует гистерезис ( $\text{sign } i_{\pi} = \text{sign } u_1$ ).

Условие (3) обозначает, что из рассмотрения исключаются режимы с одновременным насыщением сердечников. В данной статье принимается

$$U_{1m} = 2\omega S \omega B_s. \quad (3a)$$

Приведенная на рис. 1, а схема весьма неудобна для анализа. На рис. 2 ей соответствует преобразованная в [5] схема замещения, в которой параметры сердечников и мощности элементов оставлены без изменений, а ветвь намагничивания, не влияющая на работу схемы, опущена.

Как показано в [1], источники переменного напряжения в схеме на рис. 2 можно заменить источниками напряжения удвоенной частоты

$$e'_s = -e'_q = \begin{cases} -\frac{U_{1m}}{2} \cos \omega t, & 2n\pi \leq \omega t \leq (2n+1)\pi, \\ -\frac{U_{1m}}{2} \cos \omega t, & (2n+1)\pi \leq \omega t \leq (2n+2)\pi. \end{cases} \quad (4)$$

С целью упрощения расчетов в схеме замещения устранены цифровые коэффициенты, то есть напряжения увеличены в два ( $e_s = 2e'_s$ ) и сопротивления в четыре раза. При этом соответствие электромагнитных процессов сохраняется, а мощность всех элементов увеличивается в четыре раза (в данном случае это несущественно).

Расчетная схема приведена на рис. 3. Известно [1], что при указанной на рис. 3 полярности напряжения управления  $U_0$  работает только магнитный ключ  $k_s$  и ток нагрузки  $i_d$  не влияет на характеристики управления ИТМУ. Поэтому ветви с  $e_q(k_q)$  и  $i_d$  здесь не рассматриваются.

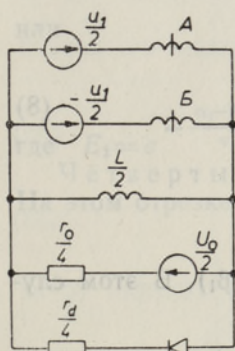


Рис. 2.

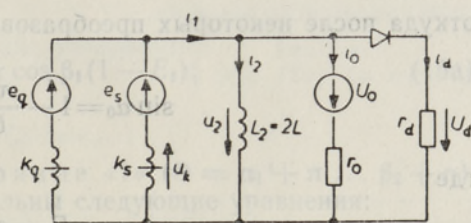


Рис. 3.

При смене полярности  $U_0$  (в данной статье также не исследуется) работает только ключ  $k_q$  и  $i_d$  способен существенно изменять эти характеристики.

Следовательно, замыкание (насыщение сердечника) и размыкание ключа  $k_s$  (выход сердечника из насыщения) возможны при следующих условиях:

$$\int_{\beta}^{\pi+\alpha} u_h d\Theta = 0, \quad (5)$$



$$i_{1\beta}=0, \quad (6)$$

где  $\alpha$  — угол замыкания ключа,  $\beta$  — угол размыкания ключа,  $u_k$  — напряжение на ключе,  $\Theta = \omega t$ .

Проанализируем работу схемы по этапам. Каждому этапу соответствует определенное состояние схемы. Замкнутое состояние будем называть состоянием «1» и разомкнутое — состоянием «0».

Для схемы на рис. 3 в состоянии «0» действительно следующее операторное уравнение

$$(pL_2 + r_0)I_0(p) = U_0(p) - L_2I_{20}.$$

Принимая начальный ток  $I_{20} = 0$ , получим

$$i_0(\Theta) = \frac{U_0}{r_0} (1 - e^{-\Theta/\tau}) = -i_2(\Theta),$$

$$u_2 = -L_2 \frac{di_0}{dt} = -U_0 e^{-\Theta/\tau}, \quad (7)$$

$$u_k = e_s - u_2 = u_1 - u_2,$$

где

$$\tau = \frac{\omega L_2}{r_0}.$$

Первый этап — состояние «0» ( $\Theta = 0 \dots \alpha_0$ ):  $u_1 = U_{1m} \cos \Theta$ ,  $u_k = U_{1m} \cos \Theta + U_0 e^{-\Theta/\tau}$ . Из условия замыкания ключа (5) следует

$$\int_0^{\alpha_0} u_k d\Theta = 2\omega \Delta \Psi_1 = 2\omega (\Psi_S - \Psi_0) = 2\omega \Psi_S,$$

откуда после некоторых преобразований получим

$$\sin \alpha_0 = 1 - \frac{\tau U_0}{U_{1m}} (1 - E_0), \quad (8)$$

где

$$E_0 = e^{-\alpha_0/\tau}.$$

Второй этап — состояние «1» ( $\Theta = \alpha_0 \dots \beta_1$ ). В этом случае имеют место следующие операторные уравнения:

$$pL_2I_1(p) - pL_2I_0(p) = U_1(p) + L_2I_{2\alpha_0} = pL_2I_2(p),$$

$$(pL_2 + r_0)I_0(p) - pL_2I_1(p) = U_0(p) - L_2I_{2\alpha_0}, \quad (9)$$

$$I_1(p) - I_0(p) = I_2(p).$$

Решая систему уравнений (9) и учитывая, что

$$I_{2\alpha_0} = -\frac{U_0}{r_0} (1 - E_0) = -I_0(1 - E_0),$$

получим

$$i_0(\Theta) = \frac{U_{1m}}{r_0} \cos \Theta + I_0, \quad (10)$$

$$i_2(\Theta) = \frac{U_{1m}}{r_0} (\sin \Theta - \sin \alpha_0) - I_0(1 - E_0). \quad (11)$$

Применяя условие размыкания ключа (6) к уравнениям (10) и (11), можно найти  $\beta_1 = f_0(\alpha_0)$ , которое преобразуется к виду

$$\sin(\beta_1 + \varphi) = \cos \varphi \left( 1 - \frac{\tau U_0}{U_{1m}} \right), \quad (12)$$

где  $\varphi = \arctg \tau$ .

Третий этап — состояние «0» ( $\Theta = \beta_1 \dots \alpha_1 + \pi$ ). Соответствующее операторное уравнение

$$(pL_2 + r_0)I_0(p) = U_0(p) - L_2 I_{2\beta_1},$$

откуда

$$i_0 = I_0 \left( 1 - e^{-\frac{\Theta - \beta_1}{\tau}} \right) - I_{2\beta_1} e^{-\frac{\Theta - \beta_1}{\tau}}. \quad (13)$$

Учитывая, что из (11) или (10) можно определить

$$I_{2\beta_1} = \frac{U_{1m}}{\omega L_2} (\sin \beta_1 - \sin \alpha_0) - I_0(1 - E_0) = -\frac{U_{1m}}{r_0} \cos \beta_1 + I_0, \quad (14)$$

и принимая во внимание условие замыкания ключа (5), после некоторых преобразований находим  $\alpha_1 = f_1(\beta_1)$  в виде

$$\sin \alpha_1 = E_1 \sin \beta_1 + 1 - \frac{\tau U_0}{U_{1m}} (1 - E_1) \quad (15)$$

или

$$\sin \alpha_1 = \sin \beta_1 + \tau \cos \beta_1 (1 - E_1), \quad (15a)$$

где  $E_1 = e^{-\frac{\alpha_1 - \beta_1 + \pi}{\tau}}$ .

Четвертый этап — состояние «1» ( $\Theta = \alpha_1 + \pi \dots \beta_2 + \pi$ ). На этом отрезке времени действительны следующие уравнения:

$$i_0(\Theta) = -\frac{U_{1m}}{r_0} \cos \Theta + I_0, \quad (10a)$$

$$i_2(\Theta) = -\frac{U_{1m}}{\omega L_2} (\sin \Theta + \sin \alpha_1) + I_{2(\alpha_1 + \pi)}. \quad (11a)$$

Учитывая

$$I_{2(\alpha_1 + \pi)} = I_{2\beta_1} E_1 - I_0(1 - E_1), \quad (16)$$

а также выражение (14) для  $I_{2\beta_1}$  и условие размыкания ключа (6) при  $\Theta = \beta_2 + \pi$ , после преобразований получим

$$\sin(\beta_2 + \varphi) = \cos \varphi \left( 1 - \frac{\tau U_0}{U_{1m}} \right). \quad (17)$$

Из равенств (17) и (12) ясно, что  $\beta_1 \equiv \beta_2 = \beta$ , следовательно, и



$\alpha_1 = \alpha_2 = \alpha$ , то есть полученный нами режим является установившимся, а схема на рис. 3 — быстродействующей.

При  $r_0 = \infty$  (соответствует схеме с идеальным источником тока  $I_0$ ) из (17) с учетом (3а) получим:

$$\sin \beta = 1 - \frac{\omega L_2 I_0}{U_{1m}}, \quad (17)$$

откуда

$$\frac{U_{1m}}{\omega L_2} \sin \beta = \frac{\Psi_S}{L} - I_0 = I_S - I_0, \quad (18)$$

а из (15а) следует

$$\sin \alpha = \sin \beta,$$

откуда

$$\alpha = \pi - \beta. \quad (19)$$

При  $\omega L = \infty$  (кривая намагничивания сердечника идеальная) из (17) получим

$$\cos \beta = -\frac{U_0}{U_{1m}} \quad (20)$$

и из (15а)

$$\sin \alpha - \sin \beta = (\alpha - \beta + \pi) \cos \beta. \quad (21)$$

Приведенные выше формулы (18)–(21) соответствуют результатам работ [1, 2].

Анализ удобно провести в относительных единицах. Для этого введем следующие понятия.

1.  $U_{0N}(I_{0N})$  — номинальное напряжение (ток) управления определяется из (12) при  $\beta = \pi$ :

$$U_{0N} = U_{1m} \frac{1+\tau}{\tau}, \quad (22)$$

$$I_{0N} = \frac{U_{0N}}{r_0} = \frac{U_{1m}}{\omega L_2} (1+\tau). \quad (23)$$

2.  $U_{0*}(I_{0*})$  — относительное напряжение (ток) управления (с использованием формулы (17)):

$$U_{0*} = \frac{U_0}{U_{0N}} = \frac{U_0}{U_{1m}} \frac{\tau}{1+\tau} = \frac{1}{1+\tau} \left[ 1 - \frac{\sin(\beta+\varphi)}{\cos \varphi} \right] = I_{0*}. \quad (24)$$

3.  $U_{dN}$  — номинальное выходное напряжение.

Учитывая, что

$$U_d = \frac{1}{\pi} \int_{\alpha}^{\pi/2} \cos \Theta d\Theta = \frac{U_{1m}}{\pi} (1 - \sin \alpha), \quad (25)$$

примем

$$U_{dN} = \frac{U_{1m}}{\pi}. \quad (26)$$

4.  $U_{d*}$  — относительное выходное напряжение:

$$U_{d*} = \frac{U_d}{U_{dN}} = 1 - \sin \alpha. \quad (27)$$

Таким образом, для определения характеристик управления 1ТМУ имеем следующие формулы:

$$\begin{aligned} \sin \alpha - \sin \beta &= (1 - E)\tau \cos \beta, \\ U_{0*} &= \frac{1}{1 + \tau} \left[ 1 - \frac{\sin(\beta + \varphi)}{\cos \varphi} \right], \end{aligned} \quad (28)$$

$$U_{d*} = 1 - \sin \alpha,$$

где  $E = e^{-\frac{\alpha - \beta + \pi}{\tau}}$ . Расчеты для четырех значений  $\tau$  показаны на рис. 4.

Экспериментальные исследования проводили на диодной модели 1ТМУ [6] и на реальном 1ТМУ. Результаты испытаний на диодной модели отличаются от теоретически предсказанных не более чем на 2—3%. Реальный 1ТМУ имел следующие данные: сердечники из 50 НП 0,05 типа ОЛ 164/110-30, активное сечение 6,64 см<sup>2</sup>, средняя длина магнитопровода 0,43 м. Магнитная проницаемость сердечника на восходящей ветви петли гистерезиса  $\mu \approx 0,11$  Гн/м. Обмотки усилителя были изготовлены из провода ПЭВ-2 1,56, число витков  $w_1 = 500$ ,  $w_2 = 200$ ,  $w_0$  — по выбору.

В первую очередь была определена т. н. естественная характеристика управления. Элементом управления усилителя служил стабилизированный источник постоянного тока, последовательно соединенный с индуктивностью  $L_0 = 2,5$  Гн. По остальным параметрам эксперимента ( $U_1 = 208$  В,  $w_0 = 5$  витков,  $r_d = 1$  кОм) были определены

$$U_{dN} = \frac{\sqrt{2}U_1w_2}{w_1\pi} = 37,6 \text{ В},$$

$$F_0 = w_0 I_0 = 5 I_0.$$

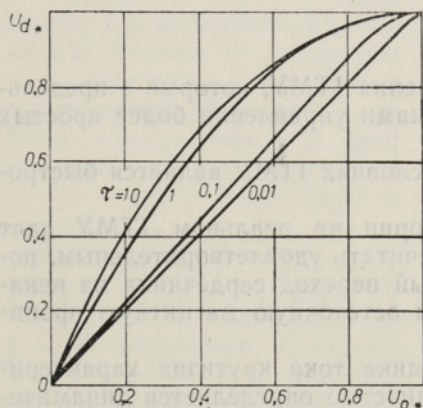


Рис. 4.

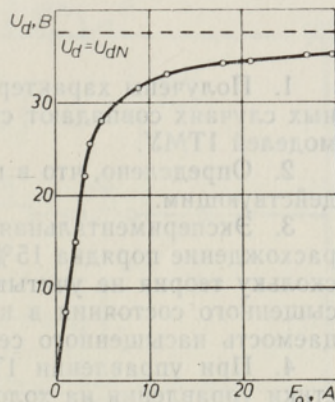


Рис. 5.



Полученная характеристика  $U_d(F_0)$  (рис. 5) соответствует практически холостому ходу 1ТМУ ( $r_d = 1 \text{ кОм}$ ). Как видно из рис. 5, линейность естественной характеристики сохраняется до  $U_d = 22 \text{ В}$  ( $U_{d*} = 0,58$ ). Нелинейность характеристики в остальной части обуславливается плавным переходом сердечника из ненасыщенного состояния в насыщенное. Поскольку теория предполагает неизменную индуктивность обмотки, то совпадения теории с экспериментом следует ожидать на линейном участке естественной характеристики управления, т. е. до  $U_d = 22 \text{ В}$ .

По техническим причинам дальнейшие эксперименты были проведены при  $\omega_0 = 20$  витков. Индуктивное сопротивление обмоток  $\omega L_2$  определялось с помощью петли гистерезиса и из естественной характеристики управления (рис. 5). С использованием формул (18), (19), (25) и (26) было найдено

$$\omega L_2 = \frac{\pi \omega_0}{\omega_2} \cdot \frac{\Delta U_d}{\Delta I_0},$$

где  $\Delta U_d$  — прирост выходного напряжения при изменении тока управления на величину  $\Delta I_0$ . Полученные данные отличались от теоретически предсказанных не более чем на 6%.

Исходя из предварительных измерений сопротивления цепи управления  $\tau$  были выбраны равными 10; 1,0 и 0,1. Результаты экспериментов иллюстрирует рис. 6, где они сравнены с соответствующими теоретическими характеристиками управления. Как видно, в предполагаемой области совпадения ( $U_d = 0 - 22 \text{ В}$ ) хорошее согласие теории с экспериментом наблюдается для  $\tau = 10$  и 0,1. Причины удовлетворительного совпадения при  $\tau = 1,0$  требуют дальнейшего анализа на более сложных моделях 1ТМУ.

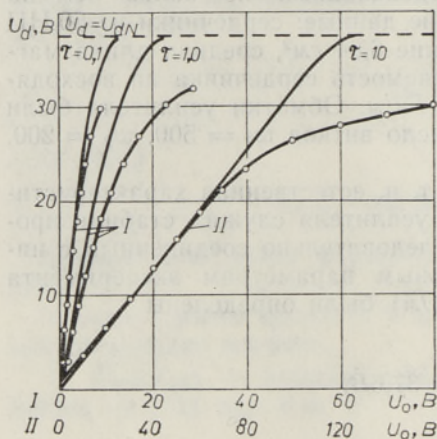


Рис. 6.

## Выводы

1. Получены характеристики управления 1ТМУ, которые в предельных случаях совпадают с характеристиками управления более простых моделей 1ТМУ.

2. Определено, что в приведенных условиях 1ТМУ является быстродействующим.

3. Экспериментальная проверка теории на реальном 1ТМУ дает расхождение порядка 15%, что можно считать удовлетворительным, поскольку теория не учитывает ни плавный переход сердечника из ненасыщенного состояния в насыщенное, ни остаточную магнитную проницаемость насыщенного сердечника.

4. При управлении 1ТМУ от источника тока крутизна характеристики управления на холостом ходу полностью определяется динамической проницаемостью сердечника на восходящей ветви петли гистерезиса.

## ЛИТЕРАТУРА

1. Сарв В., Оявээр М., Саккос Т., Хунт Ю., Магнитные преобразователи электроэнергии с удвоением частоты, Таллин, 1972.
2. Сарв В. В., В сб.: Проблемы технической электродинамики, вып. 24, Электромагнитные и полупроводниковые устройства преобразовательной техники, Киев, 1970.
3. Котова Л. Ф., Электричество, № 4, 88 (1967).
4. Розенблат М. А., Магнитные элементы автоматики и вычислительной техники, М., 1974.
5. Лаусмаа Т., Хунт Ю., Изв. АН ЭССР, Физ. Матем., 25, 192 (1976).
6. Сарв В., Изв. АН ЭССР, Физ. Матем., 21, 264 (1972).

Институт термofизики и электрофизики  
Академии наук Эстонской ССР

Поступила в редакцию  
29/IV 1976

V. KAASIK, J. SOOJARV, J. HUNT, T. LAUSMAA

## ÜHEFAASILISE TRAFO-MAGNETVÕIMENDI TÕURKARAKTERISTIKUD

On näidatud, et ühefaasiline trafo-magnetvõimendi on teatud tingimustel kiiretoimeline, ning leitud tema tüürkarakteristikud küllastamata südamiku induktiivsust arvestades.

V. KAASIK, J. SOOJARV, J. HUNT, T. LAUSMAA

## CONTROL CHARACTERISTICS OF SINGLE-PHASE DIFFERENTIAL TRANSFORMER MAGNETIC AMPLIFIER

It is shown that under certain conditions the single-phase differential-transformer magnetic amplifier has a basic half-cycle response; taking into account the inductance in the unsaturated core, its control characteristics are calculated.

