EESTI NSV TEADUSTE AKADEEMIA TOIMETISED. 26. KÖIDE
FÜÜSIKA * MATEMAATIKA. 1977, NR. 2

ИЗВЕСТИЯ АКАДЕМИИ НАУК ЭСТОНСКОЙ ССР. ТОМ 26
ФИЗИКА * МАТЕМАТИКА. 1977, № 2

УДК 51 : 65.012.122

Р. ЛЕПП

ПРОЕКЦИОННЫЙ МЕТОД СТОХАСТИЧЕСКОЙ АППРОКСИМАЦИИ ДЛЯ ОТЫСКАНИЯ ДОПУСТИМОЙ ТОЧКИ В СТОХАСТИЧЕСКОМ ПРОГРАММИРОВАНИИ

1. Во многих методах решения экстремальных задач с ограничением предполагается, что известная начальная точка принадлежит допустимой области. В детерминированных задачах для нахождения точки x, удовлетворяющей неравенству $g(x)\leqslant 0$, разработано много методов (см., напр., [1,2]). В настоящей работе рассматривается один метод нахождения допустимого решения в задачах стохастического программирования. Требуется найти точку $x\in R^r$, удовлетворяющую неравенству

$$Eg(x,\xi)\leqslant 0, \tag{1}$$

где ξ — k-мерный случайный вектор и E — символ математического ожидания. Решение неравенства (1) основано на использовании отдельных реализаций случайного вектора ξ. Рассматривается только случай, когда функция $g(x,\xi)$ сепарабельна, т. е. когда

$$g(x,\xi)=f(x)+h(\xi).$$

2. Для нахождения точки x из множества

$$Q=\{x:f(x)+Eh(\xi)\leqslant 0\} \tag{2}$$

предложим итерационный метод

$$x_n=x_{n-1}-\gamma_n(x_{n-1}-P_n(x_{n-1})),\qquad n=1,\ 2,\ \ldots, \tag{3}$$

где $0\leqslant\gamma_n\leqslant 1$, а $P_n(x)$ — проекция точки x на множество $Q_n=\{x:f(x)+h(\xi_n)\leqslant 0\}$, т. е. $\|x-P_n(x)\|=\min\limits_{y\in Q_n}\|x-y\|$ и ξ_n — случайные величины, независимые и распределенные так же, как ξ.

Нахождение точки из множества Q эквивалентно минимизации функции $I(x)=1/2\,\|x-P(x)\|^2$, где $P(x)$ — проекция точки x на множество Q. Тогда $I(x)\geqslant 0$ и $Q=\{x:I(x)=0\}$. Приведем некоторые свойства операции проектирования и функции $I(x)$, которые нам понадобятся в дальнейшем. Предположим, что множество Q выпукло и замкнуто.

Лемма 1. *Вектор $x-P(x)$ является опорным к Q в точке $P(x)$, т. е.*

$$(x-P(x),\ y-P(x))\leqslant 0,\qquad y\in Q. \tag{4}$$

Лемма 2. *Оператор проектирования является нерастягивающим, т. е.*

$$\|P(x)-P(y)\|\leqslant\|x-y\|.$$

Доказательства лемм 1 и 2 см. в [2].

Лемма 3. *Функция $I(x)$ выпукла, дифференцируема и* $\operatorname{grad} I(x)=x-P(x)$. Доказательство см. в [3] (лемма 16.2, с. 135).

Перейдем теперь к исследованию свойств метода (3). Обозначим через F_{n-1} наименьшую σ-алгебру, порожденную случайными величинами $x_0, x_1, \ldots, x_{n-1}$. Для дальнейшего изложения предположим, что множества Q_n почти наверное (п. н.) не пусты, т. е.

$$P[Q_n=\varnothing,\ n=1,2,\ldots]=0,$$

и что $E\{\|P_n(x)\|\,|\,F_{n-1}\}<\infty$ и $E\{\|P_n(x)\|^2\,|\,F_{n-1}\}<\infty$.

Лемма 4. *Если функция $f(x)$ выпукла и дифференцируема, то*

$$E\{P_n(x_{n-1})\,|\,F_{n-1}\}\in Q.$$

Доказательство. Прежде всего заметим, что в силу условий, наложенных на функцию $f(x)$, множества Q_n выпуклы и замкнуты при всех $n=1,2,\ldots$. Следовательно, проекции $P_n(x)$ существуют и единственны для почти всех x (см., напр., [4], с. 286), поэтому метод (3) имеет смысл. Из выпуклости и дифференцируемости функции $f(x)$ получим, что

$$f(P_n(x_{n-1}))+h(\xi_n)\geqslant f(E\{P_n(x_{n-1})\,|\,F_{n-1}\})+h(\xi_n)+$$
$$+(f'(E\{P_n(x_{n-1})\,|\,F_{n-1}\}),\ P_n(x_{n-1})-E\{P_n(x_{n-1})\,|\,F_{n-1}\}).$$

Возьмем из этого неравенства условное математическое ожидание относительно σ-алгебры F_{n-1}:

$$E\{f(P_n(x_{n-1})\,|\,F_{n-1}\}+E\{h(\xi_n)\,|\,F_{n-1}\}\geqslant E\{f(E\{P_n(x_{n-1})\,|\,F_{n-1}\})\,|\,F_{n-1}\}+$$
$$+E\{h(\xi_n)\,|\,F_{n-1}\}+E\{(f'(E\{P_n(x_{n-1})\,|\,F_{n-1}\}),$$
$$P_n(x_{n-1})-E\{P_n(x_{n-1})\,|\,F_{n-1}\})\,|\,F_{n-1}\}=f(E\{P_n(x_{n-1})\,|\,F_{n-1}\})+Eh(\xi)+$$
$$+(f'(E\{P_n(x_{n-1})\,|\,F_{n-1}\}),\ E\{P_n(x_{n-1})\,|\,F_{n-1}\}-E\{P_n(x_{n-1})\,|\,F_{n-1}\})=$$
$$=f(E\{P_n(x_{n-1})\,|\,F_{n-1}\})+Eh(\xi).$$

Так как

$$f(P_n(x_{n-1}))+h(\xi_n)\leqslant 0 \quad \text{при} \quad x_{n-1}\in Q_n$$

и

$$f(P_n(x_{n-1}))+h(\xi_n)=0 \quad \text{при} \quad x_{n-1}\notin Q_n,$$

то

$$f(E\{P_n(x_{n-1})\,|\,F_{n-1}\})+Eh(\xi)\leqslant 0, \ \text{т. е.}\ E\{P_n(x_{n-1})\,|\,F_{n-1}\}\in Q.$$

Лемма доказана.

В работе [5] для минимизации детерминированного гладкого функционала $F(x)$ рассмотрен итерационный метод вида $x_n=x_{n-1}-\gamma_n s_n$, где $\gamma_n\geqslant 0$ и s_n — некоторое случайное направление движения, зависящее от всех предыдущих значений x и от n. В [5] s_n называется псевдоградиентом $F(x)$ в точке x_{n-1}, если

$$(F'(x_{n-1}),\ E\{s_n\,|\,F_{n-1}\})\geqslant 0,$$

т. е. если вектор s_n в среднем направлен под острым углом к градиенту.

Покажем, что вектор $x_{n-1}-P_n(x_{n-1})$ является псевдоградиентом функции $I(x)=1/2\,\|x-P(x)\|^2$ в точке x_{n-1}.

Лемма 5. *Если функция $f(x)$ выпукла и дифференцируема, то*

$$(I'(x_{n-1}),\ E\{x_{n-1}-P_n(x_{n-1})\,|\,F_{n-1}\})\geqslant 0.$$

Доказательство. По лемме 3 $I'(x)=x-P(x)$. Следовательно,

$$(I'(x_{n-1}),\ E\{x_{n-1}-P_n(x_{n-1})\,|\,F_{n-1}\})=$$

$$=(x_{n-1}-P(x_{n-1}),\ x_{n-1}-E\{P_n(x_{n-1})\,|\,F_{n-1}\})=$$

$$=\|x_{n-1}-P(x_{n-1})\|^2+(x_{n-1}-P(x_{n-1}),\ P(x_{n-1})-E\{P_n(x_{n-1})\,|\,F_{n-1}\})\geqslant 0,$$

так как по лемме 4 $E\{P_n(x_{n-1})\,|F_{n-1}\}\in Q$ и по лемме 1 $(x_{n-1}-P(x_{n-1}),$ $P(x_{n-1})-E\{P_n(x_{n-1})\,|F_{n-1}\})\geqslant 0$. Лемма доказана.

Оценим теперь псевдоградиент $x_{n-1}-P_n(x_{n-1})$.

Лемма 6. *Для псевдоградиента* $x_{n-1}-P_n(x_{n-1})$ *справедлива оценка*

$$\|x_{n-1}-P_n(x_{n-1})\|\leqslant\|x_0-P_n(x_0)\|.$$

Доказательство. Для любых $h(\xi_{n-1})$ и $h(\xi_n)$ либо 1) $Q_n\subset Q_{n-1}$, либо 2) $Q_{n-1}\subset Q_n$ в силу сепарабельности функции $g(x,\xi)=$ $=f(x)+h(\xi)$. Если выполнено включение 1), то

$$\begin{aligned}
&\|x_{n-1}-P_n(x_{n-1})\|\leqslant\|x_{n-1}-P_n(x_{n-2})\|=\\
&=\|x_{n-2}-\gamma_{n-1}(x_{n-2}-P_{n-1}(x_{n-2}))-P_n(x_{n-2})\|=\\
&=\|(1-\gamma_{n-1})x_{n-2}+\gamma_{n-1}P_{n-1}(x_{n-2})-P_n(x_{n-2})\|=\\
&=\|(1-\gamma_{n-1})(x_{n-2}-P_n(x_{n-2}))+\gamma_{n-1}(P_{n-1}(x_{n-2})-P_n(x_{n-2}))\|\leqslant\\
&\leqslant(1-\gamma_{n-1})\|x_{n-2}-P_n(x_{n-2})\|+\gamma_{n-1}\|P_{n-1}(x_{n-2})-P_n(x_{n-2})\|=\\
&=(1-\gamma_{n-1})\|x_{n-2}-P_n(x_{n-2})\|+\gamma_{n-1}\|P_{n-1}(x_{n-2})-P_{n-1}(P_n(x_{n-2}))\|\leqslant\\
&\leqslant(1-\gamma_{n-1})\|x_{n-2}-P_n(x_{n-2})\|+\gamma_{n-1}\|x_{n-2}-P_n(x_{n-2})\|=\\
&=\|x_{n-2}-P_n(x_{n-2})\|.
\end{aligned}$$

Последнее неравенство имеет место в силу леммы 2. Если выполнено включение 2), то в силу выпуклости функции $\|x-P(x)\|^2$ имеем

$$\begin{aligned}
&\|x_{n-1}-P_n(x_{n-1})\|^2\leqslant\|x_{n-2}-P_n(x_{n-2})\|^2-\\
&-2\gamma_{n-1}(x_{n-1}-P_n(x_{n-1}),\ x_{n-2}-P_{n-1}(x_{n-2}))=\\
&=\|x_{n-2}-P_n(x_{n-2})\|^2-2\gamma_{n-1}(x_{n-1}-P_n(x_{n-1}),\ P_n(x_{n-1})-P_{n-1}(x_{n-2}))-\\
&-2\gamma_{n-1}(x_{n-1}-P_n(x_{n-1}),\ x_{n-2}-P_n(x_{n-1}))\leqslant\\
&\leqslant\|x_{n-2}-P_n(x_{n-2})\|^2-2\gamma_{n-1}(x_{n-1}-P_n(x_{n-1}),\ x_{n-2}-P_n(x_{n-1})).
\end{aligned}$$

Выполнение последнего неравенства гарантируется леммой 1. Покажем, что $(x_{n-1}-P_n(x_{n-1}),\ x_{n-2}-P_n(x_{n-1}))\geqslant 0$. Можем записать

$$(x_{n-1}-P_{n-1}(x_{n-2}),\ x_{n-1}-P_n(x_{n-1}))=\|x_{n-1}-P_n(x_{n-1})\|^2+$$

$$+(P_n(x_{n-1})-P_{n-1}(x_{n-2}),\ x_{n-1}-P_n(x_{n-1}))\geqslant 0,$$

так как $P_{n-1}(x_{n-2})\in Q_n$. Но

$$x_{n-1}-P_{n-1}(x_{n-2})=(1-\gamma_{n-1})x_{n-2}+\gamma_{n-1}P_{n-1}(x_{n-2})-P_{n-1}(x_{n-2})=$$
$$=(1-\gamma_{n-1})(x_{n-2}-P_{n-1}(x_{n-2}))$$

и

$$x_{n-2}-x_{n-1}=x_{n-2}-(1-\gamma_{n-1})x_{n-2}-\gamma_{n-1}P_{n-1}(x_{n-2})=$$
$$=\gamma_{n-1}(x_{n-2}-P_{n-1}(x_{n-2})).$$

Следовательно,

$$(x_{n-1}-P_{n-1}(x_{n-2}),\, x_{n-1}-P_n(x_{n-1}))=$$
$$=(1-\gamma_{n-1})(x_{n-2}-P_{n-1}(x_{n-2}),\, x_{n-1}-P_n(x_{n-1}))=$$
$$=\frac{(1-\gamma_{n-1})}{\gamma_{n-1}}(x_{n-2}-x_{n-1},\, x_{n-1}-P_n(x_{n-1}))\geqslant 0$$

и так как $0\leqslant\gamma_{n-1}\leqslant 1$, то при $\gamma_{n-1}\neq 0$

$$(x_{n-2}-x_{n-1},\, x_{n-1}-P_n(x_{n-1}))\geqslant 0.$$

Теперь имеем

$$(x_{n-1}-P_n(x_{n-1}),\, x_{n-2}-P_n(x_{n-1}))=(x_{n-1}-P_n(x_{n-1}),\, x_{n-2}-x_{n-1})+$$
$$+\|x_{n-1}-P_n(x_{n-1})\|^2\geqslant 0.$$

Следовательно,

$$\|x_{n-1}-P_n(x_{n-1})\|\leqslant\|x_{n-2}-P_n(x_{n-2})\|.$$

Заметим, что при $\gamma_n=0$ последнее неравенство выполняется автоматически. Завершая доказательство, отметим, что при любых ξ_{n-2} и ξ_n либо $Q_n\subset Q_{n-2}$, либо $Q_{n-2}\subset Q_n$. Далее ход рассуждений повторяется.

Исходя из лемм 4—6 докажем следующую теорему.

Теорема. *Если функция $g(x,\xi)$ сепарабельна, функция $f(x)$ выпукла и дифференцируема, $E\{\|P_n(x_0)\|^2|F_{n-1}\}\leqslant K(x_0)<\infty$, $\sum_{n=1}^{\infty}\gamma_n=\infty$, $\sum_{n=1}^{\infty}\gamma_n^2<\infty$, $0\leqslant\gamma_n\leqslant 1$, то последовательность $\{x_n\}$, определенная соотношением* (3), *п. н. такова, что для нее существует предел $I(x_n)$ и*

$$\lim_{n\to\infty}\varrho(x_n,Q)\overset{\text{п.п.}}{=}0.$$

Доказательство. В силу метода (3) имеем

$$1/2\|x_n-P(x_n)\|^2\leqslant 1/2\|x_n-P(x_{n-1})\|^2=1/2\|x_{n-1}-P(x_{n-1})\|^2-$$
$$-\gamma_n(x_{n-1}-P(x_{n-1}),\, x_{n-1}-P_n(x_{n-1}))+\gamma_n^2/2\|x_{n-1}-P_n(x_{n-1})\|^2$$

или

$$I(x_n)\leqslant I(x_{n-1})-\gamma_n(x_{n-1}-P(x_{n-1}),\, x_{n-1}-P_n(x_{n-1}))+$$
$$+\gamma_n^2/2\|x_{n-1}-P_n(x_{n-1})\|^2,$$

поскольку $I(x)=1/2\|x-P(x)\|^2$.

Возьмем условное математическое ожидание от обеих частей последнего неравенства относительно σ-алгебры F_{n-1}:

$$E\{I(x_n)|F_{n-1}\} \leqslant I(x_{n-1}) - \gamma_n (x_{n-1} - P(x_{n-1}),\ x_{n-1} - E\{P_n(x_{n-1})|F_{n-1}\}) + \\ + \gamma_n^2/2E\{\|x_{n-1} - P_n(x_{n-1})\|^2 | F_{n-1}\}. \quad (5)$$

Введем обозначение

$$K = \|x_0\|^2 + K(x_0).$$

Используя результаты лемм 5 и 6 и неравенство $\|x_0 - P_n(x_0)\|^2 \leqslant \leqslant 2\|x_0\|^2 + 2\|P_n(x_0)\|^2$, получим $E\{I(x_n)|F_{n-1}\} \leqslant I(x_{n-1}) + \gamma_n^2 K$. На основании теоремы 1 из работы [6] можно утверждать, что п. н. существует $\lim I(x_n)$ и математические ожидания $EI(x_n)$ равномерно ограничены

$$EI(x_n) \leqslant a. \quad (6)$$

Перейдем теперь к математическим ожиданиям в неравенстве (5):

$$EI(x_n) \leqslant EI(x_{n-1}) - \gamma_n E(x_{n-1} - P(x_{n-1}),\ x_{n-1} - E\{P_n(x_{n-1})|F_{n-1}\}) + \\ + \gamma_n^2/2EE\{\|x_{n-1} - P_n(x_{n-1})\|^2 | F_{n-1}\}. \quad (7)$$

Просуммируем (7) по n от 1 до ∞. В силу (6) и условий на $\sum_{n=1}^{\infty} \gamma_n$ и $\sum_{n=1}^{\infty} \gamma_n^2$ получим, что $\sum_{n=1}^{\infty} \gamma_n^2\, EE\{\|x_{n-1} - P_n(x_{n-1})\|^2 |F_{n-1}\} < \infty$. Следовательно,

$$-\sum_{n=1}^{\infty} \gamma_n E(x_{n-1} - P(x_{n-1}),\ x_{n-1} - E\{P_n(x_{n-1})|F_{n-1}\}) > -\infty$$

или

$$\sum_{n=1}^{\infty} \gamma_n E(x_{n-1} - P(x_{n-1}),\ x_{n-1} - E\{P_n(x_{n-1})|F_{n-1}\}) < \infty. \quad (8)$$

Но

$$\sum_{n=1}^{\infty} \gamma_n = \infty \text{ и } (x_{n-1} - P(x_{n-1}),\ x_{n-1} - E\{P_n(x_{n-1})|F_{n-1}\}) \geqslant 0,$$

поэтому из (8) следует, что найдется подпоследовательность n_i, для которой

$$\lim_{n\to\infty} E(x_{n_i-1} - P(x_{n_i-1}),\ x_{n_i-1} - E\{P_{n_i}(x_{n_i-1})|F_{n_i-1}\}) = 0.$$

Значит, существует подпоследовательность n_j такая, что п. н.

$$\lim_{n\to\infty} (x_{n_j-1} - P(x_{n_j-1}),\ x_{n_j-1} - E\{P_{n_j}(x_{n_j-1})|F_{n_j-1}\}) = 0.$$

Учитывая лемму 5, придем к выводу, что

$$\varliminf_{n\to\infty} (x_{n-1} - P(x_{n-1}),\ x_{n-1} - E\{P_n(x_{n-1})|F_{n-1}\}) \overset{\text{п.н.}}{=} 0.$$

В силу леммы 5 имеем

$$(x_{n-1} - P(x_{n-1}),\ x_{n-1} - E\{P_n(x_{n-1})|F_{n-1}\}) = \\ = \|x_{n-1} - P(x_{n-1})\|^2 + (x_{n-1} - P(x_{n-1}),\ P(x_{n-1}) - E\{P_n(x_{n-1})|F_{n-1}\}) \geqslant$$

$$\geqslant \|x_{n-1}-P(x_{n-1})\|^2.$$

Следовательно, если для любого $\varepsilon > 0$

$$I(x_{n-1}) = 1/2\|x_{n-1}-P(x_{n-1})\|^2 \geqslant \varepsilon,$$

то

$$(x_{n-1}-P(x_{n-1}),\ x_{n-1}-E\{P_n(x_{n-1})\,|\,F_{n-1}\}) \geqslant 2\varepsilon$$

и так как последовательность $I(x_n)$ п. н. имеет предел, то

$$\lim_{n\to\infty} I(x_n) = \lim_{n\to\infty} 1/2\,\|x_n - P(x_n)\|^2 \overset{\text{п.н.}}{=} 0$$

или

$$\lim_{n\to\infty} \varrho(x_n, Q) \overset{\text{п.н.}}{=} 0.$$

Теорема доказана.

Следствие. *Пусть в дополнение к условиям теоремы* $\lim f(x) = +\infty$ *при* $\|x\|\to\infty$. *Тогда последовательность* $\{x_n\}$, *определенная соотношением* (3), *п. н. сходится к некоторой точке множества* Q.

Доказательство. Так как $f(P(x_n)) = -Eh(\xi) = C$ при каждом x_n, то существует L такое, что $\|P(x_n)\| \leqslant L$ при каждом x_n. Повторяя рассуждения леммы 6 для $Eh(\xi)$ и $h(\xi_n)$, получим, что

$$\|x_n - P(x_n)\| \leqslant \|x_{n-1}-P(x_{n-1})\| \leqslant \|x_0 - P(x_0)\| \leqslant M(x_0) < \infty.$$

Следовательно,

$$\|x_n\| \leqslant \|P(x_n)\| + \|x_n - P(x_n)\| \leqslant \|P(x_n)\| + \|x_0 - P(x_0)\| \leqslant L + M(x_0).$$

Из ограниченной последовательности $\{x_n\}$ можно выбрать сходящуюся подпоследовательность $\{x_{n_k}\}$, $x_{n_k}\to x^*$. Но согласно теореме п. н. $I(x_{n_k})\to 0$, т. е. $I(x^*) = 0$. А поскольку п. н. существует $\lim I(x_n)$, то и $\lim I(x_n) \overset{\text{п.н.}}{=} 0$. Следовательно, $x_n \overset{\text{п.н.}}{\to} x^* \in Q$. Следствие доказано.

Рассмотренный метод (3) эффективен лишь в том случае, когда операция проектирования проста. В качестве примера рассмотрим следующую задачу: найти точку из множества

$$Q = \{x : (a, x) \leqslant (b, E\xi)\},\quad a, b, x, \xi \in R^r.$$

Тогда

$$P_n(x_{n-1}) = \begin{cases} x_{n-1}, & \text{если } (a, x_{n-1}) \leqslant (b, \xi_n),\\ x_{n-1} - \dfrac{(a, x_{n-1}) - (b, \xi_n)}{\|a\|^2}\, a, & \text{если } (a, x_{n-1}) > (b, \xi_n),\end{cases}$$

и

$$x_n = \begin{cases} x_{n-1}, & \text{если } (a, x_{n-1}) \leqslant (b, \xi_n),\\ x_{n-1} - \gamma_n \dfrac{(a, x_{n-1}) - (b, \xi_n)}{\|a\|^2}\, a, & \text{если } (a, x_{n-1}) > (b, \xi_n).\end{cases}$$

Автор признателен Т. Тобиасу за внимание к работе и И. Петерсену за ценные замечания.

ЛИТЕРАТУРА

1. Карманов В. Г., Математическое программирование, М., 1974.
2. Гурин Л. Г., Поляк Б. Т., Райк Э. В., ЖВМ и МФ, 7, № 6, 1211 (1967).

3. Итеративные методы в теории игр и программировании. Под ред. В. З. Беленского и В. А. Волконского, М., 1974.
4. Бурбаки Н., Топологические векторные пространства, М., 1959.
5. Поляк Б. Т., Цыпкин Я. З., Автоматика и телемеханика, № 3, 45 (1973).
6. Гладышев Е. Г., Теория вероятности и ее применения, X, № 2, 297 (1965).

Институт кибернетики
Академии наук Эстонской ССР

Поступила в редакцию
30/VI 1976

R. LEPP

STOHHASTILISE APROKSIMATSIOONI PROJEKTSIOONIMEETOD STOHHASTILISE PLANEERIMISÜLESANDE LUBATAVA LAHENDI LEIDMISEKS

Mingi punkti leidmiseks hulgast $Q=\{x:f(x)+Eh(\xi)\leqslant 0\}$ esitatakse juhusliku vektori ξ realisatsioonidel ξ_n põhinev projektsioonimeetod. Projekteeritakse hulgale $Q_n=\{x:f(x)+h(\xi_n)\leqslant 0\}$. Esitatud meetodil saadud jada koondub tõenäosusega 1 hulga Q mingiks punktiks.

R. LEPP

PROJECTION METHOD OF STOCHASTIC APPROXIMATION FOR SEEKING A FEASIBLE SOLUTION IN STOCHASTIC PROGRAMMING

A projection method based on the realization ξ_n of random vector ξ is presented for seeking a point from the set $Q=\{x:f(x)+Eh(\xi)\leqslant 0\}$. The projection is realized on a set $Q_n=\{x:f(x)+h(\xi_n)\leqslant 0\}$. The convergence conditions of the method with probability 1 are presented.