

<https://doi.org/10.3176/phys.math.1975.2.12>

УДК 533.15.001 : 662.61

*В. ПРЕСС*

## О ВОЗМОЖНОСТЯХ УЧЕТА ДВУМЕРНОСТИ ПРИ МАТЕМАТИЧЕСКОМ МОДЕЛИРОВАНИИ ГОРЕНИЯ ПЫЛЕВИДНОГО ТОПЛИВА

Широко распространенные в технике способы сжигания пылевидных топлив характеризуются наличием вихревых циркуляционных зон газов в топочном пространстве. Математическое моделирование таких процессов тормозит недостаток сведений о конвективном массообмене как в сплошной среде газов, так и в дискретном потоке частиц топлива.

Для определения массопереноса инертных частиц в потоке газа необходимо знание закономерностей распределения концентрации частиц в пространстве. При решении задач, связанных с горением частиц, вопрос значительно усложняется, так как для полного выгорания требуется определенное распределение частиц, достичь которого можно в результате взаимного перемешивания потока частиц и потока газа (окислителя). Следовательно, здесь равносильное значение имеет массоперенос как в газовой, так и в дисперсной фазе течения. В действительности оба эти процесса взаимозависимы, поскольку проникновение массы газов в микрообъемы потока вызывает отклонения в траекториях движения частиц и изменяет тем самым их локальные концентрации в потоке.

Таким образом, горение дисперсного пылевидного топлива в потоке воздуха связано с переносом двух компонентов (твердого и газового) в смеси топлива и окислителя в условиях их взаимного реагирования. Это значит, что при математическом моделировании процесса горения в систему уравнений должны быть включены уравнения сохранения массы горючего и окислителя с соответствующими источниковыми членами. В случае подчинения переноса вещества турбулентным перемешиванием законам типа «пропорциональности градиенту» (подобно закону Фика) в эти уравнения необходимо ввести коэффициенты переноса, которые, как правило, заранее неизвестны. Избежать эти трудности за счет сокращения числа коэффициентов переноса позволяет использование единственного общего уравнения для описания переноса окислителя и топлива в горящем потоке.

В работе [1] рассматривались разные принципиальные схемы течения топливной смеси. При наиболее простой из них, жестком одномерном течении, топливо и окислитель полностью перемешиваются и в результате никакого поперечного и продольного массообмена в самом потоке не происходит. В таком идеализированном случае всю динамику процесса горения можно свести к изменению либо текущей концентрации топлива (горючей части) относительно массы окислителя, либо

концентрации окислителя относительно массы топлива, поскольку выгорание топлива определяется одномерно по расходованию окислителя согласно стехиометрическому уравнению.

Начальная концентрация окислителя (кислорода) относительно массы топлива выражается в виде

$$\bar{c}_{O_2} = \frac{c_{O_2}}{\varkappa_0} = M\alpha_0. \quad (1)$$

По мере выгорания топлива указанная концентрация изменяется по соотношению

$$\bar{c}_{O_2}^x = \frac{c_{O_2}^x}{\varkappa^x} = M \frac{\alpha_0 - \eta}{1 - \eta}. \quad (2)$$

Концентрации топлива относительно массы окислителя представляют собой обратные величины соответствующих концентраций (1) и (2):

$$\frac{1}{\varkappa_0} = \frac{\varkappa_0}{c_{O_2}} = \frac{1}{M\alpha_0}, \quad (3)$$

$$\frac{1}{\varkappa^x} = \frac{\varkappa^x}{c_{O_2}^x} = \frac{1 - \eta}{M(\alpha_0 - \eta)}. \quad (4)$$

При наличии напряжений сдвига в реагирующем потоке происходит массообмен между прилегающими элементарными объемами, и ввиду неоднородности течения локальные значения концентраций веществ будут отличаться от значений, рассчитанных по соотношениям (2) и (4). Учитывая, что действительная концентрация кислорода  $c_{O_2}^*$  отличается от стехиометрической на  $\Delta c_{O_2}$ , величина которой является функцией от локальных истинных коэффициентов избытка воздуха  $\alpha_{\text{ист}}$  и  $\alpha_{\text{ист}}^\Gamma$  [2], можно написать

$$\bar{c}_{O_2}^* = \frac{c_{O_2}^*}{\varkappa^x} = k\bar{c}_{O_2}^x, \quad (5)$$

где

$$k = 1 + \frac{\alpha_0}{\alpha_0 - \eta} \frac{\alpha_{\text{ист}}^\Gamma - \alpha_{\text{ист}}}{\alpha_{\text{ист}} \alpha_{\text{ист}}^\Gamma} = 1 + \frac{\alpha_0}{\alpha_0 - \eta} \frac{\Delta c_{O_2}}{c_{O_2}}$$

характеризует неравномерность расходования кислорода в данном элементарном объеме факела по сравнению с жестким течением. В последнем случае  $k = 1$ , поскольку  $\Delta c_{O_2} = 0$ .

Эту неравномерность обуславливает отмеченная выше взаимная миграция молекул газа и частичек топлива в потоке (в предположении равномерного начального распределения газа и топлива). Этот процесс можно представить как перемещение одной фазы относительно другой, т. е. как миграцию частичек топлива относительно молекул газа или миграцию молекул газа относительно частичек топлива. Такое перемещение целесообразно рассматривать как диффузию какой-либо субстанции, наложенную на одномерное жесткое течение топлива и газа. За такое псевдовещество можно принимать либо избыточную массу кислорода относительно массы топлива

$$\Delta \bar{c}_{O_2} = \bar{c}_{O_2}^* - \bar{c}_{O_2}^x,$$

либо избыточную массу топлива относительно массы кислорода

$$\Delta \varkappa = \varkappa^* - \varkappa^x,$$

где

$$\bar{\kappa}^* = \frac{\kappa^x}{c_{O_2}^*}.$$

Понятие псевдовещества допустимо здесь потому, что согласно закону сохранения химических элементов по существу в потоке топлива не может происходить никакого абсолютного приращения массы вещества. Мнимое приращение обусловлено исключительно перераспределением отдельных компонентов по объему потока. Поскольку интегральный прирост массы любого псевдовещества по всему пространству реакции равен нулю, то при математическом описании процесса горения можно использовать для переноса соответствующего вещества уравнение диффузии без источникового члена, т. е. величины  $\Delta \bar{c}_{O_2}$  или  $\Delta \bar{\kappa}$  принимать как консервативные.

Для осесимметричного потока уравнение сохранения химического компонента в цилиндрических координатах имеет вид [3]:

$$\begin{aligned} \frac{\partial}{\partial z} \left( m_j \frac{\partial \psi}{\partial r} \right) - \frac{\partial}{\partial r} \left( m_j \frac{\partial \psi}{\partial z} \right) - \frac{\partial}{\partial z} \left( \Gamma_{j \text{эфф}} r \frac{\partial m_j}{\partial z} \right) - \\ - \frac{\partial}{\partial r} \left( \Gamma_{j \text{эфф}} r \frac{\partial m_j}{\partial r} \right) - r R_j = 0. \end{aligned} \quad (6)$$

При протекании горения в потоке описание процесса в идеализированном случае можно свести к простой реакции двух компонентов топлива и окислителя. Это значит, что в математическую модель процесса должны быть включены, как минимум, два уравнения сохранения типа (6) — для  $\kappa$  и для  $c_{O_2}$ . Поскольку в общем случае они составляют часть сложной системы дифференциальных уравнений в частных производных, то для простоты вычислений весьма желательно упрощение каждого уравнения, входящего в эту систему. Такая возможность предоставляется использованием в уравнении сохранения кислорода вместо концентрации  $c_{O_2}$  либо избыточной концентрации  $\Delta \bar{c}_{O_2}$ , либо  $\Delta \bar{\kappa}$ . Тогда в первом случае уравнение (6) принимает вид

$$\begin{aligned} \frac{\partial}{\partial z} \left( \Delta \bar{c}_{O_2} \frac{\partial \psi}{\partial r} \right) - \frac{\partial}{\partial r} \left( \Delta \bar{c}_{O_2} \frac{\partial \psi}{\partial z} \right) - \frac{\partial}{\partial z} \left[ \Gamma_{O_2 \text{эфф}}^- r \frac{\partial (\Delta \bar{c}_{O_2})}{\partial z} \right] - \\ - \frac{\partial}{\partial r} \left[ \Gamma_{O_2 \text{эфф}}^- r \frac{\partial (\Delta \bar{c}_{O_2})}{\partial r} \right] = 0. \end{aligned} \quad (7)$$

Выгорание топлива (изменение концентрации  $\kappa$ ) можно описывать как реакцию в одномерном жестком течении, т. е. уравнением без диффузионных членов

$$\frac{\partial}{\partial z} \left( \kappa \frac{\partial \psi}{\partial r} \right) - r R_T = 0. \quad (8)$$

Для решения математической модели процесса горения необходимо предварительно знать величину эффективного коэффициента переноса кислорода  $\Gamma_{O_2 \text{эфф}}^-$ . При струйном течении ее можно приблизительно определить из экспериментальных данных, пренебрегая поперечной составляющей скорости потока и продольной диффузией вещества. В этом случае решение уравнения

$$\frac{\partial}{\partial z} \left( \Delta \bar{c}_{O_2} \frac{\partial \psi}{\partial r} \right) - \frac{\partial}{\partial r} \left[ \Gamma_{O_2 \text{эфф}}^- r \frac{\partial (\Delta \bar{c}_{O_2})}{\partial r} \right] = 0 \quad (9)$$

относительно  $\Gamma_{O_2 \text{эфф}}^-$  дает

$$\Gamma_{\text{O}_2, \text{эфф}} = \frac{1}{r} \left[ \int_{r_0}^r \frac{\frac{\partial(\Delta \bar{c}_{\text{O}_2})}{\partial z} \frac{\partial \psi}{\partial r}}{\frac{\partial(\Delta \bar{c}_{\text{O}_2})}{\partial r}} dr + C \right]. \quad (10)$$

Для комплекса соотношений из частных производных уравнения (10) необходимо найти экспериментально аппроксимирующие зависимости от  $r$ . Исходя из условия осевой симметрии, можно принять, что при  $r_0 = 0$  величина  $\Gamma_{\text{O}_2, \text{эфф}} = 0$ .

Из соотношения (2) следует, что  $\bar{c}_{\text{O}_2}^x \rightarrow \infty$  при  $\eta \rightarrow 1$ , а из соотношения (4), в свою очередь, что  $\bar{\kappa}^x \rightarrow \infty$  при  $\eta \rightarrow \alpha_0 < 1$ . В целях сохранения конечных величин концентрации вещества в уравнении (7) при доведении расчета до конца (т. е. до полного выгорания топлива или полного израсходования окислителя) целесообразно использовать в качестве параметра концентрации при горении топлива с избытком воздуха величину  $\Delta \bar{\kappa}$ , а в случае газификации топлива — величину  $\Delta \bar{c}_{\text{O}_2}$ .

На наш взгляд, имеется еще более общий параметр концентрации вещества, предложенный в работе [3], который удобно использовать как при расчете процесса выгорания, так и при расчете газификации топлива. Этот параметр характеризует разность в составе горючей смеси от стехиометрического состава и определяется как

$$\varphi = \kappa - \frac{c_{\text{O}_2}}{M}. \quad (11)$$

Используя для определения этого параметра начальные и текущие значения  $\kappa$  и  $c_{\text{O}_2}$ , можно убедиться, что в случае одномерного жесткого течения величина  $\varphi$  в процессе выгорания топлива не меняется и равняется

$$\varphi_0 = \varphi^x = \kappa_0 (1 - \alpha_0) = c_{\text{O}_2} \frac{1 - \alpha_0}{M \alpha_0}. \quad (12)$$

Если в потоке окислителя и топлива имеет место массоперенос реагирующих компонентов ( $\alpha_{\text{ист}}^r \neq \alpha_{\text{ист}}$ ), то  $\varphi$  определяется в виде

$$\varphi^* = \kappa_0 \left( 1 - \frac{\alpha_0}{\alpha_{\text{ист}}} \right) - \frac{c_{\text{O}_2}}{M} \left( 1 - \frac{1}{\alpha_{\text{ист}}^r} \right). \quad (13)$$

Соответствующий параметр для концентрации псевдовещества выражается, аналогично приведенному выше, как разница

$$\Delta \varphi = \varphi^* - \varphi_0. \quad (14)$$

Поскольку  $\varphi_0$  не зависит от  $\eta$ , то  $\Delta \varphi$  — конечная величина при любом режиме горения; она меняется в гораздо меньших пределах, чем  $\Delta c_{\text{O}_2}$  или  $\Delta \kappa$ .

#### Обозначения

$c_{\text{O}_2}, \bar{c}_{\text{O}_2}^x$ — весовые концентрации кислорода в воздухе и в одномерном факеле в нормальных условиях, кг/м <sup>3</sup> ;	$\bar{c}_{\text{O}_2}, \bar{c}_{\text{O}_2}^x$ — концентрация кислорода относительно массы горючего вещества в топливе в исходной аэромеси и в одномерном факеле, кг/кг;
$\kappa_0, \bar{\kappa}^x$ — концентрация горючего вещества в исходной аэромеси топлива и в одномерном факеле в нормальных условиях, кг/м <sup>3</sup> ;	$\kappa_0, \bar{\kappa}^x$ — концентрация горючего вещества относительно массы кислорода в исходной аэромеси и в одномерном факеле, кг/кг;

$M$ — стехиометрический коэффициент;	$\Delta \bar{c}_{O_2}$ — избыточная концентрация кислорода, $кг/кг$ ;
$\alpha_0$ — коэффициент избытка воздуха в исходной аэромеси топлива;	$\Delta \lambda$ — избыточная концентрация топлива, $кг/кг$ ;
$\eta$ — степень выгорания топлива;	$m_j$ — концентрация химического компонента $j$ ;
$c_{O_2}^*$ — действительная концентрация кислорода в факеле пылевидного топлива в нормальных условиях, $кг/м^3$ ;	$\psi$ — функция тока;
$\bar{c}_{O_2}^*$ — концентрация кислорода относительно массы горючего вещества в двумерном факеле пылевидного топлива, $кг/кг$ ;	$\Gamma_{j\alpha\Phi\Phi}$ — эффективный коэффициент переноса для компонента $j$ ;
$\Delta c_{O_2}$ — разница в концентрациях кислорода по сравнению с одномерным выгоранием топливной пыли, $кг/м^3$ ;	$R_j$ — скорость образования компонента $j$ в единице объема потока;
$\alpha_{ист}$ — истинный коэффициент избытка воздуха, определяемый по выгоранию топливной пыли;	$z$ — расстояние по направлению оси потока;
$\alpha_{ист}^r$ — истинный коэффициент избытка воздуха, определяемый по химическому составу газов в факеле;	$r$ — расстояние от оси симметрии потока;
	$\Gamma_{O_2\alpha\Phi\Phi}$ — эффективный коэффициент переноса для избыточной массы кислорода;
	$R_T$ — скорость выгорания топлива в единице объема горящего потока;
	$\Phi$ — зависимая переменная концентрации топлива.

## ЛИТЕРАТУРА

1. Пресс В., Изв. АН ЭССР, Физ. Матем., 22, 401 (1973).
2. Пресс В., Изв. АН ЭССР, Физ. Матем., 22, 312 (1973).
3. Госмен А. Д., Пан В. М., Ранчел А. К., Сполдинг Д. Б., Вольфштейн М., Численные методы исследования течений вязкой жидкости, М., 1972.

Институт термofизики и электрофизики  
Академии наук Эстонской ССР

Поступила в редакцию  
17/XII 1973

V. PRESS

### KAHEMÕÖTMELISUSE ARVESTAMISE VÕIMALUSTEST TOLMKÜTUSE PÕLEMISE MATEMAATILISEL MODELLEERIMISEL

Artiklis vaadeldakse tolmkütuse põlemist kirjeldava võrrandisüsteemi lihtsustamise võimalusi, kusjuures lähtutakse nn. pseudoaine kontseptsioonist, mis võimaldab kütuseosakeste põlemise võrrandist välja jätta osakeste difusiooni arvestavad liikmed. Esitatakse kolm võimalikku varianti mainitud kontseptsiooni kasutuselevõtmiseks.

V. PRESS

### ON THE POSSIBILITIES OF CONSIDERING THE TWO-DIMENSIONALITY AT THE MATHEMATICAL MODELLING OF THE COMBUSTION OF PULVERIZED FUEL

In this paper the possibilities of simplification of the equations describing the combustion of pulverized fuel, are considered. It has been proceeded from the conception of the so-called pseudosubstance which enables to omit from the fuel combustion equation the terms, taking into account the diffusion of fuel particles. In the paper three possible variants are given for using that conception.