

<https://doi.org/10.3176/phys.math.1975.2.06>

УДК 531.18

П. КАРД

ОБ ОДНОМ РЕЛЯТИВИСТСКОМ ПАРАДОКСЕ

Показано, что мысленный опыт А. Эйнштейна [1] приводит к парадоксу, а в результате устранения парадокса утрачивает эвристическое значение.

В настоящей заметке мы хотим привлечь внимание к парадоксальной ситуации, возникающей в связи с известным мысленным опытом А. Эйнштейна (см. [1] или [2]), имеющим целью обосновать инертность энергии любого вида. Как и другие релятивистские парадоксы, этот парадокс является, конечно, кажущимся; однако его обсуждение полезно уже тем, что здесь лишний раз в новом контексте демонстрируются основные положения теории. Кроме того, в результате обсуждения мы придем к практически важным методическим рекомендациям.

В изложении самого Эйнштейна, а также М. Лауэ [3] и М. Борна [4], мысленный опыт состоит в сущности из двух частей. Первая часть подводит к выводу, что энергии W электромагнитного излучения соответствует инертная масса W/c^2 ; во второй части такое же соответствие доказывается для энергии любого вида. Поскольку возможность превращения электромагнитной энергии в энергию любого иного вида общеизвестна, современные авторы (см. [5-9]) опускают вторую часть. Мы будем тоже придерживаться этого сокращенного варианта, тем более, что парадокс обнаруживается именно здесь.

Напомним вкратце ход мыслей в опыте. Покоящийся полый цилиндр, длины l и массы M , имеет внутри у стенки одного из оснований устройство, посылающее на противоположное основание вспышку света с энергией W . Так как давление излучения на стенку равно плотности излучаемой энергии, то цилиндр получает под действием излучения скорость, равную W/Mc , где c — скорость света. За время l/c , потребное свету для прохождения пути вдоль цилиндра, последний перемещается на расстояние Wl/Mc^2 . Затем свет, поглощаясь полностью в другой стенке, давит на нее с той же силой и останавливает цилиндр. Если бы свет не имел массы, то перемещение цилиндра означало бы смещение его центра масс без воздействия внешних сил, что противоречит основным принципам механики. Следовательно, свету нужно приписать некоторую массу μ . Условие неподвижности центра масс

$$\mu l/M = Wl/Mc^2 \quad (1)$$

дает

$$\mu = W/c^2, \quad (2)$$

что согласуется с общим законом эквивалентности массы и энергии.

Приведенное рассуждение носит приближенный характер (это отмечается и у А. Эйнштейна, и у многих других авторов). Во-первых, ско-

рость цилиндра не равна в точности W/Mc , так как масса цилиндра после испускания света отличается от первоначальной массы M — отчасти вследствие уноса части массы светом, отчасти в силу зависимости массы от скорости. Во-вторых, путь, проходимый светом, короче l на величину смещения цилиндра, так как противоположная стенка движется свету навстречу. Поэтому и время распространения света меньше l/c .

Обычно считается (см., напр., [9]), что эти неточности пренебрежимы, так как их можно сделать сколь угодно малыми. Для этого достаточно положить $W \ll Mc^2$. Однако — в этом и заключается парадокс — уточнение вывода приводит к противоречию с релятивистской формулой зависимости массы от скорости.

Чтобы убедиться в этом, достаточно описать опыт Эйнштейна в терминах законов сохранения массы и импульса — тех именно законов, на которых основано требование неподвижности центра масс цилиндра. Энергию света можно не вводить в рассмотрение, так как для описания опыта вполне достаточно учитывать только массу света, существование которой вытекает — по меньшей мере качественным образом — уже из приближенной трактовки.

Будем считать массу цилиндра состоящей из трех частей. Пусть у стенок оснований находятся два тела с одинаковой начальной массой покоя m , непосредственно участвующие в испускании и поглощении света. Массу покоя остальной части цилиндра обозначим через M_1 . Сохранение массы и импульса при испускании света, когда цилиндр получает скорость v , выражается равенствами:

$$M_1 + 2m = (M_1 + m + m_1)\gamma(v) + \mu, \quad (3)$$

$$v(M_1 + m + m_1)\gamma(v) - \mu c = 0, \quad (4)$$

где μ — масса света, m_1 — масса покоя излучившего свет тела после излучения, а $\gamma(v)$ — множитель, определяющий зависимость массы тела от его скорости. Когда свет поглотится у противоположной стенки цилиндра, то цилиндр придет в силу сохранения импульса опять в состояние покоя, а сохранение массы выразится равенством

$$(M_1 + m + m_1)\gamma(v) + \mu = M_1 + m_1 + m_2, \quad (5)$$

где m_2 — масса покоя тела у другой стенки после поглощения света. Из формул (3) и (5) следует

$$2m = m_1 + m_2. \quad (6)$$

Обозначая через

$$M = M_1 + 2m \quad (7)$$

полную массу покоя цилиндра и исключая из формул (3) и (4) μ , с учетом формулы (6) находим

$$\gamma^{-1}(v) = \left(1 - \frac{m_2 - m_1}{2M}\right) (1 + \beta), \quad (8)$$

где $\beta = v/c$.

Теперь потребуем неизменности положения центра масс. Время нахождения света в пути равно $l/(c + v)$ (поскольку стенка, в которой он потом поглотился, двигалась навстречу ему со скоростью v). За это время цилиндр сместился на расстояние $l\beta(1 + \beta)^{-1}$. Следовательно,

$$Ml\beta(1 + \beta)^{-1} = \frac{(m_2 - m_1)l}{2}. \quad (9)$$

Выражая отсюда

$$\frac{m_2 - m_1}{2M} = \frac{\beta}{1 + \beta} \quad (10)$$

и подставляя это выражение в формулу (8), находим

$$\gamma(v) = 1. \quad (11)$$

Итак, мы получили неверный результат. Выходит, что масса тела не зависит от его скорости.

Можно поступить и несколько иначе. Положив в уравнениях (3) и (4)

$$\gamma(v) = (1 - \beta^2)^{-1/2}, \quad (12)$$

перепишем их в виде:

$$M = (M - m + m_1) (1 - \beta^2)^{-1/2} + \mu, \quad (13)$$

$$\beta(M - m + m_1) (1 - \beta^2)^{-1/2} = \mu. \quad (14)$$

Исключая из уравнений (6) и (10) m_2 , находим

$$\beta(1 + \beta)^{-1} = (m - m_1)M^{-1}. \quad (15)$$

Из системы трех уравнений (13)–(15) исключим $(m - m_1)M^{-1}$ и μM^{-1} . В результате получим

$$(1 - \beta^2)^{-1/2} = 1,$$

т. е. $\beta = 0$. Тогда уравнение (14) даст $\mu = 0$, что противоречит полученному ранее в приближенной трактовке результату. Отсюда видно, что приближенное рассмотрение только тогда согласуется с уточненным, когда энергия световой вспышки обращается в нуль. Но в таком случае «опыта» вообще нет и никаких выводов сделать нельзя.

Парадокс разрешается просто. Мы предполагали, что весь цилиндр как жесткое целое приходит под давлением излучаемой в одном его конце световой вспышки в движение и точно так же, как одно целое, при поглощении вспышки останавливается. Но это невозможно. Никакое действие не может распространяться вдоль цилиндра быстрее света. Следовательно, цилиндр должен при испускании света деформироваться, причем его задняя стенка может прийти в движение только после того, как в ней световая вспышка уже поглотилась. Неудивительно, что неучет этих обстоятельств привел к неверному результату.

Таким образом, мысленный опыт Эйнштейна нестрог, причем устранение нестрогости лишает опыт эвристической силы. В самом деле, для того, чтобы сделать описание опыта вполне строгим, следовало бы учитывать деформацию цилиндра и последующее восстановление его первоначальной формы. Такое описание, конечно, возможно, но не столь просто, так как требует конкретных данных об упругих свойствах материала цилиндра. Но главное состоит в том, что мы имели бы в таком случае не мысленный опыт, а некоторую задачу о движении цилиндра в заданной реальной ситуации. Но с утратой мысленного опыта утрачивается и присущая ему эвристическая ценность. Впрочем, если требуется найти только конечный результат — смещение цилиндра, то задача решается весьма просто. Смещение цилиндра, равное μ/M , получается прямо как следствие неизменности положения центра масс цилиндра (т. е. как следствие законов сохранения массы и импульса), независимо от подробностей движения и деформаций цилиндра. Однако ясно, что и в таком случае мысленный опыт будет лишен всякого эвристического значения, так как никакого дальнейшего следствия отсюда вывести нельзя было бы. Мы имели бы перед собой просто решение

одной элементарной задачи на сохранение массы и импульса, и больше ничего. Формулу (2) мы этим путем не получим, так как энергия излучения в баланс массы и импульса не входит.

Но имеем ли мы право рассматривать данный вопрос без привлечения энергии излучения? Ведь цель мысленного опыта состоит как раз в выводе формулы (2), связывающей энергию с массой. Понятно, мы не сможем получить этого вывода, если не будем с самого начала приписывать излучению энергию. На эти соображения можно ответить так. Для получения формулы (2) необходимо: 1) выразить смещение цилиндра через массу света из условия неподвижности центра масс; 2) выразить смещение цилиндра через его движение под давлением света, зависящим от энергии света. Первое — это та простая задача, о которой сказано выше; второе, как мы показали, некорректно и связано с парадоксом. Следовательно, мы можем избавиться от парадокса, в соответствии с основными положениями теории относительности, только отказавшись от детального описания движения цилиндра. Тогда единственное, что мы еще можем сделать — это найти смещение цилиндра только через массу излученного света, не зная ничего о его энергии.

Следовательно, мысленный опыт Эйнштейна, строго говоря, не дает обоснования формулы эквивалентности массы и энергии излучения. Фактически нет и нужды в подобном опыте. В самом деле, хотя давление света обычно (в силу исторической традиции) выражают через его энергию, мы имеем полное основание, рассматривая давление света как эмпирический факт, приписывать свету импульс и, следовательно, массу, причем обе эти величины должны войти в полный баланс импульса и массы наряду с импульсом и массой тел. В сущности, сам Эйнштейн в своем мысленном опыте неявным образом заранее учитывает наличие массы и импульса света. Дело в том, что используемое им требование неизменности положения центра масс основано на законах сохранения массы и импульса. Но сохранение импульса при испускании света, когда цилиндр получает определенный импульс, и означает, что равным и противоположным импульсом обладает сам излучаемый свет. Следовательно, конечный результат (формула (2)) фигурирует у Эйнштейна как невысказанная явно предпосылка. Формула (2) вытекает фактически и без всякого цилиндра просто из того, что импульс световой вспышки равен, с одной стороны, W/c (если выражать давление света через энергию), и, с другой стороны, μc . Равенство $W/c = \mu c$ и дает сразу формулу (2).

Отсюда следует, что мысленный опыт Эйнштейна содержит в себе в сущности логический круг. Нельзя отрицать за ним определенной положительной роли, которую он сыграл в начале развития теории относительности. В то время излучение часто понималось как «чистая энергия» (см. [4], с. 345), а представление о массе излучения казалось чуждым и странным, нуждающимся в особом обосновании. Но с современной точки зрения целесообразно вводить понятие массы излучения вместе с его импульсом независимо от энергии. Мысленный опыт Эйнштейна тогда утрачивает свое былое значение. Нельзя согласиться с Э. Тейлором и Дж. Уилером, расценивающими его как «один из самых интересных в физике» (см. [9], с. 194).

Что касается общего закона эквивалентности массы и энергии, то он обосновывается вполне строго, полно и последовательно путем отождествления энергии с массой (см. [10, 11]).

ЛИТЕРАТУРА

1. Einstein A., Ann. Phys., 20, 627 (1906).
2. Эйнштейн А., Собрание научных трудов, т. 1, М., 1965, с. 39.
3. Лауэ М., Статьи и речи, М., 1969, с. 186.
4. Борн М., Эйнштейновская теория относительности, М., 1964.
5. Соколовский Ю., Теория относительности в элементарном изложении, Харьков, 1960.
6. Румер Ю. Б., Рывкин М. С., Теория относительности, М., 1960.
7. Новаку В., Введение в электродинамику, М., 1963.
8. Бонди Г., Относительность и здравый смысл, М., 1967.
9. Тейлор Э., Уилер Дж., Физика пространства-времени, Изд. 2-е, М., 1971.
10. Kard P., Eirelatiivsusteooria II, TRÜ rotaprint, Tartu, 1972.
11. Кард П. Г., К обоснованию принципа тождественности массы и энергии, Уч. зап. ТГУ, вып. 331, с. 3 (1974).

Тартуский государственный университет

Поступила в редакцию
25/IX 1974

P. KARD

ÜHEST RELATIVISTLIKUST PARADOKSIST

A. Einsteini tuntud mõttelises katses tõestatakse elektromagnetkiirguse inertse massi olemasolu ja selle ekvivalentsus energiaga sel teel, et arvutatakse õõnsa silindri nihe, mille põhjadele seestpoolt avaldab rõhku ühest põhjast kiirguv ja teises põhjas neelduv kiirgus. Kiirguse mass avaldatakse tema energia kaudu tingimusest, et silindri massikese peab jääma paigale. Selle katse range kirjeldus massi ja impulsi jäävuse seaduste alusel viib paradoksaalsele järeldusele, et keha mass ei sõltu kiirusest. Paradoks laheneb, kui arvestada, et silinder ei ole absoluutselt jäik keha. Ent sel juhul minetab Einsteini mõtteline katse oma heuristilise väärtuse. Tegelikult peitub temas loogikaring. Kiirguse inertse massi ja impulsi olemasolu järeldub otseselt kiirguse rõhu olemasolust sõltumatult igasugusest mõttelisest katsest. Massi ja energia ekvivalentsuse seaduse range ning üldine põhjendamine on võimalik mõlema suuruse põhimõttelise samastamise teel.

P. KARD

ÜBER EIN RELATIVISTISCHES PARADOXON

Nach dem bekannten Gedankenexperiment A. Einsteins besitzt die elektromagnetische Strahlung eine träge Masse, die mit der Energie in einem universellen Zusammenhang steht. Diese Folgerungen bekommt man, wenn man einen Lichtblitz im Innern eines evakuierten Zylinders von einer Grundfläche zur anderen laufen läßt, die vom Lichtdruck verursachte Versetzung des Zylinders berechnet und unveränderte Lage des Schwerpunktes postuliert. Eine strenge Betrachtung dieses Vorganges auf Grund der Erhaltungsgesetze für Masse und Impuls führt zum paradoxen Schluß, daß die Masse eines Körpers von Geschwindigkeit unabhängig ist. Das Paradoxon wird aufgeklärt, indem man berücksichtigt, daß der Zylinder kein starrer Körper sein kann. Doch büßt in diesem Falle das Gedankenexperiment Einsteins an seinem heuristischen Wert ein. Tatsächlich birgt es einen Zirkelschluß in sich. Ohne jegliches Gedankenexperiment ist die Existenz von Masse und Impuls der Strahlung eine unmittelbare Folge des Strahlungsdruckes. Die allgemeine Äquivalenz von Masse und Energie kann man ganz streng durch die prinzipielle Identifizierung beider Größen begründen.