Поскольку связность пространства $\mathfrak{M}(C^*(X,A))$ и неразложимость алгебры $C^*(X,A)$ в прямую сумму своих нетривиальных идеалов равносильны (см. [4], с. 354), то по доказанной теореме получаем

Следствие 2. *Пусть X — топологическое пространство и A — банахова алгебра. Для того, чтобы алгебра $C^*(X,A)$ была неразложима в прямую сумму своих нетривиальных идеалов, необходима и достаточна связность пространств X и $\mathfrak{M}(A)$.*

ЛИТЕРАТУРА

1. Бурбаки Н., Спектральная теория, М., 1972.
2. Hoffman K., Fundamentals of Banach Algebras, Curitiba, 1962.
3. Brown R., Elements of Modern Topology, N.-Y., 1968.
4. Функциональный анализ, Сб. под ред. С. Г. Крейна, М., 1972.

Таллинский политехнический институт

Поступила в редакцию
2/XII 1972

EESTI NSV TEADUSTE AKADEEMIA TOIMETISED. 22. KOIDE
FÜÜSIKA * MATEMAATIKA. 1973, NR. 2

ИЗВЕСТИЯ АКАДЕМИИ НАУК ЭСТОНСКОЙ ССР. ТОМ 22
ФИЗИКА * МАТЕМАТИКА. 1973, № 2

https://doi.org/10.3176/phys.math.1973.2.15

УДК 539.3 : 534.231.1

А. ЛАХЕ

ПЕРЕХОД СИММЕТРИЧНОГО ВОЛНОВОГО ПРОЦЕССА ДЕФОРМАЦИИ ПЛАСТИНКИ В НЕСИММЕТРИЧНЫЙ ПРИ ВОЗНИКНОВЕНИИ УДАРНОЙ ВОЛНЫ

A. LAHE. PLAADI SÜMMEETRILISE DEFORMATSIOONILAINE ÜLEMINEK MITTESÜMMEETRILISEKS LÖÖKLAINE TEKKIMISEL

A. LAHE. TRANSFORMATION OF THE SYMMETRICAL WAVE PROPAGATION PROCESS IN A PLATE INTO AN ASYMMETRIC PROCESS IN THE COURSE OF THE SHOCK WAVE FORMATION

Показано, что при возникновении ударной волны симметричный (относительно срединной поверхности) одномерный волновой процесс деформации полубесконечной пластинки, описываемой по нелинейной теории типа Тимошенко, переходит в несимметричный, поскольку при этом диссипация энергии оказывается наименьшей [1]. Это явление может быть использовано при интерпретации процесса с точки зрения теории динамической устойчивости.

Пусть h — толщина пластинки; t — абсолютное время; x, z — ортогональные лагранжевы координаты при $t=0$; $w_1(x,t)$ — безразмерное (деленное на h) тангенциальное перемещение; $w_2(x,t)$ — безразмерное (деленное на h) нормальное перемещение; $w_3(x,t)$ — угол поворота; λ, μ — постоянные Ляме; l, m, n — постоянные Мурнагана в пятиконстантной теории упругости [2]; ϱ_0 — плотность материала при

$t=0$; Ψ — функция диссипации энергии, которая на линии разрыва может отличаться от нуля [3].

Введем безразмерное время

$$\tau = t c_2 h^{-1}, \quad c_2^2 = \mu/\varrho_0$$

и следующие обозначения:

$$\partial(\ldots)/\partial x = (\ldots)', \quad \partial(\ldots)/\partial\tau = (\dot{\ldots}) .$$

Перемещения по толщине пластинки соответствуют закону [4]

$$u_{(1)} = w_1 + z w_3 - f(z)\,(w_3 + w'_2) + \ldots, \; u_{(2)} = 0, \; u_{(3)} = w_2 + \ldots, \tag{1}$$

где

$$f(-z) = -f(z), \quad \int\limits_{-h/2}^{+h/2} (1 - df/dz)^2\, dz = k_T^2 h. \tag{2}$$

Предполагается, что нормальными компонентами напряжений можно пренебречь. Тогда компоненты тензора деформации Грина, которые входят в функцию внутренней энергии, определяются в виде

$$\varepsilon_{11} = w'_1 + z w'_3 + \frac{1}{2}\{(w'_1)^2 + (w'_2)^2 + 2 z w'_1 w'_3 + z^2 (w'_3)^2\} + \ldots, \tag{3}$$

$$\varepsilon_{13} = \frac{1}{2}(1 - df/dz)\,(w_3 + w'_2 + w'_1 w_3) + \ldots .$$

Используя методику, разработанную М. В. Лурье [3], получим

1) уравнения движения

$$d^{ij} \ddot{w}_j + \varphi^{ij} w''_j - \varphi^{i0} = 0, \tag{4}$$

где

$$\varphi^{11} = k^{-2}\{1 + (3 + 2k_1) w'_1\}, \; \varphi^{12} = (k^{-2} + k_T^2 k_3) w'_2 + k_T^2 (1 + k_3) w_3,$$

$$\varphi^{13} = \frac{1}{12} k^{-2} (3 + 2k_1) w'_3, \; \varphi^{21} = \varphi^{12}, \; \varphi^{22} = k_T^2 + (k^{-2} + k_T^2 k_3) w'_1, \tag{5}$$

$$\varphi^{23} = 0, \; \varphi^{31} = 12\varphi^{13}, \; \varphi^{32} = \varphi^{23}, \; \varphi^{33} = \varphi^{11};$$

$$\varphi^{10} = k_T^2 \{(2 + k_3) w_3 + (1 + k_3) w'_2\} w'_3, \; \varphi^{20} = k_T^2 \{1 + (1 + k_3) w'_1\} w'_3, \tag{6}$$

$$\varphi^{30} = -12 k_T^2 (1 + w'_1)(w_3 + w'_2);$$

$$d^{ij} = \delta_{ij} \quad (\delta_{ij} \text{ — символ Кронекера}); \tag{7}$$

$$k_1 = \frac{1}{2}\{3(\lambda + \mu) + \mu^2 (\lambda + \mu)^{-1}\}(l + 2m)(\lambda + 2\mu)^{-2} + \frac{3}{4}\lambda(\lambda - l)\{\mu(\lambda + \mu)\}^{-1},$$

$$k_3 = 2m(\lambda + 2\mu)^{-1}, \quad k^2 = \frac{1}{2}(1 - \nu), \quad \nu = \frac{1}{2}\lambda(\lambda + \mu)^{-1}. \tag{8}$$

2) условия на линии разрыва для импульса, кинематической совместности и энергии соответственно

$$\left\{\delta_{ij}\tilde{\lambda} + \frac{1}{2}(\varphi_+^{ij} + \varphi_-^{ij})\right\}[w'_j] = 0, \tag{9}$$

$$[\dot{w}_j] + \tilde{\lambda}[w'_j] = 0, \tag{10}$$

$$-\tilde{\lambda}\Big\{(3+2k_1)k^{-2}[w_1']^3+3(k^{-2}+k_T^2k_3)[w_1'][w_2']^2+$$
$$+3\frac{1}{12}(3+2k_1)k^{-2}[w_1'][w_2']^2\Big\}=\Psi, \tag{11}$$

где $\tilde{\lambda}=d\xi/dt$, а индексами «+» и «—» обозначены переменные непосредственно до и после линии разрыва (см. рис. 1, a). Изменение переменной при переходе через линию разрыва обозначено скобками $[f]=f_+-f_-$.

При выводе условий (9)—(11) предполагается, что перемещения непрерывны ($w_{i+}=w_{i-}$).

Пусть заданы следующие нулевые начальные и краевые условия при $x=x_0$, $x_0=\mathrm{const}$:

$$w_2(x_0,\tau)=w_3(x_0,\tau)=0,\ k^{-2}w_1'+\frac{1}{2}k^{-2}(3+2k_1)(w_1')^2+$$
$$+\frac{1}{2}(k^{-2}+k_T^2k_3)(w_2')^2+\frac{1}{2}\frac{1}{12}k^{-2}(3+2k_1)(w_3')^2=A\operatorname{arctg}(s\tau). \tag{12}$$

В системе (4) при выбранных начальных и краевых условиях два последних уравнения тождественно равны нулю до возникновения разрыва в w_1' и $w_1^{\cdot}$. Остается уравнение

$$w_1^{\cdot\cdot}-\varphi^{11}w_1''=0. \tag{13}$$

При данных начальных и краевых условиях квазилинейное уравнение (13) имеет разрывное решение, образующее при $\tau=\tau^*\geqslant 0$ [5, 6], где

$$\tau^*\cong 2\{(3+2k_1)As\}^{-1}. \tag{14}$$

Для многих материалов $(3+2k_1)<0$, следовательно, ударная волна возникает при сжатии, т. е. при $A>0$, $s>0$.

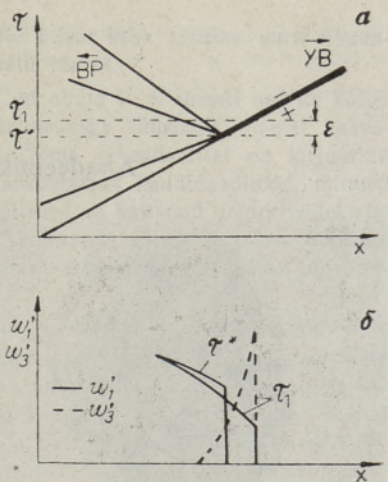
В случае возникновения разрывов $[w_1']$ и $[w_1^{\cdot}]$, условия (9), (10) допускают множество решений. Для ограничения класса решений воспользуемся вторым законом термодинамики и принципом наименьшей диссипации энергии [1], тогда соответственно имеем

$$\Psi\geqslant 0 \quad \text{при} \quad \delta\tau>0, \tag{15}$$
$$\Psi=\min. \tag{16}$$

Из решений системы (9), (10) на первом фронте ударной волны условию (15) удовлетворяют следующие ненулевые решения:

$$\tilde{\lambda}=k^{-1}\Big\{1+(3+2k_1)\frac{1}{2}(w_{1+}'+w_{1-}')\Big\}^{1/2},\quad [w_1']\neq 0,\quad [w_1^{\cdot}]\neq 0; \tag{17}$$

$$\tilde{\lambda}=k^{-1}\{1+(3+2k_1)w_1^{*\prime}\}^{1/2},\ [w_1']^*=\pm\Big\{\frac{1}{12}[w_3']^2\Big\}^{-1/2},$$
$$[w_1^{\cdot}]=\pm\Big\{\frac{1}{12}[w_3^{\cdot}]^2\Big\}^{1/2}. \tag{18}$$



Возникающая ударная волна $[w_1']$ распадается на отраженную волну разрежения ($\overleftarrow{\text{ВР}}$) (см. рисунок, *а*) и ударную волну ($\overrightarrow{\text{УВ}}$) (18), в которой величина $[w_1']^*$ в два раза меньше первоначальной (см. рисунок, *б*).

Из условия (16) вытекает, что реализуется только решение (18).

После возникновения разрывов $[w_1']$, $[w_1^{\cdot}]$ два последних уравнения системы (4) уже не равны тождественно нулю. Отсюда можно заключить, что с этого момента начинают расти перемещения w_2 и w_3, которые до возникновения разрывов $[w_1']$, $[w_1^{\cdot}]$ равнялись нулю.

Автор благодарит У. Нигула за постоянное внимание к работе и ценные советы.

ЛИТЕРАТУРА

1. Gyarmati I., Z. Phys. Chem., **239**, 134 (1968).
2. Савин Г. Н., Лукашев А. А., Лыско Е. М., Веремеенко С. В., Прикл. механика, **6**, 38 (1970).
3. Лурье М. В., Прикл. матем. и мех., **33**, 602 (1969).
4. Галиньш А. К., В сб.: Исследования по теории пластин и оболочек, вып. 6—7, Казань, Изд. КГУ, 23 (1970).
5. Jeffrey A., J. Math. Mech., **17**, 331 (1967).
6. Энгельбрехт Ю. К., Прикл. матем. и мех., **36**, 528 (1972).

Институт кибернетики
Академии наук Эстонской ССР

Поступила в редакцию
26/II 1973