REFERENCES

1. Aladyev V., On the Theory of the Homogeneous Structures, Estonian Academic Press, Tallinn, 1972 (in Russian).
2. Moore E., Proc. Symp. Appl. Math., **14**, 17 (1962).
3. Myhill J., Proc. Am. Math. Soc., **14**, No. 4 (1963).
4. Аладьев В., К теории однородных структур, ВИНИТИ, № 4204, М., 1971.
5. Amoroso S., Cooper G., Proc. Am. Math. Soc., **26**, No. 1 (1970).
6. Burks A. W., On Backwards-Deterministic, Erasable and Garden-of-Eden Automata, Techn. Rept, No. 012520-4-T, Univ. Michigan (September, 1971).
7. Smith A. R., Cellular Automata Theory, Techn. Rept, No. 2, Stanford Univ. (1970)
8. Amoroso S., Cooper G., Comput. System Sci., No. 5 (1971).
9. Ostrand T. J., Property Preservation by Tessellation Automata, DCS Techn. Rept, No. 17, Hill Center Math. Sci. Livingston College (May, 1972).

Academy of Sciences of the Estonian SSR,
Institute of Experimental Biology

All-Union State Project-Technological
Institute of the Central Statistics
Board of the USSR

Received
Oct. 31, 1972

EESTI NSV TEADUSTE AKADEEMIA TOIMETISED. 22. KÖIDE
FÜÜSIKA * MATEMAATIKA. 1973, NR. 2

ИЗВЕСТИЯ АКАДЕМИИ НАУК ЭСТОНСКОЙ ССР. ТОМ 22
ФИЗИКА * МАТЕМАТИКА. 1973, № 2

https://doi.org/10.3176/phys.math.1973.2.14

УДК 517.948 : 513.8+519.4

М. АБЕЛЬ

СВЯЗНОСТЬ ПРОСТРАНСТВА МАКСИМАЛЬНЫХ ИДЕАЛОВ АЛГЕБРЫ ОГРАНИЧЕННЫХ НЕПРЕРЫВНЫХ *А*-ЗНАЧНЫХ ФУНКЦИЙ

M. ABEL. A-VÄÄRTUSTEGA TÕKESTATUD PIDEVATE FUNKTSIOONIDE ALGEBRA MAKSIMAALSETE IDEAALIDE RUUMI SIDUSUS

M. ABEL. THE CONNECTIVITY OF THE SPACE OF MAXIMAL IDEALS OF THE ALGEBRA OF *A*-VALUED BOUNDED CONTINUOUS FUNCTIONS

1. Пусть $C^*(X, A)$ — множество всех ограниченных непрерывных A-значных функций, определенных на топологическом пространстве X. В случае, когда A — (комплексная) коммутативная банахова алгебра с единицей[1], то множество $C^*(X, A)$ образует коммутативную банахову алгебру с единицей относительно обычных алгебраических операций над функциями и нормой

$$\|f\| = \sup_{x \in X} \|f(x)\|_A,$$

где $f \in C^*(X, A)$ и $\|\ldots\|_A$ — норма алгебры A.

[1] Всюду в дальнейшем вместо коммутативной банаховой алгебры с единицей будем говорить коротко банахова алгебра или алгебра.

Как известно (см. [1], с. 60, или [2], с. 116), пространство $\mathfrak{M}(A)$ максимальных идеалов банаховой алгебры A связно тогда и только тогда, когда множество

$$P(A)=\{a\in A: a^2=a\}$$

идемпотентов алгебры A содержит только единичный элемент e_A и нулевой элемент θ_A алгебры A.

В настоящей статье описывается множество $P(C^*(X,A))$ и находятся необходимые и достаточные условия для а) связности пространства $\mathfrak{M}(C^*(X,A))$ и б) неразложимости алгебры $C^*(X,A)$ в прямую сумму своих нетривиальных идеалов.

2. Чтобы найти необходимые и достаточные условия для связности пространства $\mathfrak{M}(C^*(X,A))$, нам нужна

Лемма. *Если X — топологическое пространство и A — (не обязательно коммутативная) банахова алгебра, то множество*

$$P(C^*(X,A))=C^*(X,P(A)). \tag{1}$$

Доказательство. Пусть $f\in P(C^*(X,A))$, т. е. функция $f\in C^*(X,A)$ и удовлетворяет условию $f^2=f$. Тогда $[f(x)]^2=f(x)$ в каждой фиксированной точке $x\in X$. Следовательно, функция $f\in C^*(X,P(A))$.

Пусть теперь $f\in C^*(X,P(A))$. В силу включения $P(A)\subset A$, функция $f\in C^*(X,A)$. Кроме этого, $f^2(x)=f(x)$ в каждой фиксированной точке $x\in X$. Поэтому функция $f\in P(C^*(X,A))$ и справедливо равенство (1). Лемма доказана.

Докажем теперь, что имеет место

Теорема. *Пусть X — топологическое пространство и A — банахова алгебра. Для связности пространства $\mathfrak{M}(C^*(X,A))$ необходима и достаточна связность пространств X и $\mathfrak{M}(A)$.*

Доказательство. *Необходимость.* Пусть пространство $\mathfrak{M}(C^*(X,A))$ связно. Тогда множество $P(C^*(X,A))=\{e,\theta\}$, где e — единичная функция и θ — нулевая функция алгебры $C^*(X,A)$. Поэтому, учитывая равенство (1), множество $P(A)=\{e_A,\theta_A\}$. Действительно, если множество $P(A)$ содержит также элемент a, отличный от e_A и θ_A, то функция f с $f(x)\equiv a$ принадлежит множеству $P(C^*(X,A))$, но отличается от e и θ. Значит, связность пространства $\mathfrak{M}(A)$ необходима.

Связность пространства X докажем от противного. Предположим, что X — несвязное пространство. Тогда существуют такие непустые непересекающиеся замкнутые подмножества X_1 и X_2 пространства X, что $X=X_1\cup X_2$. Пусть f — функция с $f(X_1)=e_A$ и $f(X_2)=\theta_A$. Эта функция непрерывна и ограничена на X. Поэтому, учитывая лемму, функция $f\in P(C^*(X,A))$, но отличается от e и θ. Полученное противоречие дает необходимость связности пространства X.

Достаточность. Пусть пространства X и $\mathfrak{M}(A)$ связны. Тогда множество $P(A)=\{e_A,\theta_A\}$. В силу связности пространства X, каждая непрерывная функция $f: X\to P(A)$ постоянна (ср. [3], с. 63). Поэтому, учитывая лемму, множество $P(C^*(X,A))=\{e,\theta\}$. Следовательно, пространство $\mathfrak{M}(C^*(X,A))$ связно. Теорема доказана.

Из теоремы непосредственно вытекает

Следствие 1. *Пусть X — топологическое пространство и A — банахова алгебра. Для того, чтобы множество $P(C^*(X,A))=\{e,\theta\}$, необходима и достаточна связность пространств X и $\mathfrak{M}(A)$.*

Поскольку связность пространства $\mathfrak{M}(C^*(X,A))$ и неразложимость алгебры $C^*(X,A)$ в прямую сумму своих нетривиальных идеалов равносильны (см. [4], с. 354), то по доказанной теореме получаем

Следствие 2. *Пусть X — топологическое пространство и A — банахова алгебра. Для того, чтобы алгебра $C^*(X,A)$ была неразложима в прямую сумму своих нетривиальных идеалов, необходима и достаточна связность пространств X и $\mathfrak{M}(A)$.*

ЛИТЕРАТУРА

1. Бурбаки Н., Спектральная теория, М., 1972.
2. Hoffman K., Fundamentals of Banach Algebras, Curitiba, 1962.
3. Brown R., Elements of Modern Topology, N.-Y., 1968.
4. Функциональный анализ, Сб. под ред. С. Г. Крейна, М., 1972.

Таллинский политехнический институт

Поступила в редакцию
2/XII 1972

EESTI NSV TEADUSTE AKADEEMIA TOIMETISED. 22. KOIDE
FÜÜSIKA * MATEMAATIKA. 1973, NR. 2

ИЗВЕСТИЯ АКАДЕМИИ НАУК ЭСТОНСКОЙ ССР. ТОМ 22
ФИЗИКА * МАТЕМАТИКА. 1973, № 2

УДК 539.3 : 534.231.1

А. ЛАХЕ

ПЕРЕХОД СИММЕТРИЧНОГО ВОЛНОВОГО ПРОЦЕССА ДЕФОРМАЦИИ ПЛАСТИНКИ В НЕСИММЕТРИЧНЫЙ ПРИ ВОЗНИКНОВЕНИИ УДАРНОЙ ВОЛНЫ

A. LAHE. PLAADI SÜMMEETRILISE DEFORMATSIOONILAINE ÜLEMINEK MITTESÜMMEETRILISEKS LÖÖKLAINE TEKKIMISEL

A. LAHE. TRANSFORMATION OF THE SYMMETRICAL WAVE PROPAGATION PROCESS IN A PLATE INTO AN ASYMMETRIC PROCESS IN THE COURSE OF THE SHOCK WAVE FORMATION

Показано, что при возникновении ударной волны симметричный (относительно срединной поверхности) одномерный волновой процесс деформации полубесконечной пластинки, описываемой по нелинейной теории типа Тимошенко, переходит в несимметричный, поскольку при этом диссипация энергии оказывается наименьшей [1]. Это явление может быть использовано при интерпретации процесса с точки зрения теории динамической устойчивости.

Пусть h — толщина пластинки; t — абсолютное время; x, z — ортогональные лагранжевы координаты при $t=0$; $w_1(x,t)$ — безразмерное (деленное на h) тангенциальное перемещение; $w_2(x,t)$ — безразмерное (деленное на h) нормальное перемещение; $w_3(x,t)$ — угол поворота; λ, μ — постоянные Ляме; l, m, n — постоянные Мурнагана в пятиконстантной теории упругости [2]; ϱ_0 — плотность материала при