EESTI NSV TEADUSTE AKADEEMIA TOIMETISED. 22. KÖIDE
FÜÜSIKA * MATEMAATIKA. 1973, NR. 2

ИЗВЕСТИЯ АКАДЕМИИ НАУК ЭСТОНСКОЙ ССР. ТОМ 22
ФИЗИКА * МАТЕМАТИКА. 1973, № 2

https://doi.org/10.3176/phys.math.1973.2.03

УДК 535.3

М. ХАЛЛИК

ГЕНЕРАЦИЯ ВОЛН СУММАРНОЙ ЧАСТОТЫ НЕЛИНЕЙНОЙ ПЛЕНКОЙ

В приближении заданного поля выведены формулы, определяющие амплитуды электромагнитных волн суммарной частоты, генерируемых многослойной пленкой, в составе которой имеется один нелинейный слой. Получены условия максимума интенсивности генерируемых волн.

Введение

В [1,2] были выведены в приближении заданного поля общие формулы для амплитуд волн суммарной частоты, генерируемых многослойной нелинейной пленкой. Эту теорию мы применим теперь к пленке, в составе которой имеется только один нелинейный слой кубической симметрии. Падающие волны будем считать поляризованными эллиптически с азимутом поляризации ψ и фазовым сдвигом δ между перпендикулярной и параллельной компонентами. Часть пленки между исходной средой и нелинейным слоем обозначим индексом 1, а часть между нелинейным слоем и конечной средой — индексом 2. Величины, относящиеся к самому нелинейному слою, будем писать без индекса. Остальные обозначения и выбор координатных осей те же, что в [1–3]. В ссылках на формулы этих работ будем обозначать их соответствующей римской цифрой, например (I, 12).

Нашей задачей является нахождение амплитуд $\mathcal{E}_{+,N+1}$ и $\mathcal{E}_{-,0}$ однородных волн суммарной частоты, генерируемых пленкой в ограничивающие пленку среды. Согласно формулам (I, 32) и (II, 18), используя также формулы (I, 27), (II, 16) и (III, 2.12), имеем

$$\begin{aligned}
\mathcal{E}_{+,N+1} &= -\frac{d}{d_1\sqrt{n_{N+1}}\cos\Theta_{N+1}}\{H_1 - r_1H_2\},\\
\mathcal{E}_{-,0} &= \frac{d}{d_2\sqrt{n_0}\cos\Theta_0}\{e^{i\alpha}H_2 - r_2e^{-i\alpha}H_1\}.
\end{aligned} \tag{1}$$

Здесь r_1 и r_2 — соответственно амплитудные коэффициенты отражения волн от пленок 1 и 2 при падении на них света из нелинейного слоя; d_1, d_2, d — соответственно амплитудные коэффициенты пропускания второго рода пленок 1, 2 и всей N-слойной пленки без учета нелинейностей (определения этих коэффициентов см., напр., в [3]); α — относится к нелинейному слою и дается формулой (I, 12); H_1 и H_2 — элементы матрицы H (см. (I, 23) и (II, 14)). Выражения для H_1 и H_2 получим из формул (I, 7), (I, 12), (I, 16)—(I, 19), (I, 23) и (II, 8), (II, 9), (II, 14), а также формул

$$P_{+\pm\|}\begin{pmatrix}\sin\beta_{+\pm}\\ \cos\beta_{+\pm}\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}\cos\Theta_{\pm} & -\sin\Theta_{\pm}\\ \sin\Theta_{\pm} & \cos\Theta_{\pm}\end{pmatrix}\begin{pmatrix}P_{+\pm x}\\ P_{+\pm z}\end{pmatrix},$$

$$P_{-\mp\|}\begin{pmatrix}\sin\beta_{-\mp}\\ \cos\beta_{-\mp}\end{pmatrix}=-\begin{pmatrix}\cos\Theta_{\pm} & \sin\Theta_{\pm}\\ -\sin\Theta_{\pm} & \cos\Theta_{\pm}\end{pmatrix}\begin{pmatrix}P_{-\mp x}\\ P_{-\mp z}\end{pmatrix}$$

(обозначения см. в [2]). После всех преобразований находим, что в случае перпендикулярной поляризации генерируемых волн

$$H_{1\perp}=-\frac{1}{2\sqrt{n\cos\Theta}}\left[\frac{P_{++y}(1-e^{i(\alpha-\alpha_+)})}{n\cos\Theta-n_+\cos\Theta_+}+\frac{P_{--y}(1-e^{i(\alpha+\alpha_+)})}{n\cos\Theta+n_+\cos\Theta_+}+\right.$$
$$\left.+\frac{P_{+-y}(1-e^{i(\alpha-\alpha_-)})}{n\cos\Theta-n_-\cos\Theta_-}+\frac{P_{-+y}(1-e^{i(\alpha+\alpha_-)})}{n\cos\Theta+n_-\cos\Theta_-}\right], \qquad (2)$$

$$H_{2\perp}=-\frac{1}{2\sqrt{n\cos\Theta}}\left[\frac{P_{++y}(1-e^{-i(\alpha+\alpha_+)})}{n\cos\Theta+n_+\cos\Theta_+}+\frac{P_{--y}(1-e^{-i(\alpha-\alpha_+)})}{n\cos\Theta-n_+\cos\Theta_+}+\right.$$
$$\left.+\frac{P_{+-y}(1-e^{-i(\alpha+\alpha_-)})}{n\cos\Theta+n_-\cos\Theta_-}+\frac{P_{-+y}(1-e^{-i(\alpha-\alpha_-)})}{n\cos\Theta-n_-\cos\Theta_-}\right], \qquad (3)$$

а в случае параллельной поляризации

$$H_{1\|}=-\frac{1}{2\sqrt{n\cos\Theta}}\left[\frac{\cos\Theta P_{++x}-\sin\Theta P_{++z}}{n\cos\Theta-n_+\cos\Theta_+}(1-e^{i(\alpha-\alpha_+)})+\right.$$
$$+\frac{\cos\Theta P_{--x}-\sin\Theta P_{--z}}{n\cos\Theta+n_+\cos\Theta_+}(1-e^{i(\alpha+\alpha_+)})+$$
$$+\frac{\cos\Theta P_{+-x}-\sin\Theta P_{+-z}}{n\cos\Theta-n_-\cos\Theta_-}(1-e^{i(\alpha-\alpha_-)})+ \qquad (4)$$
$$\left.+\frac{\cos\Theta P_{-+x}-\sin\Theta P_{-+z}}{n\cos\Theta+n_-\cos\Theta_-}(1-e^{i(\alpha+\alpha_-)})\right],$$

$$H_{2\|}=\frac{1}{2\sqrt{n\cos\Theta}}\left[\frac{\cos\Theta P_{++x}+\sin\Theta P_{++z}}{n\cos\Theta+n_+\cos\Theta_+}(1-e^{-i(\alpha+\alpha_+)})+\right.$$
$$+\frac{\cos\Theta P_{--x}+\sin\Theta P_{--z}}{n\cos\Theta-n_+\cos\Theta_+}(1-e^{-i(\alpha-\alpha_+)})+$$
$$+\frac{\cos\Theta P_{+-x}+\sin\Theta P_{+-z}}{n\cos\Theta+n_-\cos\Theta_-}(1-e^{-i(\alpha+\alpha_-)})+ \qquad (5)$$
$$\left.+\frac{\cos\Theta P_{-+x}+\sin\Theta P_{-+z}}{n\cos\Theta-n_-\cos\Theta_-}(1-e^{-i(\alpha-\alpha_-)})\right].$$

В этих формулах $P_{\pm\pm x}$, $P_{\pm\pm y}$, $P_{\pm\pm z}$ — компоненты векторов нелинейной поляризации $\mathbf{P}_{\pm\pm}$ (см. (I, 8)).

Нелинейная поляризация

Найдем теперь компоненты вектора нелинейной поляризации $\mathbf{P}$. В случае кубической симметрии нелинейного слоя, если оси симметрии кристалла направлены по координатным осям, все отличные от нуля шесть компонентов тензора нелинейной восприимчивости χ_{ijk} равны между собой, т. е.

$$\chi_{ijk}=\chi, \tag{6}$$

причем среди индексов i, j, k нет одинаковых [4].

Согласно определению нелинейной поляризации (I, 8) имеем

$$P_x=\chi(E'_yE''_z+E'_zE''_y), \quad P_y=\chi(E'_zE''_x+E'_xE''_z),$$
$$P_z=\chi(E'_xE''_y+E'_yE''_x). \tag{7}$$

Компоненты E_x, E_y, E_z исходного поля можно выразить через параллельную и перпендикулярную составляющие $E_\parallel$ и $E_\perp$ в виде (для частоты ω')

$$\begin{aligned} E'_{\pm x}&=\pm E'_{\pm\parallel}\cos\Theta'\cos\varphi'-E'_{\pm\perp}\sin\varphi',\\ E'_{\pm y}&=\pm E'_{\pm\parallel}\cos\Theta'\sin\varphi'+E'_{\pm\perp}\cos\varphi',\\ E'_{\pm z}&=-E'_{\pm\parallel}\sin\Theta', \end{aligned} \tag{8}$$

причем $E'_\parallel=E'\cos\psi'$, $E'_\perp=E'\sin\psi' e^{i\delta'}$; верхний знак относится к прямой волне, а нижний — к обратной. Аналогично выражаются и компоненты исходного поля частоты ω''.

Для упрощения дальнейших выкладок примем, что

$$\omega''=\omega', \quad \Theta''=\Theta', \quad \psi''=\psi', \quad \delta''=\delta', \quad \varphi''=-\varphi', \tag{9}$$

т. е. обе исходные волны имеют одинаковые частоту, угол падения и поляризацию, но падают с разных сторон плоскости xz.

Найдем теперь амплитуды исходных электромагнитных волн в нелинейной среде, фигурирующие в формулах (8).

Из (III, 3.6), учитывая, что $E'_{-,N+1}=0$, рекуррентным образом получаем

$$\begin{aligned} E'_{+\parallel}&=e^{i\alpha'}\frac{\sqrt{n'_0\cos\Theta'_0}}{\sqrt{n'\cos\Theta'}}\frac{d'_\parallel}{d'_{2\parallel}}E'_0\cos\psi'_0,\\ E'_{-\parallel}&=e^{-i\alpha'}\frac{\sqrt{n'_0\cos\Theta'_0}}{\sqrt{n'\cos\Theta'}}\frac{d'_\parallel}{d'_{2\parallel}}r'_{2\parallel}E'_0\cos\psi'_0,\\ E'_{+\perp}&=e^{i\alpha'}\frac{\sqrt{n'_0\cos\Theta'_0}}{\sqrt{n'\cos\Theta'}}\frac{d'_\perp}{d'_{2\perp}}E'_0\sin\psi'_0e^{i\delta'_0},\\ E'_{-\perp}&=e^{-i\alpha'}\frac{\sqrt{n'_0\cos\Theta'_0}}{\sqrt{n'\cos\Theta'}}\frac{d'_\perp}{d'_{2\perp}}r'_{2\perp}E'_0\sin\psi'_0e^{i\delta'_0}. \end{aligned} \tag{10}$$

Для волны, падающей с другой стороны плоскости xz, выражения амплитуд получаются путем замены E_0' на E_0''. Заметим, что в частном случае амплитуды E_0' и E_0'' могут быть равны.

Найдем теперь выражения нелинейной поляризации. Согласно (7), учитывая формулы (6), (8)—(10), имеем

$$P_{++x}=-2\chi\sin\Theta'\cos\varphi'e^{2i\alpha'}\frac{n'_0\cos\Theta'_0}{n'\cos\Theta'}\frac{d'_\parallel}{d'_{2\parallel}}\frac{d'_\perp}{d'_{2\perp}}\times$$
$$\times E'_0E''_0\sin\psi'_0\cos\psi'_0e^{i\delta'_0},$$

$$P_{--x}=-2\chi\sin\Theta'\cos\varphi'\,e^{-2i\alpha'}\frac{n'_0\cos\Theta'_0}{n'\cos\Theta'}\frac{d'_{\parallel}}{d'_{2\parallel}}\frac{d'_{\perp}}{d'_{2\perp}}\times$$
$$\times r'_{2\parallel}r'_{2\perp}E'_0E''_0\sin\psi'_0\cos\psi'_0\,e^{i\delta'_0},$$

$$P_{+-x}=-\chi\sin\Theta'\cos\varphi'\frac{n'_0\cos\Theta'_0}{n'\cos\Theta'}\frac{d'_{\parallel}}{d'_{2\parallel}}\frac{d'_{\perp}}{d'_{2\perp}}(r'_{2\parallel}+r'_{2\perp})\times \tag{11}$$
$$\times E'_0E''_0\sin\psi'_0\cos\psi'_0\,e^{i\delta'_0}-$$
$$-2\chi\sin\Theta'\sin\varphi'\frac{n'_0\cos\Theta'_0}{n'}\left(\frac{d'_{\parallel}}{d'_{2\parallel}}\right)^2 r'_{2\parallel}E'_0E''_0\cos^2\psi'_0,$$

$$P_{-+x}=-\chi\sin\Theta'\cos\varphi'\frac{n'_0\cos\Theta'_0}{n'\cos\Theta'}\frac{d'_{\parallel}}{d'_{2\parallel}}\frac{d'_{\perp}}{d'_{2\perp}}(r'_{2\parallel}+r'_{2\perp})\times$$
$$\times E'_0E''_0\sin\psi'_0\cos\psi'_0\,e^{i\delta'_0}+$$
$$+2\chi\sin\Theta'\sin\varphi'\frac{n'_0\cos\Theta'_0}{n'}\left(\frac{d'_{\parallel}}{d'_{2\parallel}}\right)^2 r'_{2\parallel}E'_0E''_0\cos^2\psi'_0;$$

$$P_{++y}=-\chi\sin 2\Theta'\cos\varphi'\,e^{2i\alpha'}\frac{n'_0\cos\Theta'_0}{n'\cos\Theta'}\left(\frac{d'_{\parallel}}{d'_{2\parallel}}\right)^2 E'_0E''_0\cos^2\psi'_0,$$

$$P_{--y}=\chi\sin 2\Theta'\cos\varphi'\,e^{-2i\alpha'}\frac{n'_0\cos\Theta'_0}{n'\cos\Theta'}\left(\frac{d'_{\parallel}}{d'_{2\parallel}}\right)^2 r'^2_{2\parallel}E'_0E''_0\cos^2\psi'_0, \tag{12}$$

$$P_{+-y}=-P_{-+y}=\chi\sin\Theta'\sin\varphi'\frac{n'_0\cos\Theta'_0}{n'\cos\Theta'}\frac{d'_{\parallel}}{d'_{2\parallel}}\frac{d'_{\perp}}{d'_{2\perp}}(r'_{2\parallel}-r'_{2\perp})\times$$
$$\times E'_0E''_0\sin\psi'_0\cos\psi'_0\,e^{i\delta'_0}.$$

$$P_{++z}=2\chi e^{2i\alpha'}\frac{n'_0\cos\Theta'_0}{n'}\frac{d'_{\parallel}}{d'_{2\parallel}}\frac{d'_{\perp}}{d'_{2\perp}}E'_0E''_0\sin\psi'_0\cos\psi'_0\,e^{i\delta'_0},$$

$$P_{--z}=-2\chi e^{-2i\alpha'}\frac{n'_0\cos\Theta'_0}{n'}\frac{d'_{\parallel}}{d'_{2\parallel}}\frac{d'_{\perp}}{d'_{2\perp}}r'_{2\parallel}r'_{2\perp}E'_0E''_0\sin\psi'_0\cos\psi'_0\,e^{i\delta'_0}, \tag{13}$$

$$P_{+-z}=P_{-+z}=\chi\frac{n'_0\cos\Theta'_0}{n'}\frac{d'_{\parallel}}{d'_{2\parallel}}\frac{d'_{\perp}}{d'_{2\perp}}(r'_{2\parallel}-r'_{2\perp})\times$$
$$\times E'_0E''_0\sin\psi'_0\cos\psi'_0\,e^{i\delta'_0}.$$

Амплитуды генерируемых волн

Найдем теперь окончательный вид амплитуд генерируемых волн. Необходимые для этого значения эффективных показателей преломления $n_\pm$ и углов падения $\Theta_\pm$ получаются из формул (I, 6) и (I, 7) с учетом условий (9) в виде

$$n_+=n'\sqrt{\cos^2\Theta'+\sin^2\Theta'\cos^2\varphi'},\qquad n_-=n'\sin\Theta'\cos\varphi' \tag{14}$$

и

$$\sin\Theta_+=\frac{\sin\Theta'\cos\varphi'}{\sqrt{\cos^2\Theta'+\sin^2\Theta'\cos^2\varphi'}},$$

$$\cos\Theta_+=\frac{\cos\Theta'}{\sqrt{\cos^2\Theta'+\sin^2\Theta'\cos^2\varphi'}},\tag{15}$$

$$\Theta_-=\frac{\pi}{2}.$$

Из формулы (1), используя значения матричных элементов (2)—(5), а также выражения (11)—(15), для амплитуд генерируемых волн получаем

$$\begin{aligned}\mathscr{E}^{\perp}_{+,N+1}=&\frac{\chi\sin\Theta'\cos\varphi' n'_0\cos\Theta'_0E'_0E''_0\cos^2\psi'_0}{n'\sqrt{n\cos\Theta\, n_{N+1}\cos\Theta_{N+1}}}\frac{d_\perp}{d_{1\perp}}\left(\frac{d'_\parallel}{d'_{2\parallel}}\right)^2\times\\&\times\left\{\frac{e^{i\alpha}-e^{2i\alpha'}}{n\cos\Theta-n'\cos\Theta'}-\frac{r'^2_{2\parallel}(e^{i\alpha}-e^{-2i\alpha'})}{n\cos\Theta+n'\cos\Theta'}+\right.\\&\left.+r_{1\perp}\left[\frac{e^{2i\alpha'}-e^{-i\alpha}}{n\cos\Theta+n'\cos\Theta'}+\frac{r'^2_{2\parallel}(e^{-i\alpha}-e^{-2i\alpha'})}{n\cos\Theta-n'\cos\Theta'}\right]\right\},\end{aligned}\tag{16}$$

$$\begin{aligned}\mathscr{E}^{\perp}_{-,0}=&-\frac{\chi\sin\Theta'\cos\varphi' n'_0\cos\Theta'_0E'_0E''_0\cos^2\psi'_0}{n'\sqrt{n\cos\Theta\, n_0\cos\Theta_0}}\frac{d_\perp}{d_{2\perp}}\left(\frac{d'_\parallel}{d'_{2\parallel}}\right)^2\times\\&\times\left\{\frac{r'^2_{2\parallel}e^{-2i\alpha'}(e^{i\alpha}-e^{2i\alpha'})}{n\cos\Theta-n'\cos\Theta'}-\frac{e^{2i\alpha'}(e^{i\alpha}-e^{-2i\alpha'})}{n\cos\Theta+n'\cos\Theta'}+\right.\\&\left.+r_{2\perp}\left[\frac{e^{2i\alpha'}(e^{-i\alpha}-e^{-2i\alpha'})}{n\cos\Theta-n'\cos\Theta'}+\frac{r'^2_{2\parallel}e^{-2i\alpha'}(e^{2i\alpha'}-e^{-i\alpha})}{n\cos\Theta+n'\cos\Theta'}\right]\right\},\end{aligned}\tag{17}$$

$$\begin{aligned}\mathscr{E}^{\parallel}_{+,N+1}=&-\frac{\chi\sin\Theta\, n'_0\cos\Theta'_0E'_0E''_0\sin\psi'_0\cos\psi'_0e^{i\delta'_0}}{n'^2\cos\Theta'\sqrt{n\cos\Theta\, n_{N+1}\cos\Theta_{N+1}}}\frac{d_\parallel}{d_{1\parallel}}\frac{d'_\parallel}{d'_{2\parallel}}\frac{d'_\perp}{d'_{2\perp}}\times\\&\times\left\{\frac{n'\cos\Theta'+n\cos\Theta}{n\cos\Theta-n'\cos\Theta'}(e^{2i\alpha'}-e^{i\alpha})+\right.\\&+\frac{n'\cos\Theta'-n\cos\Theta}{n\cos\Theta+n'\cos\Theta'}r'_{2\parallel}r'_{2\perp}(e^{i\alpha}-e^{-2i\alpha'})+\\&+\frac{(n'\cos\Theta'+n\cos\Theta)r'_{2\perp}+(n\cos\Theta-n'\cos\Theta')r'_{2\parallel}}{n\cos\Theta}(1-e^{i\alpha})-\\&-r_{1\parallel}\left[\frac{n'\cos\Theta'-n\cos\Theta}{n\cos\Theta+n'\cos\Theta'}(e^{2i\alpha'}-e^{-i\alpha})+\right.\\&+\frac{n'\cos\Theta'+n\cos\Theta}{n\cos\Theta-n'\cos\Theta'}r'_{2\parallel}r'_{2\perp}(e^{-i\alpha}-e^{-2i\alpha'})-\\&\left.\left.-\frac{(n'\cos\Theta'+n\cos\Theta)r'_{2\parallel}+(n\cos\Theta-n'\cos\Theta')r'_{2\perp}}{n\cos\Theta}(1-e^{-i\alpha})\right]\right\},\end{aligned}\tag{18}$$

$$\mathscr{E}^{\parallel}_{-,0}=\frac{\chi\sin\Theta\, n'_0\cos\Theta'_0E'_0E''_0\sin\psi'_0\cos\psi'_0e^{i\delta'_0}}{n'^2\cos\Theta'\sqrt{n\cos\Theta\, n_0\cos\Theta_0}}\frac{d_\parallel}{d_{2\parallel}}\frac{d'_\parallel}{d'_{2\parallel}}\frac{d'_\perp}{d'_{2\perp}}\times$$

$$\times\left\{e^{i\alpha}\left[\frac{n'\cos\Theta'-n\cos\Theta}{n\cos\Theta+n'\cos\Theta'}(e^{2i\alpha'}-e^{-i\alpha})+\right.\right.$$
$$+\frac{n'\cos\Theta'+n\cos\Theta}{n\cos\Theta-n'\cos\Theta'}r'_{2\|}r'_{2\perp}(e^{-i\alpha}-e^{-2i\alpha'})-$$
$$\left.-\frac{(n'\cos\Theta'+n\cos\Theta)r'_{2\|}+(n\cos\Theta-n'\cos\Theta')r'_{2\perp}}{n\cos\Theta}(1-e^{-i\alpha})\right]-$$
$$-r_{2\|}e^{-i\alpha}\left[\frac{n'\cos\Theta'+n\cos\Theta}{n\cos\Theta-n'\cos\Theta'}(e^{2i\alpha'}-e^{i\alpha})+\right. \tag{19}$$
$$+\frac{n'\cos\Theta'-n\cos\Theta}{n\cos\Theta+n'\cos\Theta'}r'_{2\|}r'_{2\perp}(e^{i\alpha}-e^{-2i\alpha'})+$$
$$\left.\left.+\frac{(n'\cos\Theta'+n\cos\Theta)r'_{2\perp}+(n\cos\Theta-n'\cos\Theta')r'_{2\|}}{n\cos\Theta}(1-e^{i\alpha})\right]\right\}.$$

Согласование фазовых скоростей

При $n_+\to n$ или эквивалентном ему переходе $n'\cos\Theta'\to n\cos\Theta$ возникает резонанс, и амплитуды генерируемых волн в этом случае могут быть наибольшими. В области нормальной дисперсии $n_+\leqslant n'<n$, поэтому согласования фазовых скоростей добиться невозможно. В области же аномальной дисперсии может оказаться, что $n\leqslant n_+\leqslant n'$, и тогда выполнимо условие согласования фазовых скоростей однородных, неоднородных и исходных волн

$$n_+=n. \tag{20}$$

В условиях (9), конкретизирующих вид исходных волн, можно было бы принять более жесткое требование, а именно $\varphi'=\varphi''=0$. В этом случае мы, в сущности, рассматривали бы генерацию второй гармоники. Условие же (20) согласно формуле (14) было бы тогда следующим: $n_+=n'=n$. Это соотношение может выполняться только для одной фиксированной частоты. Однако благодаря наличию угла φ в формуле n_+ условие (20) выполнимо в некотором интервале частот, что облегчает выбор генерируемых частот для данной нелинейной пленки.

Переходя в формулах (16)—(19) к пределу $n_+\to n$, получаем

$$\mathscr{E}^{\perp}_{+,N+1}\Big|_{n_+=n}=\frac{\chi i\,\mathrm{tg}\,\Theta n'_0\cos\Theta'_0E'_0E''_0\cos^2\psi'_0}{n'^2\sqrt{n\cos\Theta n_{N+1}\cos\Theta_{N+1}}}\frac{d_\perp}{d_{1\perp}}\left(\frac{d'_\|}{d'_{2\|}}\right)^2\times$$
$$\times\{\alpha(e^{i\alpha}-r_{1\perp}r'^2_{2\|}e^{-i\alpha})+\sin\alpha(r_{1\perp}-r'^2_{2\|})\}, \tag{21}$$

$$\mathscr{E}^{\perp}_{-,0}\Big|_{n_+=n}=\frac{\chi i\,\mathrm{tg}\,\Theta n'_0\cos\Theta'_0E'_0E''_0\cos^2\psi'_0}{n'^2\sqrt{n\cos\Theta n_0\cos\Theta_0}}\frac{d_\perp}{d_{2\perp}}\left(\frac{d'_\|}{d'_{2\|}}\right)^2\times$$
$$\times\{\alpha(r_{2\perp}-r'^2_{2\|})+\sin\alpha(e^{i\alpha}-r_{2\perp}r'^2_{2\|}e^{-i\alpha})\}, \tag{22}$$

$$\mathscr{E}^{\|}_{+,N+1}\Big|_{n_+=n}=\frac{\chi i\,\mathrm{tg}\,\Theta n'_0\cos\Theta'_0E'_0E''_0\sin2\psi'_0e^{i\delta'_0}}{nn'\sqrt{n\cos\Theta n_{N+1}\cos\Theta_{N+1}}}\frac{d_\|}{d_{1\|}}\frac{d'_\|}{d'_{2\|}}\frac{d'_\perp}{d'_{2\perp}}\times$$
$$\times\{\alpha(e^{i\alpha}-r_{1\|}r'_{2\|}r'_{2\perp}e^{-i\alpha})+2\sin\frac{\alpha}{2}(r'_{2\perp}e^{i\alpha/2}-r_{1\|}r'_{2\|}e^{-i\alpha/2})\}, \tag{23}$$

$$\mathcal{E}^{\parallel}_{-,0}\Big|_{n_+=n} = \frac{\chi i \operatorname{tg}\Theta n'_0 \cos\Theta'_0 E'_0 E''_0 \sin 2\psi'_0 e^{i\delta'_0}}{nn'\sqrt{n\cos\Theta n_0\cos\Theta_0}} \frac{d_\parallel}{d_{2\parallel}} \frac{d'_\parallel}{d'_{2\parallel}} \frac{d'_\perp}{d'_{2\perp}} \times$$
$$\times\{\alpha(r_{2\parallel} - r'_{2\parallel} r'_{2\perp}) + 2\sin\frac{\alpha}{2}(r_{2\parallel} r'_{2\perp} e^{-i\alpha/2} - r'_{2\parallel} e^{i\alpha/2})\}. \qquad (24)$$

Как видим, свойства симметрии тензора χ приводят к тому, что волны с перпендикулярной поляризацией генерируются исходными волнами параллельной поляризации, причем угол падения исходных волн должен быть отличным от нуля.

Условия максимума

Примем для простоты, что обе линейные пленки, окружающие нелинейный слой, являются симметричными относительно этого слоя. Вычислим суммарную интенсивность генерируемых волн. Из формул (21)—(24) получаем

$$I_\perp = n_0 \cos\Theta_0 |\mathcal{E}^{\perp}_{-,0}|^2 + n_{N+1} \cos\Theta_{N+1} |\mathcal{E}^{\perp}_{+,N+1}|^2 =$$
$$= \frac{\chi^2 \operatorname{tg}^2\Theta n'^2_0 \cos^2\Theta'_0 |E'_0|^2 |E''_0|^2 \cos^4\psi'_0}{n'^4 n\cos\Theta} \frac{D_\perp}{D_{2\perp}} \left(\frac{D'_\parallel}{D'_{2\parallel}}\right)^2 \times \qquad (25)$$
$$\times\{(\alpha^2 + \sin^2\alpha)[(1+R_{2\perp})(1+R'^2_{2\parallel}) - 4\sqrt{R_{2\perp}} R'_{2\parallel} \cos(\alpha - \xi_{2\perp}) \cos(\alpha - 2\xi'_{2\parallel})] -$$
$$- 4\alpha\sin\alpha[R'_{2\parallel}(1+R_{2\perp})\cos(\alpha - 2\xi'_{2\parallel}) - \sqrt{R_{2\perp}}(1+R'^2_{2\parallel})\cos(\alpha - \xi_{2\perp})]\},$$

$$I_\parallel = n_0\cos\Theta_0 |\mathcal{E}^{\parallel}_{-,0}|^2 + n_{N+1}\cos\Theta_{N+1} |\mathcal{E}^{\parallel}_{+,N+1}|^2 =$$
$$= \frac{\chi^2 \operatorname{tg}^2\Theta n'^2_0 \cos^2\Theta'_0 |E'_0|^2 |E''_0|^2 \sin^2 2\psi'_0}{n^3 n'^2 \cos\Theta} \frac{D_\parallel}{D_{2\parallel}} \frac{D'_\parallel}{D'_{2\parallel}} \frac{D'_\perp}{D'_{2\perp}} \times$$
$$\times\{\alpha^2[(1+R_{2\parallel})(1+R'_{2\parallel} R'_{2\perp}) - 4\sqrt{R_{2\parallel} R'_{2\parallel} R'_{2\perp}} \cos(\alpha - \xi_{2\parallel}) \cos(\alpha - \xi'_{2\parallel} - \xi'_{2\perp})] +$$
$$+ 4\sin^2\frac{\alpha}{2}[(1+R_{2\parallel})(R'_{2\parallel} + R'_{2\perp}) - 4\sqrt{R_{2\parallel} R'_{2\parallel} R'_{2\perp}} \cos(\alpha - \xi_{2\parallel}) \cos(\xi'_{2\parallel} - \xi'_{2\perp})] + \qquad (26)$$
$$+ 4\alpha\sin\frac{\alpha}{2}\Big[\sqrt{R'_{2\perp}}(1+R_{2\parallel})(1+R'_{2\parallel})\cos\left(\frac{\alpha}{2} - \xi'_{2\perp}\right) -$$
$$- 2\sqrt{R_{2\parallel} R'_{2\parallel}}(1+R'_{2\perp})\cos(\alpha - \xi_{2\parallel})\cos\left(\frac{\alpha}{2} - \xi'_{2\parallel}\right)\Big]\Big\}.$$

В формулах (25) и (26) D и D_2 — соответственно энергетические коэффициенты пропускания всей пленки без учета нелинейностей и линейной пленки с индексом 2 (или в силу симметрии с индексом 1); R_2 — энергетический коэффициент отражения линейной пленки с индексом 2; ξ_2 определяется как фаза комплексного амплитудного коэффициента отражения $r_2 = \sqrt{R_2}\, e^{i\xi_2}$.

Для получения возможно большего значения интенсивности генерируемых волн надо, чтобы вклад от всех множителей в формулах интенсивностей был наибольшим. Из формул (25) и (26) видим, что интенсивность генерируемых волн с перпендикулярной поляризацией будет максимальной, если выполняются условия

$$\cos(\alpha-\xi_{2\perp})=-1, \quad \cos(\alpha-2\xi'_{2\|})=1, \tag{27}$$

а для максимума интенсивности генерируемых волн с параллельной поляризацией должны выполняться условия

$$\cos(\alpha-\xi_{2\|})=-1, \quad \cos\left(\frac{\alpha}{2}-\xi'_{2\|}\right)=1, \quad \cos\left(\frac{\alpha}{2}-\xi'_{2\perp}\right)=1. \tag{28}$$

При этом R'_2 и R_2 должны быть близкими к единице (D'_2, D_2 должны быть близкими к нулю). В частности, R_2 близко к единице, если в одном из слоев линейных пленок на обеих частотах выполнены условия полного отражения, а толщины слоев достаточно велики.

Если хотим одновременно получить максимальное значение интенсивности генерируемых волн и для перпендикулярной, и для параллельной поляризаций, то одновременно должны выполняться условия (27) и (28). Однако их одновременная выполнимость далеко не очевидна и требует особого исследования; может оказаться, что это возможно лишь в рамках некоторого компромисса.

Мы рассматривали генерацию электромагнитных волн суммарной частоты нелинейной пленкой в приближении заданного поля, при котором амплитуды генерируемых волн должны быть существенно меньше амплитуд исходных волн. Однако наши формулы (21)—(24) допускают и бо́льшие значения амплитуд. В таком случае приближение заданного поля неприемлемо и формулы амплитуд получают характер тенденции.

Выражаю благодарность проф. П. Карду за помощь, оказанную автору в ходе работы.

ЛИТЕРАТУРА

1. Халлик М., Изв. АН ЭССР, Физ. Матем., **20**, 148 (1971).
2. Кард П., Халлик М., Изв. АН ЭССР, Физ. Матем., **21**, 149 (1972).
3. Кард П. Г., Анализ и синтез многослойных интерференционных пленок, Таллин, 1971.
4. Ахманов С. А., Хохлов Р. В., Проблемы нелинейной оптики, М., 1965.

Тартуский государственный университет

Поступила в редакцию 1/XI 1972

M. HALLIK

MITTELINEAARSE KILE POOLT SUMMAARSE SAGEDUSEGA LAINETE GENEREERIMINE

Vaadeldakse mittelineaarset mitteneelavat kilet, milles ainult üks kiht on mittelineaarne. Kasutades töödes [1, 2] arendatud üldist teooriat, on tuletatud valemid selle kile poolt genereeritud elektromagnetiliste lainete amplituudide arvutamiseks. On tuletatud tingimused genereeritud lainete maksimaalintensiivsuse saamiseks.

M. HALLIK

ERZEUGEN VON WELLEN SUMMARISCHER FREQUENZ DURCH DIE NICHTLINEARE LAMELLE

Es wird eine nichtlineare nichtabsorbierende Lamelle betrachtet, die nur eine nichtlineare Schicht einschließt. Auf Grund der allgemeinen Theorie, in den Werken [1, 2] ausgearbeitet, sind Formeln für die Berechnung der Amplituden von elektromagnetischen Wellen, die durch diese Lamelle erzeugt werden, aufgestellt. Als Ergebnis erhält man die Maximumbedingungen für die Intensität der erzeugten Wellen.