EESTI NSV TEADUSTE AKADEEMIA TOIMETISED. 21. KÖIDE
FÜÜSIKA * MATEMAATIKA. 1972, NR. 2

ИЗВЕСТИЯ АКАДЕМИИ НАУК ЭСТОНСКОЙ ССР. ТОМ 21
ФИЗИКА * МАТЕМАТИКА. 1972, № 2

https://doi.org/10.3176/phys.math.1972.2.13

УДК 512.25/.26 + 519.3 : 330.115

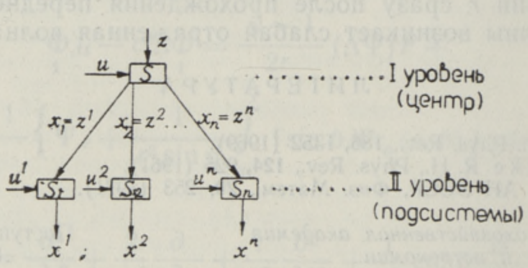
С. УЛЬМ

К МЕТОДАМ ИЕРАРХИЧЕСКОЙ ОПТИМИЗАЦИИ

S. ULM. HIERARHILISE OPTIMISEERIMISE MEETODITEST

S. ULM. ON METHODS OF THE HIERARCHICAL OPTIMIZATION

В данном сообщении обобщаются некоторые результаты статьи [1]. Рассмотрим представленную на рисунке двухуровневую систему.



Здесь

1° u, u^i $(i = 1, \ldots, n)$ — управляемые входы соответственно для центра S и подсистем S_i;

2° z, z^i $(i = 1, \ldots, n)$ — неуправляемые входы;

3° $x = (x_1, \ldots, x_n)$, x^i $(i = 1, \ldots, n)$ — выходы.

Выходы центра являются неуправляемыми входами для подсистем, т. е.

$$x_i = z^i \quad (i = 1, \ldots, n).$$

Соотношения между входами и выходами

а) для центра

$$x = F(u, z),$$

или более подробно

$$x_i = F_i(u, z) \quad (i = 1, \ldots, n);$$

б) для подсистем

$$x^i = F^i(u^i, z^i) \quad (i = 1, \ldots, n).$$

Пусть неуправляемый вход z фиксирован. Допустим, что доходы центра и подсистем выражаются соответственно формулами

а) для центра

$$R_S = R_S(u, z, x) = R_S(u, z, F(u, z)) = \overline{R}(u);$$

б) для подсистем

$$R_{S_i} = R_{S_i}(u^i, z^i, x^i) = R_{S_i}(u^i, x_i, x^i) =$$
$$= R_{S_i}(u^i, F_i(u, z),\ F^i(u^i, F_i(u, z))) = \overline{R}_i(u^i, u) \qquad (i = 1, \ldots, n).$$

Пусть общий доход системы

$$R = R(\overline{R}_1(u^1, u),\ \ldots,\ \overline{R}_n(u^n, u),\ \overline{R}(u)),$$

причем R имеет такую структуру, что

$$\max_{\substack{u \in U \\ u^i \in U^i}} R = \max_{u \in U} R(\max_{u^1 \in U^1} \overline{R}_1(u^1, u),\ \ldots,\ \max_{u^n \in U^n} \overline{R}_n(u^n, u),\ \overline{R}(u)), \tag{1}$$

где U, U^i — допустимые области соответственно для входов u, u^i.

Нашей задачей является максимизация дохода R по u, u^i $(i = 1, \ldots, n)$.

Стандартный подход динамического программирования дает следующую вычислительную схему (ср. [2]):

1) решается n независимых подзадач

$$\max_{u^i \in U^i} \overline{R}_i(u^i, u) = \overline{R}_{0i}(u) \qquad (i = 1, \ldots, n);$$

2) решается задача центра

$$\max_{u \in U} R(\overline{R}_{01}(u), \ldots, \overline{R}_{0n}(u), \overline{R}(u)).$$

В результате этой процедуры получим максимальное значение общего дохода $\max R$ и оптимальные входы u_0, u_0^i $(i = 1, \ldots, n)$.

Однако такой подход может оказаться трудоемким, поскольку подсистемы должны находить максимальные значения функций R^i для каждого $u \in U$. Более простую вычислительную схему можно получить на основании метода покомпонентного подъема. Допустим, что при каждом $u \in U$ выполняется

$$\max_{u^i \in U^i} R = R(\max_{u^1 \in U^1} \overline{R}_1(u^1, u),\ \ldots,\ \max_{u^n \in U^n} \overline{R}_n(u^n, u),\ \overline{R}(u)). \tag{2}$$

По сравнению с (1) требование (2) является более строгим. Условие (2), например, выполнено, если R является монотонно возрастающей функцией от R_i для каждого $u \in U$ и существуют

$$\max_{u^i \in U^i} \overline{R}_i(u^i, u) \quad (i = 1, \ldots, n).$$

Для решения нашей задачи метод покомпонентного подъема порождает следующую вычислительную схему на двух уровнях:

1) выбирается начальное приближение $u^{(0)} \in U$;

2) подсистемами решаются задачи максимизации

$$\max_{u^i \in U^i} \overline{R}_i(u^i, u^{(k)}) \to u^{i(k+1)} \qquad (i = 1, \ldots, n);$$

3) центром решается задача

$$\max_{u \in U} R(\overline{R}_1(u^{1(k+1)}, u), \ldots, \overline{R}_n(u^{n(k+1)}, u),\ \overline{R}(u)) \to u^{(k+1)};$$

4) процесс повторяется начиная с пункта 2) $(k = 0, 1, \ldots)$.

Отметим, что сходимость метода покомпонентного подъема изучена различными авторами.

Рассматриваемую методику можно обобщить в различных направлениях. Приведем два из них.

Стохастический вариант. Допустим, что кроме входов u, u^i, z, z^i, на S, S_i действуют соответственно независимые случайные величины r, r^i $(i = 1, \dots, n)$. Тогда

$$x^i = F^i(u^i, z^i, r^i); \quad x_i = F_i(u, z, r);$$

$$R_S = R_S(u, z, r, x) = R_S(u, z, r, F(u, z, r)) = \overline{R}(u, r);$$

$$R_{S_i} = R_{S_i}(u^i, z^i, r^i, x^i) = R_{S_i}(u^i, F_i(u, z, r), r^i, F^i(u^i, F_i(u, z, r), r^i) = \\ = \overline{R}_i(u^i, z^i, u, r);$$

$$R = R(\overline{R}_1(u^1, r^1, u, r), \dots, \overline{R}_n(u^n, r^n, u, r), \overline{R}(u, r)).$$

В этом случае поставим задачу максимизации ER по $u, u^1, \dots, u^n$, где через ER обозначено математическое ожидание функции R по случайным переменным $r, r^1, \dots, r^n$.

Если допустить, что функция ER имеет такую структуру, что для каждого $u \in U$ выполняется

$$\max_{u^i \in U^i} ER = ER(\max_{u^1 \in U^1} \overline{R}_1(u^1, r^1, u, r), \dots, \max_{u^n \in U^n} \overline{R}_n(u^n, r^n, u, r), \overline{R}(u, r)),$$

то аналогично изложенному выше метод покомпонентного подъема порождает двухуровневую итерационную схему.

Трехуровневые и многоуровневые системы. В случае трехуровневой системы подсистемы второго уровня S_i являются подцентрами для подсистем третьего уровня S_{ij} $(i = 1, \dots, n;\ j = 1, \dots, n_i)$.

Пусть

1° u^{ij} — управляемый вход для S_{ij};

2° z^{ij} — неуправляемый вход для S_{ij};

3° x^{ij} — выход для S_{ij}.

При этом

$$x^i = (x^i_1, \dots, x^i_{n_i}); \ x^i_j = F^i_j(u^i, z^i); \ x^i_j = z^{ij};$$

$$x^{ij} = F^{ij}(u^{ij}, z^{ij}) \qquad (i = 1, \dots, n;\ j = 1, \dots, n_i).$$

Пусть локальные доходы для подсистем S_{ij} выражаются в виде

$$R_{S_{ij}} = R_{S_{ij}}(u^{ij}, z^{ij}, x^{ij}) = \\ = R_{S_j}(u^{ij}, F^i_j(u^i, F_i(u, z)), F^{ij}(u^{ij}, F^i_j(u^i, F_i(u, z)))) = \\ = \overline{R}_{ij}(u^{ij}, u^i, u).$$

Пусть общий доход системы

$$R = R(R_1(\overline{R}_{11}(u^{11}, u^1, u), \dots, \overline{R}_{1n_1}(u^{1n_1}, u^1, u), \overline{R}_1(u^1, u)), \\ \dots \dots \dots \dots \dots \dots \dots \dots \\ R_n(\overline{R}_{n1}(u^{n_1}, u^n, u), \dots, \overline{R}_{nn_n}(u^{nn_n}, u^n, u), \overline{R}_n(u^n, u)), \overline{R}(u)),$$

причем R имеет такую структуру, что

1) при каждом $u \in U$ и $u^i \in U^i$ $(i = 1, \dots, n)$

$$\max_{u^{ij} \in U^{ij}} R = R(R_1(\max_{u^{11} \in U^{11}} \overline{R}_{11}(u^{11}, u^1, u), \dots, \max_{u^{1n_1} \in U^{1n_1}} \overline{R}_{1n_1}(u^{1n_1}, u^1, u),$$

$$\overline{R}_1(u^1, u)), \ldots, R_n(\max_{u^{n1} \in U^{n1}} \overline{R}_{n1}(u^{n1}, u^n, u), \ldots$$

$$\ldots, \max_{u^{nn_n} \in U^{nn_n}} \overline{R}_{nn_n}(u^{nn_n}, u^n, u), \overline{R}_n(u^n, u)), \overline{R}(u));$$

2) при каждом $u \in U$ и $u^{ij} \in U^{ij}$ $(i = 1, \ldots, n;\ j = 1, \ldots, n_i)$

$$\max_{u^i \in U^i} R = R(\max_{u^1 \in U^1} R_1(\overline{R}_{11}(u^{11}, u^1, u), \ldots, \overline{R}_{1n_1}(u^{1n_1}, u^1, u),$$

$$\overline{R}_1(u^1, u)), \ldots, \max_{u^n \in U^n} R_n(\overline{R}_{n1}(u^{n1}, u^n, u), \ldots,$$

$$\overline{R}_{nn_n}(u^{nn_n}, u^n, u), \overline{R}_n(u^n, u)), \overline{R}(u)).$$

Нетрудно видеть, что метод покомпонентного подъема порождает в данном случае трехуровневую итерационную схему (ср. [1]). Нетрудно также обобщить данную методику для многоуровневых систем.

ЛИТЕРАТУРА

1. Ульм С., Изв. АН ЭССР, Физ. Матем., 18, 147 (1969).
2. Findeisen W., IEEE Trans. Syst. Sci. and Cybernet., 4, No. 2, 155 (1968).

Институт кибернетики
Академии наук Эстонской ССР

Поступила в редакцию
10/XI 1971

EESTI NSV TEADUSTE AKADEEMIA TOIMETISED. 21. KÖIDE
FÜÜSIKA * MATEMAATIKA. 1972, NR. 2

ИЗВЕСТИЯ АКАДЕМИИ НАУК ЭСТОНСКОЙ ССР. ТОМ 21
ФИЗИКА * МАТЕМАТИКА. 1972, № 2

УДК 681.327.66

J. PIHLAU

PLATED WIRE ASSOCIATIVE MEMORY ELEMENTS

J. PIHLAU. ASSOTSIATIIVMÄLU ELEMENDID SILINDRILISTEL MAGNETKILEDEL
Я. ПИХЛАУ. ЭЛЕМЕНТЫ АССОЦИАТИВНОЙ ПАМЯТИ НА ЦИЛИНДРИЧЕСКИХ МАГНИТНЫХ ПЛЕНКАХ

Among a large number of magnetic elements proposed in recent years for the realizing associative memory (AM), plated wire elements deserve, in our opinion, most serious attention, due to their low cost, high speed and excellent NDRO properties. Nonvolatility is a further essential advantage of plated wire as compared with its strongest competitors — semiconductor integrated circuits.

Plated wires can be used as AM elements in two basic modes. The first type elements are characterized by operating plated wires as word lines of memory [1], the second type elements — by operating plated