4. Jenkins G. M., Appl. Statistics, 14, 2 (1965).
5. Jenkins G. M., Technometrics, 3, 133 (1961).
6. Lomnicki Z. A., Zaremba S. K., J. Roy. Stat. Soc. B, 19, 13 (1957).
7. Priestley M. B., Technometrics, 4, 551 (1962).
8. Blackman R. B., Tukey J. W., Bell System Techn. J., 37, 185, 485 (1958).

Институт кибернетики
Академии наук Эстонской ССР

Поступила в редакцию
30/X 1970

EESTI NSV TEADUSTE AKADEEMIA TOIMETISED. 20. KÖIDE
FÜÜSIKA * MATEMAATIKA. 1971, NR. 2

ИЗВЕСТИЯ АКАДЕМИИ НАУК ЭСТОНСКОЙ ССР. ТОМ 20
ФИЗИКА * МАТЕМАТИКА. 1971, № 2

https://doi.org/10.3176/phys.math.1971.2.18

УДК 518.9

ИНГРИД МАУЭР

ОБ ИГРЕ ДВУХ ЛИЦ С ПОЛНОЙ ИНФОРМАЦИЕЙ

INGRID MAUER. TÄIELIKU INFORMATSIOONIGA KAHEISIKUMÄNGUST

INGRID MAUER. ON TWO-PERSON GAME WITH PERFECT INFORMATION

Используя обозначения и определения [1], изложим попытку рассмотрения партии некоторых игр двух лиц с полной информацией как разрешение задачи математического программирования (задача (*)) при помощи выбранных известных методов [2–6].

Задача (*): Найти M

$$M=\{x\,|\min_{x\in X_1} f(x)\},\quad \text{где } X_1=\{x\,|\,g_k(x)\leqslant 0\quad (k=1,\ \ldots,\ m)\}.$$

Предположим, что x — точка евклидового пространства E^n и функции $f(x)$, $g_k(x)$ $(k=1,\ \ldots\ ,\ m)$ удовлетворяют условиям, достаточным для $M=\tilde{x}$ и разрешимости задачи (*) отмеченными методами.

Опишем эти игры $(\Gamma_j,\ f_1,\ f_2)$.

Рассмотрим разбиение (X_1, X_2), где X_2 — дополнение к X_1 в E^n, и двух игроков (1) и (2) с функциями предпочтения $f_1(x)=f(x)$ и

$$f_2(x)=\sum_{k=1}^{m} g_k(x)^+,\quad \text{где } g_k(x)^+=\max\,(0, g_k(x)).$$

Игрок $(l)\in N^+$ $(l=1,2)$ стремится получить в течение партий возможно более предпочтительные позиции в смысле отношения $\underset{\leqslant}{l}$, причем значение $f_l(x)$ ограничено снизу числом $\inf\limits_{x\in X_l} f_l(x)$. Так как предположим $\inf\limits_{x\in X_1} f_1(x)$ неизвестным $(\inf\limits_{x\in X_2} f_2(x)=0)$, то, чтобы изложить игры без отклонения от приведенного в [1] определения игры с полной информацией, считаем включенным в правила этих игр требование, по которому среди всех полученных в партиях позиций $\{x_i^{(j)}\}$ соответствующим множествам S_j принадлежат только позиции $x_i^{(j)} \in X_1$ и $\bar{x}^{(j)} \in X_1$, если последние существуют в виде $x_i^{(j)} \underset{i\to\infty}{\to} \bar{x}^{(j)}$. Тогда игрок (l) стремится в течение партий получить возможно более предпочтительные позиции в смысле отношения $\underset{\leqslant}{l}$, причем

$$f_l^+(S_j) = \inf_{x \in S_j} f_l(x).$$

На основе указанных методов [2–6] выделим отображения Γ_j. Предполагая, что $x_i^{(j)}$ ($x_i^{(j)} \neq \tilde{x}$) являются i-ми позициями партий этих игр, выпишем множества $\Gamma_j x_i^{(j)}$:

1. [2] $\Gamma_1 x_i^{(1)} = \{x \mid \min\limits_x [f_1(x) + M_i^{(1)} f_2(x)]\}$;

2. [3] $\Gamma_2 x_i^{(2)} = \{x \mid \min\limits_x [f_1(x) + M_i^{(2)} \sum\limits_{k=1}^m (g_k(x)^+)^2]\}$;

3. [4,5] $\Gamma_3 x_i^{(3)} = \{x_i^{(3)} + \varrho s_i \mid \min\limits_{x_i^{(3)} + \varrho s_i \in X_1} f_1(x_i^{(3)} + \varrho s_i)\}$,

причем позиция $x_0^{(3)} \in X_1$ выбирается произвольно;

4. [6] $\Gamma_4 x_i^{(4)} = \left\{x \mid \min\limits_{x \in X_1^0} \left[f_1(x) - M_i^{(4)} \sum\limits_{k=1}^m \frac{1}{g_k(x)} \right]\right\}$,

где $X_1^0 = \{x \mid g_k(x) < 0 \quad (k = 1, \ldots, m)\}$.

Для краткости изложения здесь в $\Gamma_j (j = 1, \ldots, 4)$ включены и элементы стратегий игроков, выраженные фиксированными числами $M_i^{(j)}$ $(j = 1, 2, 4)$ и фиксированным вектором s_i. Величины $M_i^{(j)}$ и s_i должны удовлетворять всем требованиям, наложенным на них в соответствующих выбранных методах на $(i+1)$-й итерации, принимая в последних результатами i-й итерации те же $x_i^{(j)}$.

Пусть в партиях описанных игр соответствующие игроки выбирают $(i+1)$-е позиции $x_{i+1}^{(j)}$ из $\Gamma_j x_i^{(j)}$ $(j = 1, \ldots, 4)$ произвольно. Но при такой предусмотренной стратегии игроков они не определяют этих множеств, а только одну произвольную позицию из каждого множества. Тем самым способы переходов от $x_i^{(j)}$ к $x_{i+1}^{(j)}$ в рассматриваемых партиях и в соответствующих выбранных методах оказываются одинаковыми. Следовательно, эти партии (предполагая, что они прекращаются только в позиции $\tilde{x}$) можно рассмотреть как разрешение задачи (*) соответствующими методами.

Таким образом составлены игры (Γ_j, f_1, f_2) $(j = 1, \ldots, 4)$, в конце описанных партий которых $x_i^{(j)} \underset{i\to\infty}{\to} \tilde{x}$ $(\tilde{x} \in S_j)$ и, очевидно, цель игрока (l) $(l = 1, 2)$ максимально удовлетворена, т. е.

$$f_l^+(S_j) = \inf_{x \in X_1} f_l(x).$$

Легко заметить, что партии игр (Γ_1, f_1, f_2) и (Γ_2, f_1, f_2) совершаются игроком (2), а игр (Γ_3, f_1, f_2) и (Γ_4, f_1, f_2) — игроком (1). В зависимости от расположения начальной позиции $x_0^{(j)}$ $(j=1,2,4)$ это может быть не так только на первом ходу.

ЛИТЕРАТУРА

1. Берж К., Общая теория игр нескольких лиц, М., 1961.
2. Wolfe P., In: Mathematical Optimization Techniques, California, 1963.
3. Pietrzykowski T., Zakl. Apar. Matem. PAN, Prace A, Warczawa, № 13 (1961).
4. Зойтендейк Г., Методы возможных направлений, М., 1963.
5. Демьянов В. Ф., Кибернетика, № 6 (1965).
6. Fiacco A. V., McCormick G. P., Manag. Sci., № 2 (1964).

Институт кибернетики
Академии наук Эстонской ССР

Поступила в редакцию
27/X 1970

EESTI NSV TEADUSTE AKADEEMIA TOIMETISED. 20 KÕIDE
FÜÜSIKA * MATEMAATIKA. 1971, NR. 2

ИЗВЕСТИЯ АКАДЕМИИ НАУК ЭСТОНСКОЙ ССР. ТОМ 20
ФИЗИКА * МАТЕМАТИКА. 1971, № 2

УДК 518 : 517.392

М. ЛЕВИН

ОБ ОЦЕНКЕ ОСТАТКА НАИЛУЧШИХ КВАДРАТУРНЫХ ФОРМУЛ

M. LEVIN. PARIMATE KVADRATUURVALEMITE VEA HINNANGUST

M. LEVIN. ON ESTIMATING THE ERROR FOR THE BEST QUADRATURE FORMULAE

Наилучшие квадратурные формулы (в смысле [1]) строятся путем минимизации остатка для «наихудших» функций рассматриваемого класса. Интересно рассмотреть, как ведет себя остаток наилучшей в данном классе квадратурной формулы для «хороших» функций из этого класса.

При решении этого вопроса мы будем пользоваться результатами и обозначениями работы [2], а также приемом, который использовался П. Дейвисом для остатка формул интегрирования [3].

Объектом рассмотрения является наилучшая квадратурная формула вида

$$\int_0^1 f(x)\,dx = \sum_{k=1}^{n} \sum_{j=0}^{2r-2} \mu_k^{(j)} f^{(j)}(x_k) + R_n(f) \qquad (1)$$

в классе $W_{01L}^{(2r)}$ $(1 < q \leqslant \infty)$ функций $f(x)$, которые на отрезке $[0, 1]$ имеют абсолютно непрерывную производную порядка $2r-1$ и удовлетворяют условиям