ЛИТЕРАТУРА

1. Segal I. E., Duke Math. J., **18**, 221 (1951).
2. Inönü E., Wigner E. P., Proc. Nat. Acad. Sci (USA), **39**, 510 (1953).
3. Saletan E. J., J. Math. Phys., **2**, 1 (1961).
4. Зайцев Г. А., Проблема инвариантно-группового изучения множеств предельных геометрий и специальные подалгебры Ли, Тезисы докл., Всес. геометр. конфер., Киев, 1961.
5. Лыхмус Я., В сб.: II Летняя школа по проблемам теории элементарных частиц, Отепя, 1967; **IV**, Тарту, 1969, с. 1—132.
6. Gerstenhaber M., Ann. Math. (USA), **79**, 59 (1964).
7. Nijenhuis A., Richardson R. W., J. Math. and Mech., **17**, 89 (1967).
8. Лыхмус Я., Изв. АН ЭССР, Физ. Матем., **17**, 481 (1968).
9. Мальцев А. И., Матем. сб., **36** (78), 569 (1955).
10. Santilli R. M., Suppl. Nuovo Cimento, **6**, 1225 (1968).
11. Kõiv M., Lõhmus J., In: XV Internat. Conf. High Energy Phys., Kiev, Abstracts, **2**, 1970, p. 631.

Институт физики и астрономии
Академии наук Эстонской ССР

Поступила в редакцию
21/X 1970

EESTI NSV TEADUSTE AKADEEMIA TOIMETISED. 20. KÕIDE
FÜÜSIKA * MATEMAATIKA. 1971, NR. 2

ИЗВЕСТИЯ АКАДЕМИИ НАУК ЭСТОНСКОЙ ССР. ТОМ 20
ФИЗИКА * МАТЕМАТИКА. 1971, № 2

https://doi.org/10.3176/phys.math.1971.2.16

УДК 519.27

Э. ЛЕЛУМЕЭС

ЕЩЕ РАЗ О ФИЛЬТРАЦИИ СЛУЧАЙНЫХ ПРОЦЕССОВ ПРИ ПОМОЩИ СКОЛЬЗЯЩИХ ФИЛЬТРОВ

E. LELUMEES. VEEL KORD JUHUSLIKE PROTSESSIDE FILTREERIMISEST LIBISEVATE FILTRITE ABIL

E. LELUMEES. ONCE MORE ON FILTERING RANDOM PROCESSES BY THE USE OF MOVING FILTERS

В предыдущей статье автора [1] использовался метод сопряженных градиентов для определения скользящего фильтра. Отфильтрованный при помощи этого фильтра ряд становится смещенным. В данной заметке выводится фильтр, после применения которого отфильтрованный ряд становится несмещенным. Вводится также еще параболический скользящий фильтр.

Можно показать, что для получения несмещенного отфильтрованного ряда достаточно потребовать, чтобы

$$\int_{-T_0/2}^{T_0/2} h(t)\,dt = 1. \tag{1}$$

Для удовлетворения этого условия надо весовые функции $h_2(t)$ и $h_5(t)$ в статье [1] умножить соответственно на коэффициенты $^1/_2$ и $^4/_3$.

Учитывая условия (1), задачу вывода фильтра по соотношению (5) из статьи [1] можно сформулировать следующим образом: найти весовую функцию $h^*(t)$, которая минимизирует функционал

$$\Psi^*[h(t)]=\int_0^\infty \left[\frac{H_1(\omega)}{H_1(0)}-\frac{1}{H(0)}\int_{-T_0/2}^{T_0/2} h(t)e^{-i\omega t}\,dt\right]^2 d\omega. \tag{2}$$

После преобразований минимизацию функционала (2) можно подвести к минимизации функционала

$$F[h(t)]=[\int_0^{T_0/2} h(t)\,dt]^{-2}\int_0^\infty[\int_0^{T_0/2} h(t)\cos\omega t\,dt]^2 d\omega - \\ -2[\int_0^{T_0/2} h(t)\,dt]^{-1}\int_0^{\omega_0}\int_0^{T_0/2} h(t)\cos\omega t\,dt\,d\omega. \tag{3}$$

Используя метод сопряженных градиентов аналогично статье [1], получаем весовую функцию $h^*(t)$, значения которой при $N=50$ и $M=12$ приведены в табл. 1, где N и M — параметры вычислений для перехода к дискретному случаю.

Таблица 1

Значения h^*_{50} при $N=50$ и $M=12$

t	h^*_{50}	t	h^*_{50}	t	h^*_{50}	t	h^*_{50}
0	0,9349	0,26	0,8051	0,52	0,5195	0,78	0,1686
0,02	0,9218	0,28	0,7874	0,54	0,4927	0,80	0,1416
0,04	0,9189	0,30	0,7693	0,56	0,4659	0,82	0,1145
0,06	0,9171	0,32	0,7504	0,58	0,4396	0,84	0,0892
0,08	0,9113	0,34	0,7312	0,60	0,4130	0,86	0,0656
0,10	0,9026	0,36	0,7098	0,62	0,3856	0,88	0,0413
0,12	0,8941	0,38	0,6880	0,64	0,3574	0,90	0,0152
0,14	0,8857	0,40	0,6661	0,66	0,3301	0,92	—0,0112
0,16	0,8755	0,42	0,6435	0,68	0,3035	0,94	—0,0356
0,18	0,8630	0,44	0,6195	0,70	0,2762	0,96	—0,0579
0,20	0,8495	0,46	0,5947	0,72	0,2481	0,98	—0,0761
0,22	0,8360	0,48	0,5700	0,74	0,2206	1,00	—0,0930
0,24	0,8215	0,50	0,5453	0,76	0,1945		

Таблица 2

	h_2	h_3	h_4	h_5	h^*	h_6
ε	0,3185	0,1193	0,1196	0,2047	0,1132	0,1138

В табл. 2 приведены еще значения относительного среднеквадратичного отклонения ε, которое было определено в [1].

Для иллюстрации применения этого метода на рис. 1 и 2 приведены графики оценок спектральных плотностей одного временного ряда.

На рис. 1 оценка спектральной плотности получена без предыдущей фильтрации, на рис. 2 — с предыдущей фильтрацией временного ряда. Предельная частота ω_0 фильтрации отмечена на шкале частоты.

Если в функционале (3) вместо $h(t)$ поставить выражение параболы

$$h(t)=a_0+a_1t+a_2t^2$$

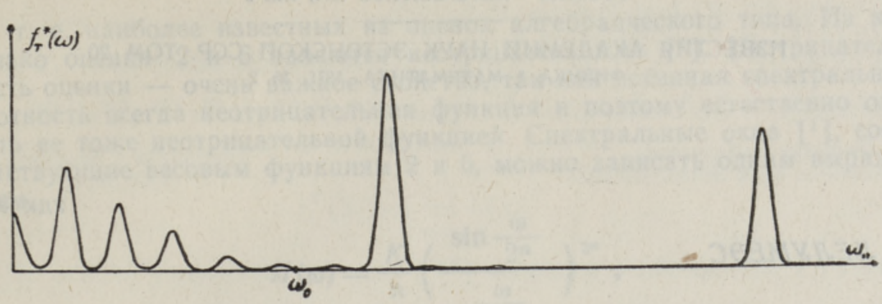

Рис. 1.

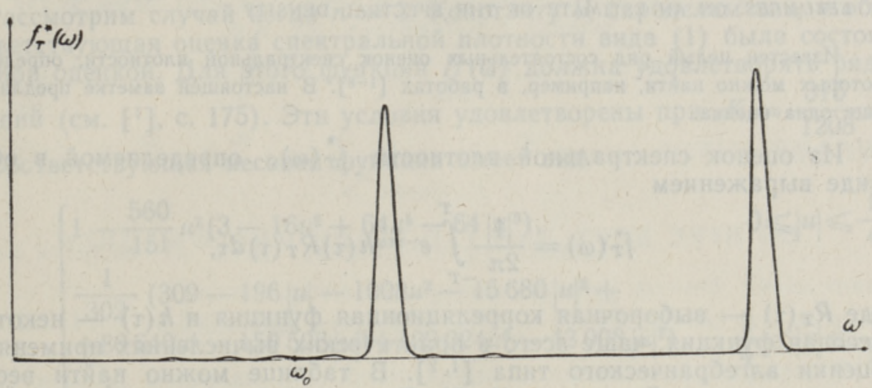

Рис. 2.

и определить неизвестные коэффициенты a_0, a_1 и a_2, минимизируя функционал (3), то получаем фильтр с весовой функцией

$$h_6(t)=\begin{cases}\frac{2}{T_0}\left(0{,}96043-1{,}10422\frac{|t|}{T_0}+2{,}21248\frac{t^2}{T_0^2}\right) & \text{при} \quad |t|\leqslant\frac{T_0}{2},\\ 0 & \text{при} \quad |t|>\frac{T_0}{2},\end{cases} \tag{4}$$

который почти не уступает фильтру, полученному методом сопряженных градиентов (величину ε для $h_6(t)$ см. в табл. 2).

График оценки спектральной плотности ряда, полученного из рассмотренного выше временного ряда фильтрацией при помощи весовой функции $h_6(t)$, практически совпадает с графиком на рис. 2.

ЛИТЕРАТУРА

1. Лелумеэс Э., Изв. АН ЭССР, Физ. Матем., **19**, 166 (1970).

Институт кибернетики
Академии наук Эстонской ССР

Поступила в редакцию
30/X 1970