

МАЙРЕ ОЯВЭЭР

## АНАЛИЗ РАБОТЫ ОДНОФАЗНОГО МАГНИТНОГО УДВОИТЕЛЯ ЧАСТОТЫ С ВНУТРЕННЕЙ ОБРАТНОЙ СВЯЗЬЮ

Настоящая статья является продолжением [1], в которой описывается принцип работы однофазного магнитного удвоителя частоты с внутренней обратной связью (в. о. с.) и исследуется процесс преобразования энергии при активной нагрузке. В данной статье на основе анализа работы схемы, предложенной в [1, 2], представлены два метода вычисления внешней характеристики удвоителя с использованием средних значений соответствующих токов и напряжений. Первый метод — чисто аналитический и более общий, второй — графоаналитический и более конкретный.

Анализ проводился методом приспособывания при идеальной кривой намагничивания сердечников, идеальном вентиле и синусоидальном напряжении питания. Число витков всех обмоток было одинаковым.

Анализируемая схема (рис. 1) выполнена в виде магнитного удвоителя частоты типа Жоли—Эпштейна, в выходную цепь которого дополнительно к активной нагрузке включены вентиль для осуществления внутренней обратной связи и нелинейный дроссель для питания нагрузки в отрицательные полупериоды выходного напряжения.

На рис. 1 применяются следующие обозначения:  $u_1$  — напряжение питания;  $\omega_1$ ,  $\omega_2$  — первичные и вторичные обмотки;  $\omega_0$  — обмотки подмагничивания;  $r_1$ ,  $r_2$ ,  $r_L$  — активные сопротивления первичных и вторичных обмоток и линейного дросселя;  $R$  — активная нагрузка;  $L$  — линейный дроссель;  $B$  — вентиль;  $i_1$ ,  $i_2$ ,  $i_0$  — токи соответственно в первичной и вторичной цепях и в цепи подмагничивания;  $i_R$ ,  $i_L$  — токи в нагрузке и дросселе.

Процесс работы изображен на рис. 2. Как известно, существование  $r_2$  и  $r_L$  обуславливает запираание вентиля [1].  $\Theta_1 = \omega t_1$  обозначает угол запираания вентиля. При графоаналитическом методе вычисления внешней характеристики предполагается, что через  $R$  протекает только переменный ток, т. е.  $S_1 = S_2$  и  $\xi$  обозначает угол прохождения кривой  $i_R$  через ноль.

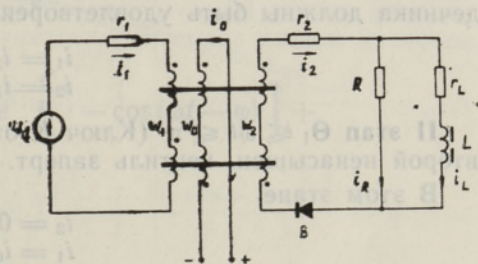


Рис. 1. Схема однофазного магнитного удвоителя частоты с внутренней обратной связью.

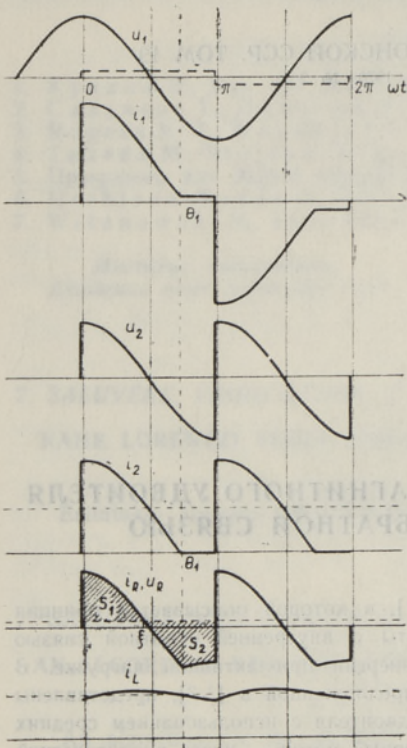


Рис. 2. Кривые напряжений и токов удвоителя частоты.

Так как сердечники работают поочередно, то в каждый момент времени  $M = \infty$  (т. е. один из сердечников все время ненасыщен). Знак «+» действителен для I и II, знак «—» — для III и IV этапов.

**I этап**  $0 \leq \omega t \leq \Theta_1$  (ключ  $K$  закрыт). Первый сердечник насыщен, второй ненасыщен, вентиль проводит. Во время насыщения первого сердечника должны быть удовлетворены следующие равенства:

$$\begin{aligned} i_1 &= i_2 + i_0, \\ i_2 &= i_R + i_L. \end{aligned}$$

**II этап**  $\Theta_1 \leq \omega t \leq \pi$  (Ключ  $K$  открыт). Первый сердечник насыщен, второй ненасыщен, вентиль заперт.

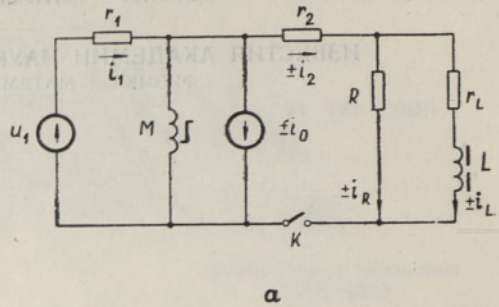
В этом этапе

$$\begin{aligned} i_2 &= 0, \\ i_1 &= i_0, \\ i_R &= -i_L. \end{aligned}$$

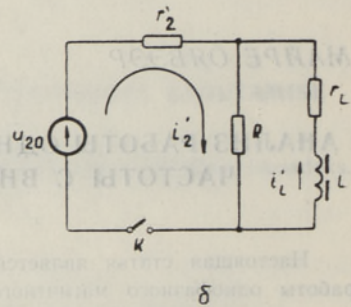
**III этап**  $\pi \leq \omega t \leq \pi + \Theta_1$  (ключ  $K$  закрыт). Второй сердечник насыщен, первый ненасыщен, вентиль проводит. Во время насыщения второго сердечника должны быть удовлетворены следующие равенства:

$$\begin{aligned} i_1 &= -i_2 - i_0, \\ i_2 &= i_R + i_L. \end{aligned}$$

**IV этап**  $\pi + \Theta_1 \leq \omega t \leq 2\pi$  (ключ  $K$  открыт). Второй сердечник насыщен, первый ненасыщен, вентиль заперт.



а



б

Рис. 3. а — схема замещения удвоителя; б — упрощенная схема замещения.

Процесс работы схемы состоит из четырех этапов. Соответствующая схема замещения приведена на рис. 3, а, где  $M$  обозначает индуктивность сердечников.



В этом этапе

$$\begin{aligned} i_2 &= 0, \\ i_1 &= -i_0, \\ i_R &= -i_L. \end{aligned}$$

Так как III и IV этапы принципиально аналогичны I и II, то описываются два этапа работы схемы. Как уже было сказано,  $M = \infty$  в каждый момент времени. Так как в схеме магнитного удвоителя мощность цепи подмагничивания ничтожна по сравнению с мощностью первичной и вторичной цепей в номинальном режиме [1], то практически она не учитывается и считается, что  $i_1 = i_2$ . Исходя из этого ( $M = \infty$ ,  $i_1 = i_2$ ) схема замещения удвоителя упрощается (рис. 3, б). На основе упрощенной схемы замещения для первого этапа (ключ  $K$  закрыт) можно написать следующие уравнения:

$$\begin{cases} u_{20} = r'_2 i'_2 + R(i'_2 + i'_L), \\ 0 = R(i'_2 + i'_L) + L \frac{di'_L}{dt} + r_L i'_L, \end{cases} \quad (1)$$

где по сравнению со схемой рис. 3, а

$$u_{20} = u_1 - i_0 r_1 = u_1,$$

$$i_R = i'_2 + i'_L,$$

$$i_L = -i'_L,$$

$$r'_2 = r_1 + r_2.$$

Решая систему уравнений (1), получим:

$$i'_2(t) = \frac{U_{20m}}{(r'_2 + R) \sqrt{r'^2 + \omega^2 L^2}} \cdot \left[ \sqrt{(R + r_L)^2 + \omega^2 L^2} \cdot \sin(\omega t - \varphi + \alpha) - \frac{R^2}{r'_2 + R} \cos \varphi e^{-\frac{r'_2 t}{L}} \right] - \frac{R i'_L(0)}{r'_2 + R} e^{-\frac{r'_2 t}{L}},$$

$$i'_L(t) = \frac{U_{20m}}{(r'_2 + R) \sqrt{r'^2 + \omega^2 L^2}} \cdot \left[ \cos \varphi e^{-\frac{r'_2 t}{L}} - \cos(\omega t - \varphi) \right] + i_L(0) e^{-\frac{r'_2 t}{L}},$$

где

$$r' = \frac{r'_2 R + r_L R + r'_2 r_L}{r'_2 + R},$$

$$\varphi = \arctg \frac{\omega L}{r'},$$

$$\alpha = \arctg \frac{\omega L}{R + r_L},$$

причем ток нагрузки  $i_R(t) = i'_2(t) + i'_L(t)$ . Когда  $i'_2(t)$  станет равным

нулю, вентиль запирается. Для второго этапа (рис. 3, б; ключ  $K$  открыт) можно написать уравнение:

$$i'_L(R + r_L) + L \frac{di'_L}{dt} = 0, \quad (2)$$

откуда

$$i'_L(t) = i'_L(t_1) e^{-\frac{R+r_L}{L}(t-t_1)}$$

Из формул для  $i'_2(t)$  и  $i'_L(t)$ , учитывая условия

$$\begin{aligned} i'_2(t_1) &= 0, \\ i'_L(0) &= i'_L\left(\frac{\pi}{\omega}\right), \end{aligned}$$

получим для определения  $t_1$  следующее выражение:

$$\begin{aligned} \left[ r - e^{\frac{\alpha\pi - \beta t_1}{\omega}} (R + r_L) \right] \cos(\omega t_1 - \varphi) - \left[ 1 - e^{\frac{\alpha\pi - \beta t_1}{\omega}} \right] \omega L \sin(\omega t_1 - \varphi) + \\ + \frac{R^2}{r_2 + R} \cos \varphi e^{\eta \left( \frac{\pi}{\omega} - t_1 \right)} = 0, \end{aligned} \quad (3)$$

где

$$\begin{aligned} r &= \frac{r_2 R + r_L R + r_2 r_L}{r_2 + R}, \\ \beta &= \frac{R^2}{L(r_2 + R)}, \\ \eta &= \frac{R + r_L}{L}. \end{aligned}$$

Используя зависимость  $\omega t_1 = f(R)$ , можно вычислить внешнюю характеристику схемы  $U_{\text{РСП}} = f(I_{\text{РСП}})$ . Среднее значение выпрямленного тока нагрузки можно выразить следующим образом:

$$\begin{aligned} I_{\text{РСП}} = \frac{U_{20m} \cdot \omega}{\pi} \left\{ \frac{1}{(r'_2 + R)\omega} \left[ -\sqrt{5} \sin(\psi - \varphi + \delta) - \cos(\omega t_1 - \varphi + \psi) \right] + \right. \\ \left. + \frac{L r'_2 \sin(\omega t_1 - \varphi + \psi)}{r' \cdot R (r'_2 + R)} \left[ e^{\frac{r'_2 t_1}{L}} \left( 2e^{-\frac{\pi r'}{\omega L}} - 1 \right) - 1 \right] + \right. \\ \left. + \frac{L \cos \omega t_1}{(R + r_L)R} \left[ e^{\frac{R+r_L}{L} \left( t_1 - \frac{\pi}{\omega} \right)} - 1 \right] \right\}, \end{aligned} \quad (4)$$

где

$$\begin{aligned} \psi &= -\arctg \frac{r_L}{\omega L}, \\ \gamma &= -\arctg \frac{R + r_L}{\omega L}, \\ \delta &= \arctg 0.5. \end{aligned}$$



Напряжение на нагрузке

$$U_{Rcp} = I_{Rcp} \cdot R. \quad (5)$$

Экспериментально исследовался удвоитель частоты со следующими данными: тороидальные сердечники макета из пермаллоя 50 НП, поток их насыщения  $17,8 \cdot 10^{-4}$  вб, диаметр провода  $\varnothing 1,62$  мм, число витков  $\omega_1 = \omega_2 = 400$ ,  $\omega_0 = 300$ ;  $L = 2,5$  гн,  $r_L = 3,63$  ом,  $r_1 = r_2 = 2,06$  ом,  $U_{1cp} = 162$  в,  $f_1 = 50$  гц,  $I_0 = 0,1$  а,  $U_{20cp} = 152$  в,  $R = var$ . Использовался диод типа Д 247.

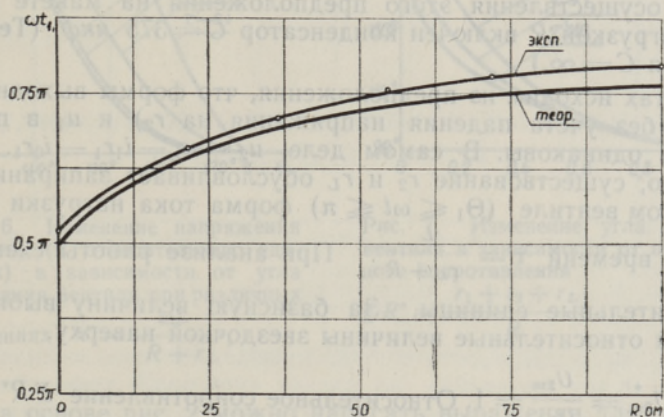


Рис. 4. Изменение угла записания вентилей в зависимости от нагрузки.

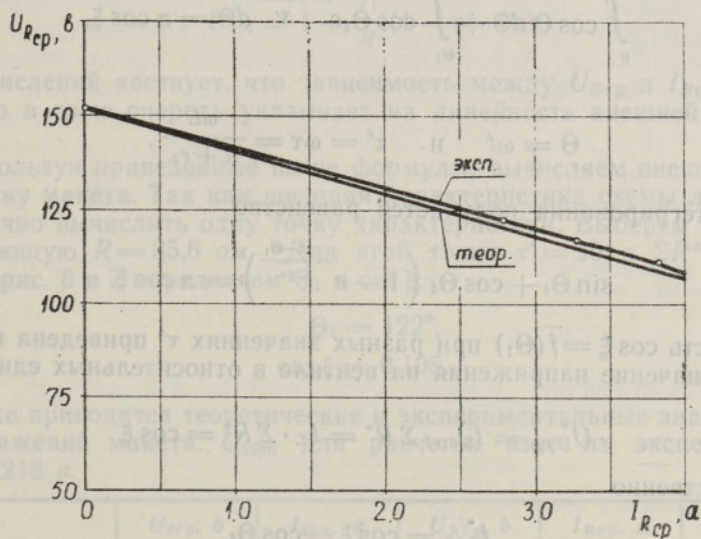


Рис. 5. Расчетная и экспериментальная внешние характеристики удвоителя частоты.

Как показывает эксперимент,  $U_{1cp} \neq U_{20cp}$ . Эта разница, обусловленная формой кривой намагничивания и величиной тока подмагничивания, в данном случае в расчетах не учитывается. В расчетах  $U_{20m}$  принимается равным напряжению холостого хода макета. На рис. 4 приведены теоретическая зависимость  $\omega t_1 = f(R)$  (3) для макета и соответ-

ствующая экспериментальная кривая. На рис. 5 изображены теоретическая (5) и экспериментальная внешние характеристики макета. Из рисунка явствует, что наклон теоретической характеристики с достаточной точностью совпадает с наклоном экспериментальной характеристики.

Внешнюю характеристику магнитного удвоителя частоты с в.о.с. можно вычислять и другим методом, исходя из известных форм кривых токов и напряжений (рис. 2). Предлагаемый метод действителен при предположении, что через  $R$  проходит только переменная составляющая тока. Для осуществления этого предположения на макете последовательно с нагрузкой  $R$  включен конденсатор  $C = 375$  мкф. (Теоретически принимается  $C = \infty$ .)

В расчетах исходим из предположения, что формы выходного напряжения  $u_2$  (без учета падения напряжения на  $r_2$ ) и  $u_1$  в промежутке  $0 \leq \omega t \leq \pi$  одинаковы. В самом деле,  $u_2 = u_1 - i_1 r_1 - i_0 r_1$ . Как было уже сказано, существование  $r_2$  и  $r_L$  обуславливает запираание вентиля. При запортом вентиле ( $\Theta_1 \leq \omega t \leq \pi$ ) форма тока нагрузки зависит от постоянной времени  $\tau = \frac{L}{r_L + R}$ . При анализе работы схемы используем относительные единицы. За базисную величину выбираем  $U_{2m}$ . Обозначаем относительные величины звездочкой наверху.

$$\text{Итак, } U_{2m}^* = \frac{U_{2m}}{U_{2m}} = 1. \text{ Относительное сопротивление } \Sigma R^* = \frac{r_2 + r_L}{R}.$$

Исходя из формы кривой  $u_R$  (рис. 2), можно написать:

$$\int_0^{\Theta_1} \cos \Theta d\Theta + \int_{\Theta_1}^{\pi} \cos \Theta_1 e^{-\frac{\Theta - \Theta_1}{\tau'}} d\Theta = \pi \cos \xi,$$

где

$$\Theta = \omega t \quad \text{и} \quad \tau' = \omega \tau = \frac{\omega L}{R + r_L}.$$

После интегрирования получается равенство

$$\sin \Theta_1 + \cos \Theta_1 \left( 1 - e^{-\frac{\pi - \Theta_1}{\tau'}} \right) = \pi \cos \xi.$$

Зависимость  $\cos \xi = f(\Theta_1)$  при разных значениях  $\tau'$  приведена на рис. 6. Среднее значение напряжения на вентиле в относительных единицах

$$U_{B \text{ ср}}^* = I_{2 \text{ ср}}^* \cdot \Sigma R^* = I_L \cdot \Sigma R^* = \cos \xi$$

и соответственно

$$I_{2 \text{ ср}}^{*1} = \cos \xi - \cos \Theta_1,$$

откуда

$$\Sigma R^* = \frac{\cos \xi}{\cos \xi - \cos \Theta_1}.$$

Зависимость  $\Theta_1 = f(\Sigma R^*)$  приведена на рис. 7 при разных значениях  $\tau'$ . Семейства кривых на рис. 6 и 7 позволяют определить угол запираания вентиля и напряжение на вентиле в зависимости от параметров



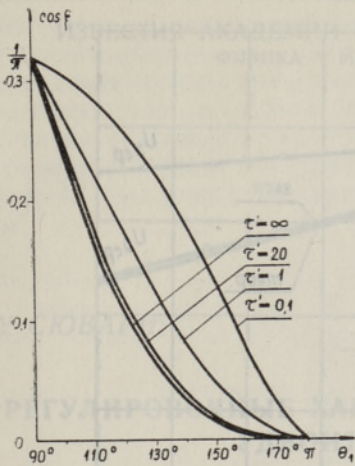


Рис. 6. Изменение напряжения вентиля (в относительных единицах) в зависимости от угла записания вентиля при различных значениях  $\tau = \frac{\omega L}{R + r_L}$ .

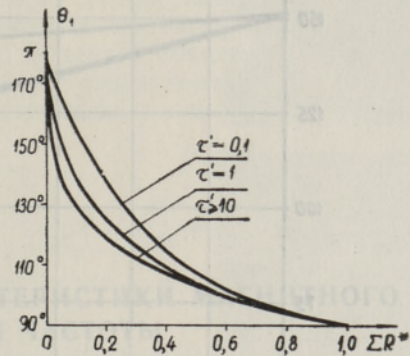


Рис. 7. Изменение угла записания вентиля в зависимости от относительного сопротивления  $\Sigma R^* = \frac{r_1 + r_2 + r_L}{R}$ .

схемы. На основе рис. 2 можно написать выражения для  $U_{Rcp}^*$  и  $U_{1m}^*$ :

$$U_{Rcp}^* = \frac{2}{\pi} (\sin \xi - \xi \cos \xi),$$

$$U_{1m}^* = 1 + \frac{r_1}{R} (1 - \cos \theta_1).$$

Из вычислений явствует, что зависимость между  $U_{вср}$  и  $I_{Rcp}$  — линейная, что в свою очередь указывает на линейность внешней характеристики.

Используя приведенные выше формулы, вычисляем внешнюю характеристику макета. Так как внешняя характеристика схемы линейная, то достаточно вычислить одну точку характеристики. Выберем точку, соответствующую  $R = 35,6 \text{ ом}$ . Для этой точки  $\tau = 20$  и  $\Sigma R^* = 0,16$ . На основе рис. 6 и 7 определяем  $\theta_1$  и  $\cos \xi$ :

$$\theta_1 = 122^\circ,$$

$$\cos \xi = 0,105.$$

Ниже приводятся теоретические и экспериментальные значения токов и напряжений макета.  $U_{20m}$  для расчетов взят из эксперимента —  $U_{20m} = 218 \text{ в}$ .

	$U_{2cp}, b$	$I_{2cp}, a$	$U_{Rcp}, b$	$I_{Rcp}, a$	$U_{вср}, b$
Теоретические	139	3,88	117	3,28	22,9
Экспериментальные	140	3,85	118	3,28	22

На рис. 8 изображены теоретическая и экспериментальная внешние характеристики схемы соответственно приведенным выше данным. Как видно, теоретические и экспериментальные результаты находятся в хо-

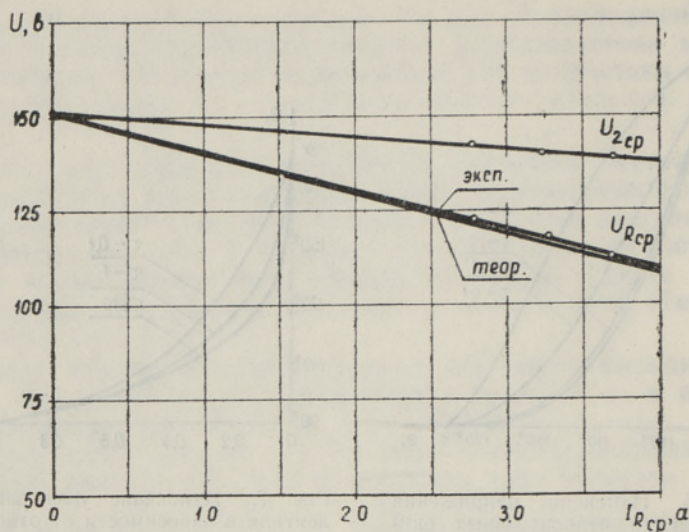


Рис. 8. Расчетная и экспериментальная внешние характеристики удвоителя частоты.

рошем согласии. Если вместо  $\tau = 20$  принять  $\tau = \infty$ , то относительная погрешность будет около 2%, но расчет еще более упростится.

В заключение можно сказать, что оба метода дают достаточную точность при вычислении внешней характеристики однофазного магнитного удвоителя частоты с в. о. с.

Первый метод наиболее трудоемкий, но более точно учитывает все параметры схемы и является более общим, так как может применяться как для схемы рис. 1, так и при включении последовательно с нагрузкой конденсатора  $C \approx \infty$ . Второй метод значительно проще и короче, но применим только для схемы удвоителя с конденсатором  $C \approx \infty$ .

#### ЛИТЕРАТУРА

1. Оявээр М., Изв. АН ЭССР, Физ. Матем., 18, 326 (1969).
2. Сарв В. В. и Оявээр М. Р., Авт. свид. № 233074, 1968; Бюлл. изобр., № 2, 1969.

Институт термофизики и электрофизики  
Академии наук Эстонской ССР

Поступила в редакцию  
21/III 1969

MAIRE OJAVEER

#### ÜHEFAASILISE SISEMISE TAGASISIDEGA MAGNETILISE SAGEDUSKAHEKORDISTI ANALÜÜS

Esitatakse analüütiline ja grafoanalüütiline meetod ühefaasilise sisemise tagasisidega magnetilise sageduskahekordisti väljundkarakteristiku arvutamiseks. Teoreetilised tulemused on heas kooskõlas eksperimendiga.

MAIRE OJAVEER

#### ANALYSIS OF OPERATION OF THE RESISTIVELY LOADED SINGLE-PHASE MAGNETIC FREQUENCY DOUBLER WITH SELF-SATURATION

Two methods (analytical and grapho-analytical) of the calculation of the load characteristic of the resistively loaded single-phase magnetic frequency doubler with self-saturation are presented. The analysis is carried out for the case of ideal magnetization curve, ideal diode and sinusoidal supply voltage. The basic results of the theoretical study and the experimental data coincide with good accuracy.