

Т. КИППЕР

АДИАБАТИЧЕСКИЙ ТЕМПЕРАТУРНЫЙ ГРАДИЕНТ ДЛЯ АТМОСФЕР F-ЗВЕЗД

Механизм переноса энергии в виде радиации устойчив относительно малых возмущений лишь при определенных условиях. Критерий устойчивости лучистого равновесия был установлен К. Шварцшильдом [1]. Он показал, что состояние звездной атмосферы всегда неустойчивое, если абсолютная величина лучистого температурного градиента превышает абсолютную величину соответствующего адиабатического градиента, т. е. если

$$\left| \frac{dT}{dz} \right|_{ad} < \left| \frac{dT}{dz} \right|_{rad}. \quad (1)$$

Таким образом, знание величины адиабатического градиента очень важно для определения физического состояния в звездных атмосферах. Если пренебречь световым давлением, то с помощью уравнения гидростатического равновесия можно получить более удобную формулу

$$\left| \frac{d \ln T}{d \ln P} \right|_{ad} < \left| \frac{d \ln T}{d \ln P} \right|_{rad}, \quad (2)$$

где P — газовое давление.

Для вычисления адиабатического градиента используем метод И. Баэрэнсена [2]. Для получения численных результатов примем следующий состав звездного вещества по числу атомов: $\epsilon_H = 86.13\%$, $\epsilon_{He} = 13.70\%$, $\epsilon_{Met} = 0.17\%$. Это — «стандартный» состав, для которого Г. Бодэ рассчитал таблицы коэффициента непрерывного поглощения [3]. Интервал температур и давлений выбран в соответствии с условиями атмосфер F-звезд. Поэтому не учитывается двукратная ионизация гелия.

Обозначим через N общее число атомов в объеме V . При этом учтем нейтральный водород, гелий, металлы, а также ионы водорода, гелия и металлов:

$$N = N_H + N_H^+ + N_{He} + N_{He}^+ + N_{Met} + N_{Met}^+. \quad (3)$$

Далее введем обозначения

$$x_i = N_i^+ / (N_i + N_i^+), \quad (4)$$

$$x = N_e / N = \sum_i \epsilon_i x_i. \quad (5)$$

Если пренебречь энергиями возбуждения и излучения, то энергия в объеме V выразится в виде

$$E = \frac{3}{2} kT(N + N_e) + \sum_i N_i^+ X_i = N \left[\frac{3}{2} kT(1 + x) + \sum_i \varepsilon_i x_i X_i \right]. \quad (6)$$

Здесь X_i — соответствующие потенциалы ионизации. Для X_{Met} принято общее значение 7 эв. Выбор этого значения существенного влияния на результаты не оказывает.

Дифференцируя (6), получим

$$dE = N \left[\frac{3}{2} kdT(1 + x) + \frac{3}{2} kTdx + \sum_i \varepsilon_i X_i dx_i \right]. \quad (7)$$

Логарифмически дифференцируя уравнение состояния газа

$$PV = (1 + x)NkT, \quad (8)$$

получим

$$\frac{dV}{V} = dx(1 + x) + \frac{dT}{T} - \frac{dP}{P}. \quad (9)$$

Используя (7), (9) и условие адиабатичности

$$dE + PdV = 0, \quad (10)$$

получим

$$\frac{dP}{P} = \frac{5}{2} \frac{dT}{T} + \frac{5}{2} \frac{dx}{(1+x)} + \frac{\sum_i \varepsilon_i X_i dx_i}{(1+x)kT}. \quad (11)$$

Введем обозначение

$$y_i = \frac{5}{2} + X_i/kT. \quad (12)$$

Тогда

$$\frac{dP}{P} = \frac{5}{2} \frac{dT}{T} + \frac{\sum_i y_i \varepsilon_i dx_i}{1+x}. \quad (13)$$

Из формулы Саха для каждого элемента

$$\frac{x}{1+x} \cdot \frac{x_i}{1-x_i} \cdot P = \text{const} \cdot T^{5/2} \exp(-X_i/kT) \quad (14)$$

получим логарифмическим дифференцированием систему

$$\frac{dx_i}{x_i(1-x_i)} + \frac{\sum_i \varepsilon_i dx_i}{x(1+x)} - \frac{dP}{P} = \frac{dT}{T} y_i. \quad (15)$$

Обозначим

$$\nabla = \left(\frac{d \lg T}{d \lg P} \right)_{ad}, \quad (16)$$

$$a_i = dx_i \frac{P}{dP}. \quad (17)$$

Тогда из (15) получим

$$\begin{cases} A_{11} \alpha_1 + A_{21} \alpha_2 + A_{31} \alpha_3 = y_H \nabla - 1 \\ A_{12} \alpha_1 + A_{22} \alpha_2 + A_{32} \alpha_3 = y_{He} \nabla - 1 \\ A_{13} \alpha_1 + A_{23} \alpha_2 + A_{33} \alpha_3 = y_{Met} \nabla - 1, \end{cases} \quad (18)$$

где коэффициенты A_{ij} зависят от степеней ионизации и относительного содержания элементов.

Уравнение (13) можем переписать в виде

$$\frac{5}{2} \nabla + \frac{\sum_i y_i \varepsilon_i \alpha_i}{1+x} = 1. \quad (19)$$

Теперь найдем вспомогательные величины β_i так, чтобы, умножая первое уравнение системы (18) на β_1 , второе на β_2 и третье на β_3 и складывая полученные уравнения, получить коэффициенты у α_1 , α_2 и α_3 , такие же, как и в уравнении (19). При таких условиях величины β_i должны удовлетворять системе уравнений

$$\begin{cases} A_{11} \beta_1 + A_{12} \beta_2 + A_{13} \beta_3 = y_H \varepsilon_H \\ A_{21} \beta_1 + A_{22} \beta_2 + A_{23} \beta_3 = y_{He} \varepsilon_{He} \\ A_{31} \beta_1 + A_{32} \beta_2 + A_{33} \beta_3 = y_{Met} \varepsilon_{Met}. \end{cases} \quad (20)$$

Учитывая (20), из (19) находим

$$\nabla = \frac{1+x + \sum_i \beta_i}{\frac{5}{2}(1+x) + \sum_i \beta_i y_i}. \quad (21)$$

Чтобы избавиться от малых величин (в случае полной ионизации газа) в знаменателях системы (20), умножим первое уравнение системы на $x_H(1-x_H)x$, второе — на $x_{He}(1-x_{He})x$ и третье — на $x_{Met}(1-x_{Met})x$.

В результате получим полную матрицу системы (20) в следующем виде:

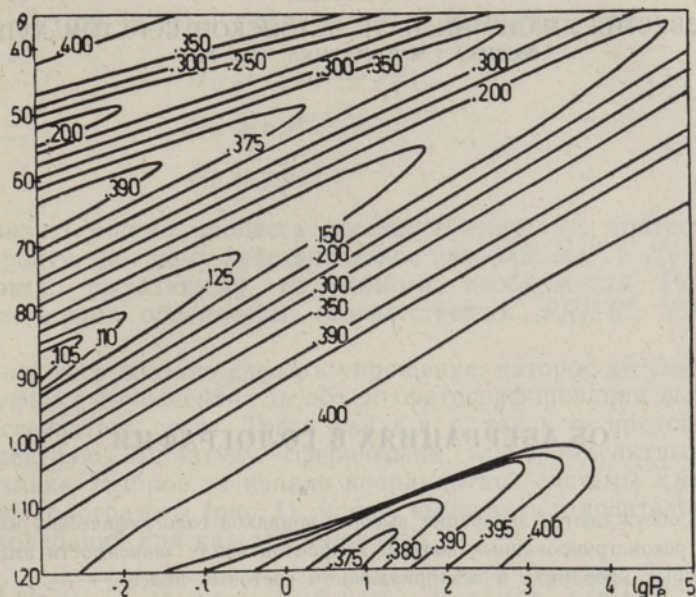
$$\begin{aligned} A_{11} &= x + A_{12} \\ A_{12} &= A_{13} = \varepsilon_H x_H (1 - x_H) / (1 + x) \\ A_{14} &= x_H (1 - x_H) x y_H \varepsilon_H \\ A_{21} &= A_{23} = \varepsilon_{He} x_{He} (1 - x_{He}) / (1 + x) \\ A_{22} &= x + A_{21} \\ A_{24} &= x_{He} (1 - x_{He}) x y_{He} \varepsilon_{He} \\ A_{31} &= A_{32} = \varepsilon_{Met} x_{Met} (1 - x_{Met}) / (1 + x) \\ A_{33} &= x + A_{31} \\ A_{34} &= x_{Met} (1 - x_{Met}) x y_{Met} \varepsilon_{Met}. \end{aligned}$$

Решение этой системы с помощью формулы (21) и даст искомый температурный градиент.

Для выполнения описанной процедуры была составлена программа для ЭЦВМ «Минск-2» на алгоритмическом языке МАЛГОЛ [4].

Для определения отношения P_e/P при вычислениях использовались таблицы Г. Боде [3]. Результаты приведены в таблице и на рисунке. На последнем видны три области, где градиент меньше значения 0.40 (слу-

θ	$\lg P_e$	-3.0	-2.5	-2.0	-1.5	-1.0	-0.5	0	0.5	1.0	1.5	2.0	2.5	3.0	3.5	4.0	4.5	5.0
0.40		0.400	0.399	0.396	0.389	0.368	0.323	0.266	0.236	0.245	0.307	0.349	0.350	0.308	0.246	0.205	0.200	0.230
0.45		0.390	0.371	0.327	0.264	0.221	0.226	0.276	0.335	0.366	0.362	0.320	0.253	0.200	0.182	0.198	0.249	0.316
0.50		0.268	0.213	0.201	0.240	0.307	0.358	0.378	0.371	0.334	0.267	0.203	0.171	0.173	0.209	0.276	0.341	0.377
0.55		0.206	0.270	0.337	0.375	0.386	0.380	0.349	0.287	0.213	0.167	0.156	0.175	0.230	0.305	0.360	0.386	0.395
0.60		0.360	0.385	0.391	0.386	0.363	0.309	0.232	0.171	0.146	0.151	0.188	0.259	0.331	0.374	0.391	0.397	0.399
0.65		0.395	0.390	0.374	0.331	0.256	0.183	0.143	0.135	0.155	0.210	0.290	0.353	0.383	0.394	0.398	0.399	0.400
0.70		0.382	0.350	0.285	0.203	0.147	0.127	0.133	0.168	0.240	0.319	0.368	0.389	0.396	0.399	0.400	0.400	0.400
0.75		0.313	0.231	0.160	0.125	0.119	0.137	0.190	0.272	0.343	0.379	0.393	0.398	0.399	0.400	0.400	0.400	0.400
0.80		0.181	0.130	0.112	0.117	0.150	0.218	0.303	0.361	0.386	0.395	0.398	0.399	0.400	0.400	0.400	0.400	0.400
0.85		0.111	0.105	0.121	0.170	0.252	0.330	0.373	0.391	0.397	0.399	0.400	0.400	0.400	0.400	0.400	0.400	0.400
0.90		0.104	0.132	0.197	0.285	0.351	0.382	0.394	0.398	0.399	0.400	0.400	0.400	0.400	0.400	0.400	0.400	0.400
0.95		0.150	0.230	0.315	0.366	0.388	0.396	0.399	0.399	0.400	0.400	0.400	0.400	0.400	0.400	0.400	0.400	0.400
1.00		0.264	0.339	0.377	0.392	0.397	0.399	0.400	0.400	0.400	0.400	0.400	0.400	0.400	0.400	0.400	0.400	0.400
1.05		0.358	0.385	0.395	0.398	0.399	0.400	0.400	0.400	0.400	0.400	0.400	0.384	0.393	0.397			
1.10		0.390	0.396	0.399	0.400	0.400	0.400	0.400	0.400	0.400	0.376	0.380	0.390	0.396	0.399			
1.15		0.397	0.399	0.400	0.400	0.400	0.400	0.390	0.383	0.374	0.378	0.388	0.395	0.398				
1.20		0.399	0.400	0.400	0.400	0.392	0.391	0.384	0.376	0.379	0.390	0.396	0.399	0.400				



чай одноатомного газа). Эти минимумы соответствуют зонам ионизации металлов, водорода и гелия. Видно, что ионизация металлов существенного влияния на величину адиабатического градиента не оказывает. Неглубокий минимум, соответствующий зоне ионизации металлов, попадает в область температур и давлений, не встречающуюся в реальных атмосферах.

С помощью критерия (2) полученные результаты можно использовать для проверки конвективной устойчивости звездных атмосфер.

ЛИТЕРАТУРА

1. Schwarzschild K., Gött. Nachr., Nr. 1, 41 (1906).
2. Baerentzen J., Z. Astrophys., 62, 221 (1965).
3. Bode G., Die kontinuierliche Absorption von Sternatmosphären in Abhängigkeit von Druck, Temperatur und Elementhäufigkeiten, Kiel, 1965.
4. Котли М., Ханко П., Программы для ЭЦВМ, вып. 4, Таллин, 1966.

Институт физики и астрономии
Академии наук Эстонской ССР

Поступила в редакцию
21/XII 1967

T. KIPPER

ADIABAATILINE TEMPERATUURI GRADIENT F-TÄHTEDE ATMOSFÄÄRIDES

Töös käsitletakse adiabaatilise temperatuuri gradiendi arvutusi: J. Baerentzeni meetodil on teostatud vastavad arvutused gaasi jaoks F-tähete atmosfäärides valitsevatel tingimustel.

T. KIPPER

ADIABATIC TEMPERATURE-GRADIENT FOR THE ATMOSPHERES OF F-STARS

Computations of adiabatic temperature-gradient are carried out, using J. Baerentzen's method. Gradients are computed for the physical conditions corresponding to the atmospheres of F-stars.