EESTI NSV TEADUSTE AKADEEMIA TOIMETISED. XVI KÖIDE
FÜÜSIKA * MATEMAATIKA. 1967, NR. 2

ИЗВЕСТИЯ АКАДЕМИИ НАУК ЭСТОНСКОЙ ССР. ТОМ XVI
ФИЗИКА * МАТЕМАТИКА. 1967, № 2

https://doi.org/10.3176/phys.math.1967.2.02

Э. ТАММЕТ

О ВЛИЯНИИ МАГНИТНОГО ПОЛЯ НА ПОЛЯРИЗАЦИЮ μ-МЕЗОНА

Рассмотрим влияние внешнего магнитного поля на поляризацию μ-мезона при учете взаимодействия спинов атомного ядра и μ-мезона.

Исследуемая система состоит из ядра со спином $I \neq 0$ и μ-мезона в основном состоянии (на K-орбите). Предполагаем, что направления вектора начальной поляризации $\vec{\mathbf{P}}$ и вектора напряженности магнитного поля $\vec{H}$ совпадают. Принимая это направление за направление оси z, имеем $\mathbf{P}_z = \mathbf{P}$ и $H_z = H$. Тогда оператор взаимодействия $\mathbf{H}_{\text{вз}}$ имеет вид

$$\mathbf{H}_{\text{вз}} = A\vec{\mathbf{s}}\vec{\mathbf{I}} + B\mathbf{s}_z H. \tag{1}$$

Здесь A — постоянная связи сверхтонкого взаимодействия; $\vec{\mathbf{s}}$ и $\vec{\mathbf{I}}$ — операторы спина μ-мезона и ядра и $B = e/Mc$, где M — масса μ-мезона.

Ограничиваясь случаем неполяризованных ядер, матрица плотности начального состояния может быть представлена в виде

$$\varrho_{kk'} = \frac{1}{2(2I+1)} (1 + \vec{\mathbf{P}}\vec{\mathbf{s}})_{\mu\mu'}\, \delta_{mm'}. \tag{2}$$

Здесь k, k' обозначают комплексы собственных значений спинов μ-мезона и ядра (μ, m).

Матрицу плотности в момент времени t, $\varrho_{\gamma\beta}(t)$ выразим через матрицу $\varrho_{kk'}$ и собственные функции оператора взаимодействия $\mathbf{H}_{\text{вз}}$, b_k^{λ}:

$$\varrho_{\gamma\beta}(t) = \sum_{\substack{k\lambda l\\ k'\lambda' l'}} \varrho_{kk'} B_{\lambda}^{k} b_l^{\lambda} B^{*k'}_{\lambda'} b^{*\lambda'}_{l'} (\varphi^*_{\underset{\gamma}{l'}}, \varphi_{\underset{\beta}{l}}) \exp\left[-\frac{i}{\hbar}(\lambda - \lambda')t\right]. \tag{3}$$

Здесь λ, λ' обозначают собственные значения оператора $\mathbf{H}_{\text{вз}}$; l, l' — комплексы (μ, m), (μ', m'); $\varphi_{\underset{\beta}{l}}$ — функции преобразования, связывающие спиновое представление с координатным. Величины B_{λ}^{k} связаны с функциями b_l^{λ} следующими соотношениями:

$$\left.\begin{aligned} \sum_{\lambda} B_{\lambda}^{k} b_l^{\lambda} &= \delta_{kl} \\ \sum_{\lambda} B_{\lambda}^{k} b_{l'}^{\lambda} &= \delta_{kl'}. \end{aligned}\right\} \tag{4}$$

Усреднение $\varrho_{\gamma\beta}(t)$ по времени приводит к результату

$$\bar{\varrho}_{\gamma\beta} = \sum_{k\lambda k'} \varrho_{kk'} B^k_\lambda B^{*k'}_\lambda b^\lambda_\gamma b^{*\lambda}_\beta. \tag{5}$$

Вычислим функцию b^λ_l, т. е. найдем собственные значения и собственные функции оператора $\mathbf{H}_{\text{вз}}$.

Собственные функции в «координатном» представлении ψ^λ ищем в виде разложения

$$\psi^\lambda = b^\lambda_k \varphi_k \equiv \sum_{\mu m} b^\lambda_{\mu m} \psi_m \chi_\mu, \tag{6}$$

где ψ_m — волновая функция спина ядра, а χ_μ — волновая функция спина μ-мезона с квантовым числом $\mu = \pm 1/2$. Для заданного значения $m_F = \mu + m$ собственные значения λ выражаются формулой Брейта—Раби [1]:

$$\lambda_\pm = -A/4 \pm A/2 [(2I+1)^2/4 + 2BHm_F/A + B^2H^2/A^2]^{1/2}; \tag{7}$$

m_F может принимать значения:

$$m_F = I + \frac{1}{2},\ I - \frac{1}{2}, \ldots, -I - \frac{1}{2}. \tag{8}$$

При экстремальных значениях m_F коэффициенты $b^\lambda_{\mu m}$ равны единице, если функции ψ^λ нормированы. При остальных же значениях m_F и при $\lambda = \lambda_+$ получим

$$\begin{gathered} b^{\lambda+}_{\frac{1}{2}, m_F - \frac{1}{2}} = \frac{[(2I+1)^2/4 - m_F^2]^{1/2}}{\{2B^2H^2/A^2 + 4BHm_F/A + (2I+1)^2/2 - (BH/A + m_F)} \times \\ \times \frac{}{[(2I+1)^2 + 8BHm_F/A + 4B^2H^2/A^2]^{1/2}\}^{1/2}} \\ b^{\lambda+}_{-\frac{1}{2}, m_F + \frac{1}{2}} = \frac{-BH/A - m_F + [(2I+1)^2/4 + 2BHm_F/A + B^2H^2/A^2]^{1/2}}{\{2B^2H^2/A^2 + 4BHm_F/A + (2I+1)^2/2 - (BH/A + m_F)} \times \\ \times \frac{}{[(2I+1)^2 + 8BHm_F/A - 4B^2H^2/A^2]^{1/2}\}^{1/2}}. \end{gathered} \tag{9}$$

Коэффициенты $b^\lambda_{\mu m}$ при $\lambda = \lambda_-$ связаны с коэффициентами $b^{\lambda+}$ следующим образом:

$$\left. \begin{aligned} b^{\lambda+}_{\frac{1}{2}, m_F - \frac{1}{2}} &= b^{\lambda-}_{-\frac{1}{2}, m_F + \frac{1}{2}} \equiv b_{\frac{1}{2}, m_F - \frac{1}{2}} \\ b^{\lambda+}_{-\frac{1}{2}, m_F + \frac{1}{2}} &= b^{\lambda-}_{\frac{1}{2}, m_F - \frac{1}{2}} \equiv b_{-\frac{1}{2}, m_F + \frac{1}{2}}. \end{aligned} \right\} \tag{10}$$

Коэффициенты B^k_λ получим с помощью соотношений (4).

Вычислим теперь поляризацию μ-мезона $\langle \mathbf{s}_z \rangle$

$$\langle \mathbf{s}_z \rangle = \mathrm{Sp}(\bar{\varrho} \mathbf{s}_z). \tag{11}$$

Для этого выполним суммирование в выражении матрицы плотности (5) и найдем след матрицы в выражении (11). Суммирование по λ означает суммирование по m_F в пределах (8). Индекс l обозначает комплекс собственных значений (μ, m) и имеет при каждом m_F два значения. В результате получим поляризацию μ-мезона в конечном состоянии:

$$\langle s_z\rangle = \frac{P_z}{2I+1}\left\{1+\sum_{m_F=I-\frac{1}{2}}^{-I+\frac{1}{2}}\left[\left(b_{\frac{1}{2},\,m_F-\frac{1}{2}}\right)^2-\left(b_{-\frac{1}{2},\,m_F+\frac{1}{2}}\right)^2\right]^2\right\}. \quad (12)$$

Применив формулу (9), выражение для поляризации μ-мезона (12) сводится к

$$\langle s_z\rangle = \frac{P_z}{2I+1}\left[1+\sum_{m_F=I-\frac{1}{2}}^{-I+\frac{1}{2}}\frac{(BH+Am_F)^2}{A^2(2I+1)^2/4+2ABHm_F+B^2H^2}\right]. \quad (13)$$

В частном случае $H=0$ получаем из формулы (13) известное выражение для поляризации μ-мезона [2], если на поляризацию μ-мезона влияет сверхтонкая структура.

Из формулы (13) следует, что для практически полного магнитного гашения деполяризации μ-мезона, обусловленной сверхтонким взаимодействием, то есть для получения начальной поляризации P_z, необходимо магнитное поле напряженностью порядка 10^{10}—10^{12} *гаусс*. Создание такого поля в настоящее время невозможно.

Используя аналогичный метод решения, рассмотрим влияние внешнего магнитного поля на поляризацию μ-мезона при учете сверхтонкого взаимодействия между μ-мезоном и электронной оболочкой.

В таком случае оператор взаимодействия (1) должен иметь дополнительный член. Если момент электронной оболочки создан нечетным электроном в S-состоянии, то оператор взаимодействия имеет вид

$$\mathbf{H}'_{вз} = A\vec{\mathbf{s}}\vec{\mathbf{J}} + B\mathbf{s}_z H + D\mathbf{J}_z H, \quad (14)$$

где $\vec{\mathbf{J}}$ — оператор спина электронной оболочки.

В этом случае получаем для поляризации μ-мезона формулу, аналогичную формуле (13), где только I заменяется соответственно на J и B на B—D.

$$\langle s_z\rangle = \frac{P_z}{2J+1}\left\{1+\sum_{m_F=J-1/2}^{-J+1/2}\frac{[Am_F+H(B-D)]^2}{A^2(2J+1)^2/4+2AHm_F(B-D)+H^2(B-D)^2}\right\}. \quad (15)$$

Из этой формулы следует, что для практически полного магнитного гашения деполяризации μ-мезона, обусловленной сверхтонким взаимодействием между μ-мезоном и эффективным моментом электронной оболочки, необходимо магнитное поле напряженностью порядка 10^4 *гаусс*, что вполне достижимо.

В заключение автор выражает благодарность М. Кыйву, предложившему настоящую тему, и Р. Лиасу за помощь и интерес к работе.

Институт кибернетики
Академии наук Эстонской ССР

Поступила в редакцию
14/XII 1966

ЛИТЕРАТУРА

1. Breit G., Rabi F., Phys. Rev., 38, 2002 (1931).
2. Überall H., Phys. Rev., 114, 1640 (1959).

E. TAMMET

MAGNETVÄLJA MÕJUST μ-MESONI POLARISATSIOONILE

Artiklis käsitletakse välise magnetvälja mõju μ-mesoni polarisatsioonile juhul, kui tuuma magnetmomendi ja μ-mesoni momendi vahel on ülipeenstruktuuri põhjustav interaktsioon.

Kasutades analoogilist lahendusmeetodit, leitakse ka magnetvälja mõju μ-mesoni polarisatsioonile μ-mesoni ja mesoaatomi elektronkihi vahelise ülipeenstruktuuri põhjustava interaktsiooni korral.

E. TAMMET

ABOUT THE EFFECT OF THE MAGNETIC FIELD ON MUON POLARIZATION

The effect of the external magnetic field on muon polarization, taking into consideration the interaction of the magnetic moments of muon and nucleus responsible for the hyperfine structure of mesic atoms, has been studied.

Using analogical solution, the effect of the external magnetic field on the polarization of muon, taking into consideration the interaction of the magnetic moment of muon with the magnetic field of the electron shell, has been found.