# Изв. АН Эстонии. Физ. Матем., 1991, 40, № 1, 49—57 https://doi.org/10.3176/phys.math.1991.1.08

#### УДК 532.529

## Александр КАРТУШИНСКИЙ \*, Анатолий МУЛЬГИ \*

# МОДЕЛЬНОЕ ПРЕДСТАВЛЕНИЕ ПОВЕДЕНИЯ ТЯЖЕЛОЙ ПРИМЕСИ В КАНАЛЕ С УЧЕТОМ ОТСКОКОВ ЧАСТИЦ ОТ СТЕНОК

## (Представил Ю. Энгельбрехт)

Существующие математические модели турбулентных течений газовзвеси в каналах разработаны для мелкодисперсных потоков с малоинерционными частицами [1, 2], в которых рассматривается односкоростное и однотемпературное приближения, а взаимодействие фаз учитывается лишь в пульсационном движении. С ростом инерционности частиц растет скоростное и температурное скольжение фаз, увеличивается взаимодействие со стенками канала, а это приводит к миграционным явлениям. Последние достаточно качественно описываются в лагранжевом представлении на основе анализа поведения одиночной частицы [3, 4, 5]. Эйлерово описание инерционной газовзвеси в канале затруднено из-за определения процедуры осреднения по ансамблю частиц с целью получения средних радиальных и угловых составляющих скоростей дисперсной фазы, а также определения взаимодействия дисперсной фазы со стенкой. В [6] приводится математическая модель, в которой учитывается инерционность частиц, их миграционное движение, взаимодействие со стенкой; представлены уравнения переноса корреляционных моментов дисперсной фазы. Однако неясно «происхождение» корреляций — турбулентное или столкновительное, неясна постановка граничных условий для скоростных и концентрационных параметров дисперсной фазы на оси осесимметричного течения в случае интенсивных радиальных потоков частиц.

Модель базируется на гипотезе о скачкообразном движении твердых инерционных частиц в канале [<sup>3, 4, 7</sup>]. Такое скачкообразное движение подтверждается экспериментальными данными [<sup>8</sup>]. В ходе эксперимента обнаружено существенное скольжение фаз (разность скоростей газа и частиц) в осевом направлении, которое может достигать 50% на установившемся участке и которое является следствием интенсивного поперечного движения частиц в канале. Скачкообразное

движение частиц происходит под действием сил Магнуса Fm и сопро-

тивления  $F_d$ . Схематично картина течения выглядит следующим образом. В результате удара частицы о стенку она теряет свой осевой и радиальный импульсы и приобретает вращательный, т. е. происходит перекачка части энергии поступательного движения во вращательное. Механизм столкновения частицы со стенкой и формулы пересчета осевой, радиальной и угловой скоростей до и после удара частицы о стенку представлены в [<sup>9</sup>]. При обтекании вращающейся частицы на нее действует сила Магнуса, направление которой определяется векторным произведением вращательного скольжения фаз (разность угловой скорости частицы и ротора несущего потока) и поступательного

<sup>\*</sup> Eesti Teaduste Akadeemia Termofüüsika ja Elektrofüüsika Instituut (Институт термофизики и электрофизики Академии наук Эстонии). 200001 Tallinn, Paldiski mnt. 1. Estonia.

скольжения фаз (разность линейных скоростей фаз). В зависимости от величины вращательного скольжения фаз и величины поступательного скольжения в осевом направлении проекция силы Магнуса в радиальном направлении  $F_{my}$  может достигать существенных значений, не отличаясь от осевой проекции силы сопротивления  $F_{dx}$ . Это приводит к интенсивному радиальному смещению частиц, которые при определенных условиях могут достигнуть противоположной стенки канала. Периодичность такого скачкообразного движения частиц в канале приводит к возможности построения модели о движении инерционной примеси в канале.

Турбулентный пограничный слой в канале рассматривается в приближении 3-слойной схемы: турбулентное ядро, промежуточный слой и вязкий подслой. Промежуточный слой и вязкий подслой тонки по сравнению с турбулентным ядром и для развитого турбулентного течения составляют не более 3-5% от ядра потока, причем вязкий подслой и того меньше — 0,5—1%. Однако градиент скорости несущей фазы в пристенной области очень велик, особенно в вязком подслое, поэтому при учете вращения очень мелких (до 10 мкм) частиц необходимо учитывать неравномерность потока в этой области течения. Предлагаемая модель ориентируется на крупные инерционные частицы, размеры которых сопоставимы с размерами промежуточного слоя и много больше размеров вязкого подслоя. Как видно, размер частицы, а точнее, ее приведенный размер (отношение размера частицы к размеру слоя, в котором она находится) может выполнять критериальную роль. При численном исследовании, когда поле скоростей рассчитывается на сетке, необходимо, чтобы шаг сетки был больше размера частицы; частица(ы) в рамках пространственно-временного осреднения [<sup>10</sup>] как бы «размазывае(ю)тся» по пространству (по сетке). Данное условие для крупных частиц нарушается в пристенной области канала, в которой сетка много плотнее (на 2 порядка) сетки в турбулентном ядре и сама одиночная частица занимает как бы всю пристенную область. Поэтому в зависимости от соотношения размеров частицы и шагов сетки для различных слоев будем предполагать наличие или отсутствие дисперсной фазы в пристенной области канала. Так, если это соотношение больше единицы, то в промежуточном слое, а тем более в вязком подслое частиц нет, и все параметры в пристенной области рассчитываются для чистого незапыленного потока, дисперсная фаза находится лишь в турбулентном ядре. Критериальная роль размера частиц проявляется и в установлении скачкообразного движения в канале. Так, по данным [<sup>4</sup>], скачкообразное движение частиц в канале наступает при  $d/D = 2 \cdot 10^{-3}$ , т. е. чем крупнее частицы и тяжелее, тем они инерционнее и тем с большей вероятностью могут достигать противоположной стенки, т. е. совершать скачкообразное движение.

Модель описывается следующими уравнениями, представленными в системах координат (A, B):

Система А

$$\frac{\partial u}{\partial x} + \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} rv = 0, \tag{1}$$

$$u\frac{\partial u}{\partial x} + v\frac{\partial u}{\partial r} = \frac{1}{r}\frac{\partial}{\partial r}r(v'_t + v)\frac{\partial u}{\partial r} - \frac{dP}{\varrho \, dx} - \frac{3}{8}\frac{\varrho}{\varrho_p}\alpha(F_{Dx} + F_{Mx}), \quad (2)$$

$$u\frac{\partial k}{\partial x} + v\frac{\partial k}{\partial r} = \frac{1}{r}\frac{\partial}{\partial r}r\left(\frac{v_t}{\sigma_k} + v\right)\frac{\partial k}{\partial r} + v_t\left(\frac{\partial u}{\partial r}\right)^2 - \varepsilon - 2v\left(\frac{\partial\sqrt{k}}{\partial r}\right)^2, \quad (3)$$

$$u \frac{\partial \varepsilon}{\partial x} + v \frac{\partial \varepsilon}{\partial r} = \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} r \left( \frac{v_t}{\sigma_{\varepsilon}} + v \right) \frac{\partial \varepsilon}{\partial r} + C_{\varepsilon 1} \frac{\varepsilon}{k} v_t \left( \frac{\partial u}{\partial r} \right)^2 - C_{\varepsilon 2 t} \frac{\varepsilon^2}{k} + 2v v_t \left( \frac{\partial^2 u}{\partial r} \right)^2, \tag{4}$$

$$v_t = C_{\mu t} \frac{k^2}{\varepsilon}, \qquad (5)$$

$$u_s \frac{\partial \alpha}{\partial x} + v_s \frac{\partial \alpha}{\partial r} = \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} r D_s \frac{\partial \alpha}{\partial r} - \alpha \left( \frac{\partial u_s}{\partial x} + \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} r v_s \right), \tag{6}$$

где

$$\mathbf{v}_t' = \left(\frac{1+n\alpha}{1+\alpha}\right) \mathbf{v}_t, \qquad (7) \qquad D_s = \left(\frac{1+n\alpha}{1+\alpha}\right) \mathbf{v}_t. \qquad (8)$$

Граничные условия:

$$=0, \quad \frac{\partial u}{\partial r} = \frac{\partial k}{\partial r} = \frac{\partial \varepsilon}{\partial r} = v = \frac{\partial a}{\partial r} = 0, \quad (9)$$

$$r = 1, \quad u = k = e = v = 0,$$
 (10)

$$r = r_{\delta}, \quad \left( D_s \cdot \frac{\partial a}{\partial r} \right) \Big|_{\delta} = a v_s \Big|_{\delta}.$$
 (11)

# Система В

$$u_p \frac{\partial u_p}{\partial x} + \left[ v_p - \frac{(D_s + v_{st})}{\alpha} \frac{\partial \alpha}{\partial y} \right] \frac{\partial u_p}{\partial y} = \frac{\partial}{\partial y} v_{st} \frac{\partial u_p}{\partial y} + \frac{3}{8} \frac{\varrho}{\varrho_p} \left( F_{Dx} + F_{Mx} \right),$$
(12)

$$u_{p} \frac{\partial v_{p}}{\partial x} + \left[ v_{p} - \frac{(D_{s} + v_{st})}{\alpha} \frac{\partial \alpha}{\partial y} \right] \frac{\partial v_{p}}{\partial y} = \frac{\partial}{\partial y} v_{st} \frac{\partial v_{p}}{\partial y} + \frac{3}{8} \frac{\varrho}{\varrho_{p}} \left( F_{Dy} + F_{My} \right),$$
(13)

$$u_p \frac{\partial \omega_p}{\partial x} + \left[ v_p - \frac{(D_s + v_{st})}{\alpha} \frac{\partial \alpha}{\partial y} \right] \frac{\partial \omega_p}{\partial y} = \frac{\partial}{\partial y} v_{st} \frac{\partial \omega_p}{\partial y} + f_{\omega} \lambda_{\varepsilon}, \tag{14}$$

rge 
$$v_{st} = \left(\frac{1-n}{1+\alpha}\right) v_t$$
, (15) ,  $\vec{\lambda} = \vec{\omega}_p - \frac{1}{2} \operatorname{rot} \vec{v}$ , (16)

$$\vec{F}_{D} = \frac{C_{D}(\vec{v} - \vec{v}_{p}) |\vec{v} - \vec{v}_{p}|}{\overline{\delta}}, \quad \vec{F}_{M} = 2\vec{n} \times (\vec{v} - \vec{v}_{p}), \quad f_{\omega} = \frac{15\varrho}{\varrho_{p}} \frac{1}{\overline{\delta}^{2} \operatorname{Re}_{*}}.$$

Граничные условия: y=-y<sub>δ</sub> (столкновение со стенкой)

$$\vec{v}_{pc} = \frac{(5+2k_t)}{7} \vec{v}_p + \frac{(7k_n + 5 + 2k_t)}{7} (\vec{e} \cdot \vec{v}_p) \vec{e} - \frac{2\overline{\delta}}{7} (1-k_t) \vec{e} \times \vec{\omega}_p,$$

$$\vec{\omega}_{pc} = \frac{(2+5k_t)}{7} \vec{\omega}_p + \frac{5}{7} (1-k_t) (\vec{e} \cdot \vec{\omega}_p) \vec{e} + \frac{5}{7} \frac{(1-k_t)}{\overline{\delta}} \vec{e} \times \vec{v}_p,$$
(17)

*y*=*y*<sup> $\delta$ </sup> (свободный полет)

$$\frac{\partial v_p}{\partial y} = 0, \quad \frac{\partial \omega_p}{\partial y} = 0.$$
 (18)

51

Система A: сплошная среда, осесимметричное течение, система координат  $(\vec{i_e}, \vec{i_x}, \vec{i_y})$  — от оси к стенке.

Система В: дискретные частицы, плоский канал, система координат

 $(i_{e}, i_{y}, i_{x})$  — от стенки к оси.

Индекс р характеризует дисперсные потоки частиц, индекс s среднемассовый дисперсный поток. Замыкание осуществлялось по k-є-модели, включающей учет пристенного турбулентного пограничного слоя через пристеночные функции  $c_{\mu t}$ ,  $c_{e2t}$ , связанные с турбу-лентным числом Рейнольдса Re [<sup>11</sup>]. u, v — составляющие скорости в осевом и радиальном направлениях, а - относительная массовая концентрация, Р — давление несущей фазы, k, e, vt, v — турбулентная энергия, скорость диссипации, турбулентная и ламинарная вязкости, ω<sub>p</sub> — угловая скорость частиц, v<sub>st</sub>, D<sub>s</sub> — коэффициенты псевдотурбулентной вязкости и турбулентной диффузии дисперсной фазы. Связь пульсационных параметров газовой и дисперсной фаз осуществлялась в рамках представлений [12], в частности, влияние примеси на турбулентность определялось выражением (7). Одноточечные корреляции 2-го порядка дисперсной части двухфазного потока записывались в градиентном приближении, причем коэффициенты корреляций — коэффициент диффузии примеси D<sub>s</sub> (8), коэффициент псевдо-турбулентной вязкости дисперсной фазы (15) рассчитывались с учетом представлений [12]. Коэффициент сопротивления частицы С<sub>D</sub> в зависимости от числа Rep задавался стандартным выражением [13]. Выражение для силы Магнуса рассматривалось как предельная форма записи, в которой пренебрегалось влиянием чисел Rep, Repo. В противном случае коэффициент в выражении для этой силы должен был бы быть равен не 2, а 3/4 [[<sup>10</sup>]. Величина (16) характеризовала угловое скольжение фаз. Коэффициенты  $k_t$ ,  $k_n$  являются коэффициентами восстановления касательной и нормальной составляющей скорости частицы, орт-вектор е направлен вдоль линии удара от стенки к центру частицы.

В предлагаемой модели используются две системы координат: система координат, связанная с осью симметрии (система А), в которой описывается осесимметричное движение среднемассовых параметров двухфазного турбулентного потока, и система координат, связанная со стенкой канала (система В), в которой описывается поведение лишь дисперсной части двухфазного потока по всей ширине канала. Необходимость введения системы координат, связанной со стенкой, обусловлена интегрированием уравнений переноса импульса в осевом и радиальном направлениях и уравнения переноса момента импульса дисперсной фазы по всей ширине канала, так как именно крупные инерционные частицы внедряются во всю толщину двухфазного турбулентного трубного пограничного слоя. В рассмотрение вводятся также два одинаковых встречно направленных турбулентных потока частиц, т. е. потоков, противоположно направленных по радиальной и угловой скоростям движения и одно-направленных по осевой скорости движения частиц. После интегрирования уравнений переноса импульса в осевом (12) и радиальном (13) направлениях и переноса момента импульса (14) проводится алгебраическое осреднение полученных линейных и угловых скоростей от обоих равноправных потоков по всей ширине канала с целью определения средних осевых, радиальных и угловых скоростей дисперсной фазы, но уже для одного целого потока, характеризующегося своими среднемассовыми параметрами и симметричного по своей сути. Полученные средние скоростные поля используются для нахождения полей концентрации примеси. Использование системы координат (В) в модельном представлении обусловлено и тем, что невозможно задать корректно граничное условие для уравнения переноса массы примеси (9) на оси для любого из обоих равноправных дисперсных потоков. Объединив эти потоки в один с присущими ему среднемассовыми скоростями, можно будет поставить корректные граничные условия для потока массы примеси на стенке (11) и на оси канала — условие безградиентности потока в этой точке (9). Требование равноправности встречно-направленных турбулентных потоков дисперсных частиц автоматически приводит к нулевому значению потока массы на оси, если этот поток рассматривать как единый в системе координат среднемассовых скоростей ( $u_s$ ,  $v_s$ ,  $\omega_s$ ), т. е. в системе координат, связанной с осью симметрии.

Уравнения для среднемассового распределения параметров в двухфазном турбулентном трубном потоке (система А) и уравнения (эйлерова форма) для встречно-направленных потоков частиц (из-за идентичности потоков достаточно рассмотреть один в системе В) записываются в приближении турбулентного пограничного слоя (параболическая система уравнений с двумя граничными условиями). Порядок уравнений определяется присутствием диффузионных членов. Учет в дисперсной фазе корреляций второго порядка  $\langle av_s \rangle$ ,  $\langle u_p v_p \rangle$ ,  $\langle v_p v_p \rangle$ ,  $\langle \omega_p v_p \rangle$  с градиентной формой их записи через диффузионные коэффициенты от искомых функций указывает на «столкновительное» происхождение модели, правда, без учета парциального давления в этой фазе. В исследованиях Л. Б. Гавина и сотрудников [14] дисперсная фаза рассматривается как идеальный газ с точки зрения описания аналогичных, за исключением (avs) корреляций, которые выражаются через турбулентные характеристики несущей среды. Вследствие этого уменьшается порядок уравнений дисперсной части, они превращаются в гиперболические. Неопределенность в задании граничных условий, а турбулентная струя определяется двумя граничными условиями, возникает и в уравнении переноса момента импульса дисперсной фазы. Корреляция ( $\omega_p v_p$ ) выражается через градиент турбулентного трения газа, а это приводит к увеличению порядка уравнения (появляется член с 3-й производной от скорости газа). В предлагаемой модели существует соответствие порядка уравнений количеству граничных условий. Для уравнений системы А граничными условиями являются условия симметрии параметров на оси (9), прилипания и непроницаемости стенки (10). Для потока частиц условие непроницаемости задается в виде условия (11) Роббина [15]. Для решения уравнений одно-направленного потока частиц дисперсной фазы (12) — (14), по форме схожих с уравнениями движения одиночной частицы и отличающихся от них дополнительным учетом переноса импульса за счет переноса массы примеси и учетом диффузии необходимо задать граничные условия на обоих стенках канала. На правой стенке ставится условие свободного движения частиц к стенке — мягкие граничные условия для скоростей — условия (18) градиентного типа Неймана, на левой — ставится граничное условие с учетом пересчета линейных и угловой скоростей после столкновения частиц со стенкой, т. е. на этой стороне стенки ставятся жесткие граничные условия — условия (17) типа Дирихле [15].

Начальные условия для газовой части потока заимствовались из предварительного расчета однофазного трубного турбулентного пограничного слоя, как показано в [<sup>16</sup>], чтобы сгладить неточности, связанные с аналитическим заданием параметров в различных слоях 3-слойной схемы в начальном сечении. Поля осевой, радиальной и угловой составляющих скорости дисперсной фазы по всему сечению канала (система *B*) определялись из решения уравнений переноса этих величин в радиальном направлении — уравнений первого порядка по данному направлению (уравнения Рунге—Кутта). Начальными условиями для уравнений Рунге—Кутта являлись стартовые скорости частиц (на левой стенке они принимались равными пульсационной скорости газовой фазы в этой точке). Начальные условия для среднемассовых величин (система A) получались в результате применения процедуры алгебраического осреднения величин  $u_s$ ,  $v_s$ ,  $\omega_s$  по всему сечению для обоих встречно-направленных потоков. Величина относительной массовой концентрации зависела от величины загрузки потока и отношения среднеинтегральных по сечению скоростей частиц и газа, а форма профиля концентрации принималась равномерной.

Уравнения (2)—(4), (6), (12)—(14) записывались в конечных разностях в неявной форме с использованием шеститочечного шаблона. Аппроксимация свободных членов осуществлялась с помощью монотонной схемы [<sup>17</sup>], а аппроксимация конвективных слагаемых (производных по радиальному направлению) — с помощью противопоточной схемы [<sup>18</sup>]. Стыковка слоев с различным сеточным шагом проводилась с применением аппроксимаций [<sup>15</sup>]. Для нахождения радиальной скорости газовой фазы использовалось ее выражение, записанное в квадратурах [<sup>19</sup>]. Это выражение получается из совместного решения уравнений (1), (2) и в двухфазном потоке превращается в интегральное уравнение Вольтерра второго рода [<sup>20</sup>], которое также численно решается.



Рис, 1,

Результаты исследования представлены на рис. 1—3. Данные приводятся в безразмерном виде. На рис. 1, 2 скорости фаз u,  $u_s$  отнесены к начальной скорости истечения газа из канала, на рис. 3 линейные скорости дисперсного потока  $(u_p, v_p)$  отнесены к динамической скорости  $v_*$ , а угловая скорость частиц  $\omega_p$  — к комплексу  $v_*/R$ . На рис. 1 и 2 представлена динамика развития параметров газовой фазы (осевая скорость u) и дисперсной фазы (осевая скорость  $u_s$  и концентрация  $\alpha$ ) в турбулентном ядре, в переходном слое и в вязком подслое (рис. 2) для начального сечения (пунктирные кривые) и для пара-









метров на стабилизированном участке (сплошные кривые) в системе координат, связанной со среднемассовым распределением величин. Выход на стабилизированный участок, характеризующийся отсутствием изменения параметров по осевой координате x=0, возможен и определяется параметрами дисперсной фазы (размерами частиц и кон-центрации, физической плотностью материала частиц), числом Рейнольдса Re и коэффициентами восстановления скоростей  $k_t$  и  $k_n$ . В конкретном примере стабилизация наблюдалась на расстояниях x/D = 250. Следует отметить, что в переходном слое и в вязком подслое частиц нет (рис. 2). На рис. З представлено распределение осевой, радиальной и угловой составляющих скоростей одного из дисперсных потоков по всему сечению канала (от стенки  $y = -y_{\delta}$  до стенки  $y = y_{\delta}$  в начальном сечении x = 0 (пунктирные кривые) и на установившемся участке (сплошные кривые). Распределение скоростей  $u_p, v_p, \omega_p$  получается в результате решения уравнений (12)—(14) системы В. Если на эти кривые нанести кривые от второго потока частиц, получим искомое распределение среднемассовых параметров  $(u_s, v_s, \omega_s)$  в турбулентном ядре (рис. 1).

#### ЛИТЕРАТУРА

- 1. Цой Ен Дон, Чун Мен Кун. Тр. Амер. об-ва инж.-мех. Теоретические основы инженерных расчетов, 1983, 105, № 3, 166-172.
- Деревич И. В., Ерошенко В. М., Зайчик Л. И. Инж.-физ. журн., 1987, 53, № 5, 2. 746—751.
- Ванатоа В. Я., Мульги А. С. В кн.: Теплопроводность и конвективный тепло-обмен. Киев, Наукова думка, 1977, 77—80.
   Картушинский А. И., Хальясмаа И. В. В кн.: Турбулентные течения и техника эксперимента. Таллинн, 1989, 202—206.
   Frank, Th. 1. Kolloquium Mehrphasenströmungen, Karl-Marx-Stadt, Akademie der Wienerhoften der D.D. Institut für Mochenik. 1989. Den No. 16, 105, 117.

- Гланк, Гл. 1. Конодниш Menrphasenstromungen, Каті-Marx-Stadt, Akademie der Wissenschaften der DDR, Institut für Mechanik, 1988, Rep. № 16, 105—117.
   Кондратьев Л. В. Моделирование в механике (СО АН СССР. Выч. центр, ИТПМ), 1988, 2(19), № 6, 55—61.
   Лаатс М. К. Трактат о движении частиц и дисперсной фазы мелкодисперсного течения (МДТТ): Представления экспериментаторов. Таллинн, 1979, 60—69,
   Лаатс М. К., Мульги А. С. В кн.: Турбулентные двухфазные течения. Таллинн, 1979, 32—46.
   Бабита Г. И. Ирайбар А. А. Развитаторов.
- 9. Бабуха Г. Л., Шрайбер А. А. Взаимодействие частиц полидисперсного материала в двухфазных потоках. Киев, Наукова думка, 1972.
- Нигматулин Р. И. Динамика многофазных сред. М., Наука, 1987, часть І.
   Фрост У., Моулден Т. Турбулентность. Принципы и применения. М., Мир, 1980.
   Абрамович Г. Н., Гиршович Т. А. В кн.: Парожидкостные потоки. Минск, 1977,
- 155-175.
- 13. Кравцов Н. В. Инж.-физ. ж., 1968, 15, № 3, 464—470.
- 14. Шрайбер А. А., Гавин Л. Б., Наумов В. А., Яценко В. П. Турбулентные течения газовзвеси. Киев, Наукова думка, 1987
- Роуч П. Вычислительная гидродинамика. М., Мир, 1980.
   Картушинский А. И., Мульги А. С. Изв. АН Эстонии. Физ. Матем., 1989, 38, № 4, 390-402
- Самарский А. А. Введение в теорию разностных схем. М., Наука, 1971, 552.
   Патанкар С. Численные методы решения задач теплообмена и динамики жидко-сти. М., Энергоатомиздат, 1984.
   Теория турбулентных струй (Под ред. Г. Н. Абрамовича.). М., Наука, 1984.
- 20. Трикоми Ф. Интегральные уравнения. М., ИЛ, 1960.

Поступила в редакцию 11/I 1990 Переработанный вариант 20/V 1990

# Aleksander KARTUŠINSKI, Anatoli MULGI

## MUDELETTEKUJUTUS RASKE LISANDI LIIKUMISEST KANALIS. **ARVESTADES OSAKESTE PÕRKUMIST SEINALT**

Mudel põhineb hüpoteesil inertsiaalsete osakeste hüppelisest liikumisest turbulentses hiibses toruvoolus, mida on kirjeldatud Lagrange'ist lähtudes. Hüppelise liikumise eulerlikku liikumist on näidatud kahes etapis.

Dünaamilised parameetrid on: osakeste telg-, radiaal- ja nurkkiirused, mis on mää-

ratud impulsi ja impulsimomendi kaasamisega. Kahefaasilise turbulentse piirikihi võrrandite integreerimine toimub seinast seinani, arvestades piiritingimusi «igal seinal», mis määratakse üksikute osakeste seinapõrgetega. Põrgete vahel liiguvad osakesed takistusjõudude — Magnuse ja gravitatsioonijõu toimel.

Kontsentratsioonivälja on kirjeldatud inertsiaalse lisandi massi jäävuse võrrandiga. Arvutus on tehtud seinast kanali teljeni, kusjuures tingimuseks on sümmeetria vooluse teljel. Erinevalt impulsi edasikande võrranditest on massi edasikande võrrand esitatud dispersse faasi keskendatud kiiruste kaudu, mis on arvutatud algebralise keskendamisega. Sel moel on osakeste keskendatud radiaalkiirus 3–4 suurusjärku väiksem nende indivi-duaalsetest radiaalkiirustest, mida on kasutatud impulsi ja impulsimomendi võrrandites. Arvutusmudel kirjeldab asümptootilist lähenemist stabiliseeritud liikumisele torus

olulise faaside libisemisega.

#### Aleksander KARTUSHINSKY and Anatoly MULGI

### MODEL OF HEAVY ADMIXTURE BEHAVIOUR IN A CHANNEL WITH THE CONSIDERATION OF THE PARTICLE-REBOUND EFFECT FROM THE WALLS

The model is based on the hypothesis of saltating motion of inertial particles in the turbulent field of a tube. The Eulerian description of saltating motion is two-staged. Suppose that the motion admixture consists of two equal counter-flows of particles. The momentum equation and the momentum of momenta equation are necessary for the definition of the dynamical parameters, such as axial, radial and angular components of the particles velocity. The equations of a two-phase turbulent boundary layer are integrated from one wall to another with specified boundary conditions on each wall. The boundary conditions are formulated by the process of collision between the particle and the wall. The formulae include two coefficients of  $k_t$  and  $k_n$  — the recovery coef-ficients on the tangential and normal velocity components. The forces acting on the saltating particles in the intervals between particle-wall impacts consist of the drag force and the Magnus force. The latter acts on the spining particles in nonequilibrium velocity fields. As a result of the algebraic averaging procedure over two counter-flows one can get the averaged field of the discrete phase placity. The velocity for a particle and and one can get the averaged field of the discrete phase velocity. The values of normal and angular components of the average velocity are 2-3 orders smaller than the same velocity components of each particles flow. The motion begins with zero initial conditions and therefore the model describes asymptotical behaviour with a lag of velocities and concentration fields.