

Э. БРОСМАН

## ИНТЕГРАЛЬНАЯ ФОТОУПРУГОСТЬ КУБИЧЕСКИХ МОНОКРИСТАЛЛОВ В МАШИННОЙ ГРАФИКЕ

E. BROSMAN. KUUBILISTE MONOKRISTALLIDE INTEGRAALNE FOTOELASTSUS MASIN-  
GRAAFIKAS

E. BROSMAN. INTEGRATED PHOTOELASTICITY OF SINGLE CUBIC CRYSTALS IN COMPUTER  
GRAPHICS.

(Представил Х. Абен)

Для исследования распределения внутренних напряжений в кубических монокристаллах методом интегральной фотоупругости [1] необходимо располагать экспериментально определенными параметрами оптической изоклины и интегральной разности хода. По этим данным разработана методика полного определения трехмерного напряженного состояния в кубических монокристаллах [2]. Методика достаточно сложная, и ее реализация требует применения ЭВМ. Результаты вычислений получаются при этом настолько громоздкими, что приходится вручную переводить их в графическую форму для выявления качественных и количественных соотношений, невидимых в массе цифрового материала. Получение результатов только в виде таблиц также затрудняет как интерактивное вмешательство в процесс реализации алгоритма, так и сравнение результатов разных вычислительных схем.

В данной работе приведены результаты исследования интегральной фотоупругости кубических монокристаллов призматической формы квадратного поперечного сечения с использованием машинной графики. Для графического ввода и вывода экспериментально определенных рас-

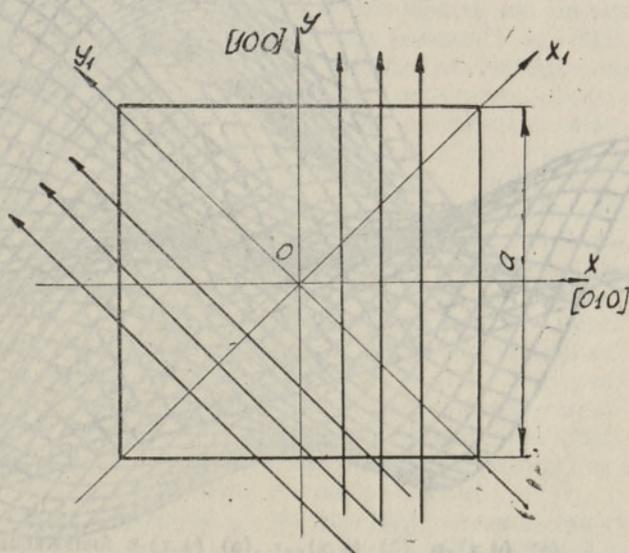


Рис. 1. Схема просвечивания монокристалла.

пределений поляризационно-оптических величин и результатов вычислений в виде распределений напряжения использовался комплекс АРМ-Р СМ-3 [3]. Комплекс включает в себя УВК СМ-3, устройство ввода графической информации ЭМ-709, графический дисплей ЭПГ-400, графопостроитель АП-7252 и алфавитно-цифровой дисплей СМ-7206.

В машинной графике реализована следующая методика интегральной фотоупругости. Полное определение напряжений в кубических монокристаллах призматической формы квадратного поперечного сечения базируется на измерении распределения интегральной разности хода по координатам, перпендикулярным двум направлениям просвечивания [4]. На рис. 1 показана схема просвечивания поперечного сечения монокристалла. Величины  $\delta(x)$  и  $\delta'(x_1)$  связаны с напряжениями  $\sigma_z$  и  $\tau_{xy}$  соотношениями

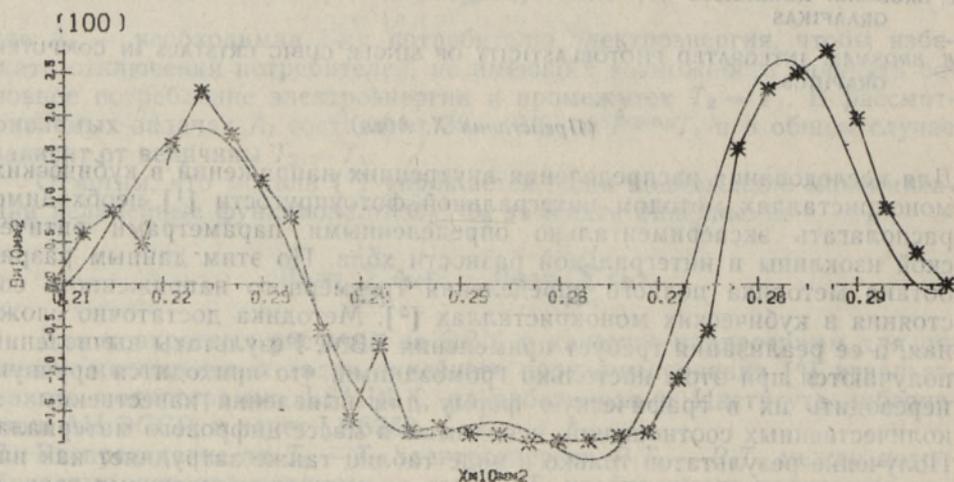
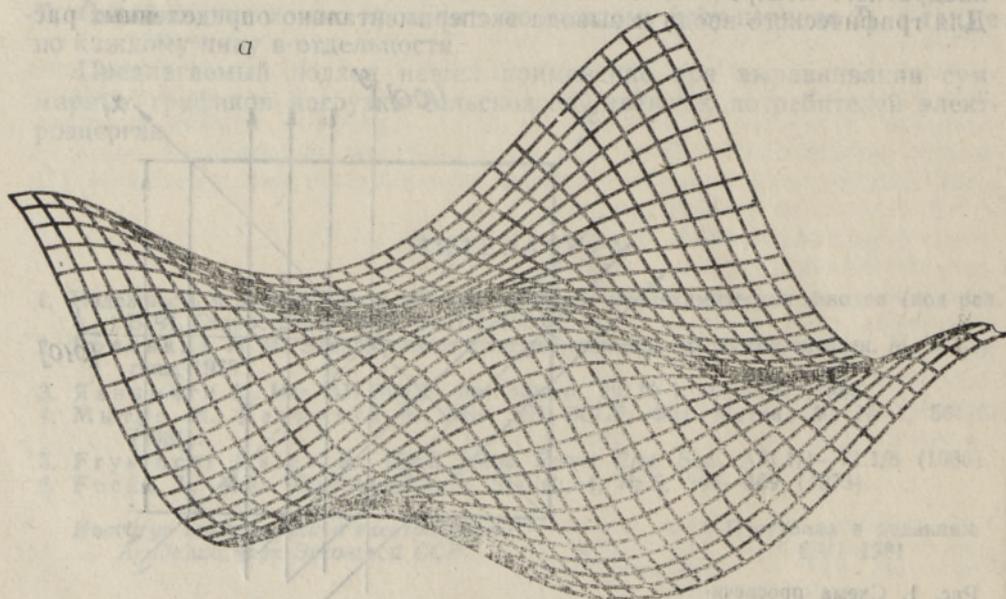


Рис. 2. Распределение интегральной разности хода в направлении [100]. Экспериментальные точки отмечены маркерами и соединены ломаной линией и кривой разложения Фурье.



$$\delta(x) = -2C'_{11} \int_0^{a/2} \sigma_z dy,$$

$$\delta'(x_1) = 2 \int_0^{a/\sqrt{2}-x_1} [(C_{44} - C'_{11})\tau_{xy} - C'_{11}\sigma_z] dy_{1,1} \quad (1)$$

где  $\delta(x)$  и  $\delta'(x_1)$  — интегральные разности хода при просвечивании кристалла в направлениях  $y$  и  $y_1$  соответственно,  $C'_{11}$  и  $C_{44}$  — фотоупругие постоянные,  $a$  — длина поперечного сечения кристалла.

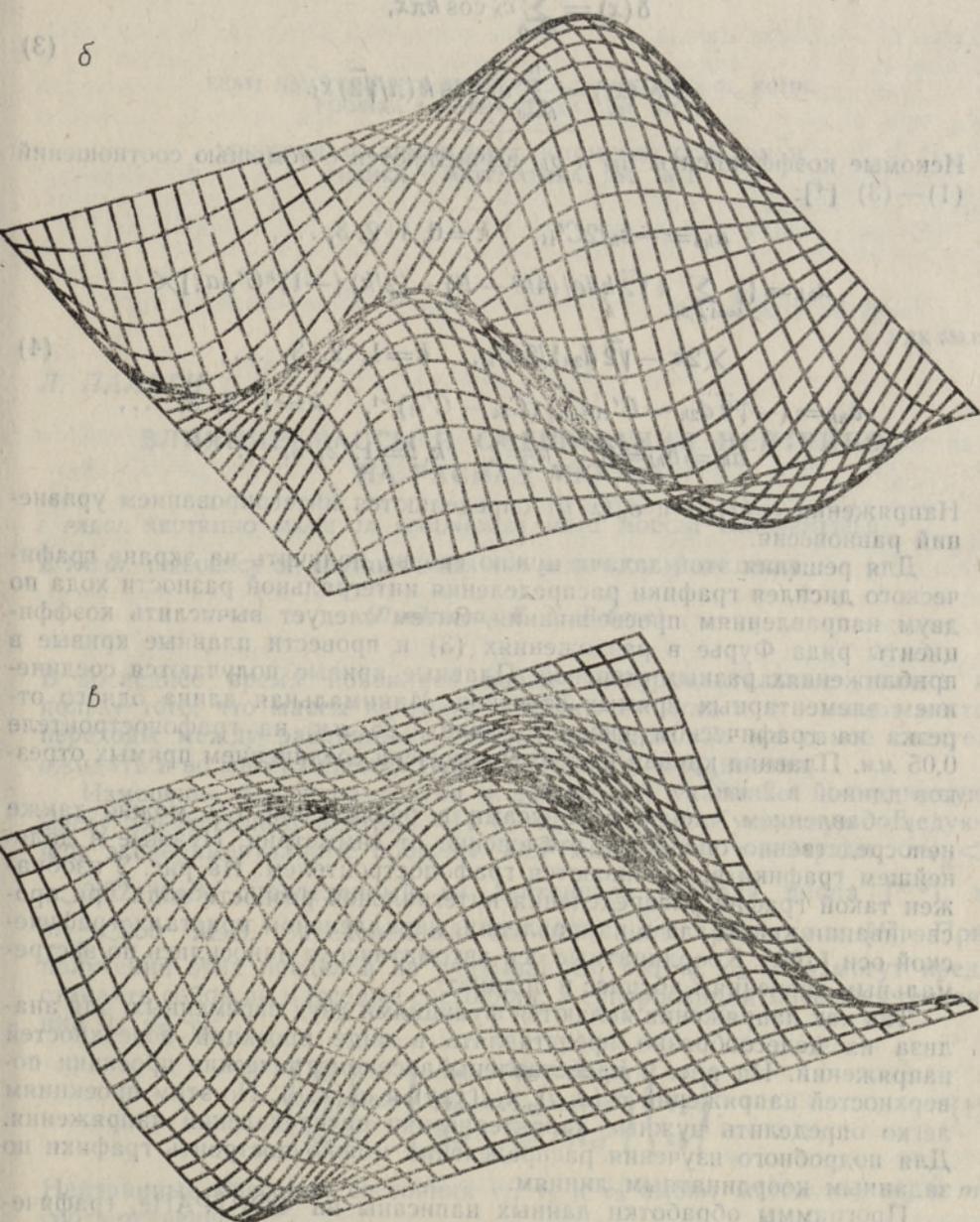


Рис. 3. Распределение напряжений  $\sigma_z(x, y)$  (a),  $\tau_{xy}(x, y)$  (б),  $\sigma_x(x, y)$  (в).

Неизвестные функции координат  $\sigma_z(x, y)$  и  $\tau_{xy}(x, y)$  целесообразно искать в виде рядов Фурье

$$\begin{aligned}\sigma_z &= \sum_{k=0}^n \sum_{l=0}^n a_{kl} \cos k\pi x \cos l\pi y, \\ \tau_{xy} &= \sum_{k=1}^n \sum_{l=1}^n b_{kl} \sin k\pi x \sin l\pi y.\end{aligned}\quad (2)$$

Экспериментально определенные распределения интегральной разности хода представляются в виде рядов Фурье

$$\begin{aligned}\delta(x) &= \sum_{k=0}^n c_k \cos k\pi x, \\ \delta'(x_1) &= \sum_{k=0}^n d_k \cos k(\pi/\sqrt{2})x_1.\end{aligned}\quad (3)$$

Искомые коэффициенты  $a_{kl}$  и  $b_{kl}$  вычисляются с помощью соотношений (1)–(3) [4]:

$$\begin{aligned}a_{k0} &= -c_k/2C'_{11}, \quad k=0, 1, 2, 3, \dots, \\ a_{kk} &= \left\{ \left[ \sum_{l=1,3,5,\dots} 4\sqrt{2} k d_l / (4k^2 - l^2) - (2/k) (-1)^k C'_{11} a_{kl} \right] \times \right. \\ &\quad \left. \times 2k - \sqrt{2} d_{2k} \right\} / 2C'_{11}, \quad k=1, 2, 3, \dots, \\ b_{kk} &= (-\sqrt{2} d_{2k} - C'_{11} a_{kk}) (C_{44} - C'_{11})^{-1}, \quad k=1, 2, 3, \dots, \\ a_{kl} &= b_{kl} = 0, \quad k \neq l, \quad k, l=1, 2, 3, \dots\end{aligned}\quad (4)$$

Напряжения  $\sigma_x(x, y)$  и  $\sigma_y(x, y)$  определяются интегрированием уравнений равновесия.

Для решения этой задачи нужно сперва получить на экране графического дисплея графики распределения интегральной разности хода по двум направлениям просвечивания. Затем следует вычислить коэффициенты ряда Фурье в разложениях (3) и провести плавные кривые в приближениях разных степеней. Плавные кривые получаются соединением элементарных прямых отрезков. Минимальная длина одного отрезка на графическом дисплее равна 0,25 мм, на графопостроителе 0,05 мм. Плавная кривая на рис. 2 получена соединением прямых отрезков длиной в 2 мм.

Добавлением членов с синусами в разложения (3) можно также непосредственно оценивать отклонение от симметрии. Нужные в дальнейшем графики вычерчиваются графопостроителем. На рис. 2 изображен такой график распределения интегральной разности хода при просвечивании кристалла в направлении, параллельном кристаллографической оси [100]. Координатные оси автоматически наносились по экстремальным значениям абсцисс и ординат.

Так как напряжения являются функциями двух переменных, для анализа их целесообразно представлять в виде проекций поверхностей напряжений. На рис. 3 представлены аксонометрические проекции поверхностей напряжений  $\sigma_z(x, y)$ ,  $\tau_{xy}(x, y)$  и  $\sigma_x(x, y)$ . По этим проекциям легко определить нужные характеристики распределений напряжений. Для подробного изучения распределений можно построить графики по заданным координатным линиям.

Программы обработки данных написаны на ФОРТРАНе, графический вывод осуществлен с помощью пакета прикладных программ ГРАФОР [5].

## ЛИТЕРАТУРА

1. Абен Х. К., Интегральная фотоупругость, Таллин, «Валгус», 1975.
2. Бросман Э., Изв. АН ЭССР, Физ. Матем., 26, № 3, 457—461 (1977).
3. Томашевский Д. И., Масютин Г. Г., Явич А. А., Преснухин В. В., Графические средства автоматизации проектирования РЭА, М., «Советское радио», 1980.
4. Бросман Э. И., Абен Х. К., Каплан М. С., В кн.: Физика и химия кристаллов, Харьков, ВНИИ монокристаллов, 1977, с. 93—98.
5. Баяковский Ю. М. и др., Препринт ИПМ, вып. 1—4, М., 1972—1975.

Специальное научно-производственное  
объединение «Алгоритм»

Поступила в редакцию  
25/VI 1981

EESTI NSV TEADUSTE AKADEEMIA TOIMETISED, 31. KOIDE  
FOOSIKA \* MATEMAATIKA. 1982, NR. 1

ИЗВЕСТИЯ АКАДЕМИИ НАУК ЭСТОНСКОЙ ССР. ТОМ 31  
ФИЗИКА \* МАТЕМАТИКА. 1982, № 1

УДК 539.12

*Л. ПАЛЬГИ*

### ВЛИЯНИЕ МАССЫ И СМЕШИВАНИЯ НЕЙТРИНО НА РАСПАД МЮОНА

*L. PALGI. NEUTRINO MASSI JA SEGUNEMISE MOJU MÜONNI LAGUNEMISELE*

*L. PALGI. INFLUENCE OF NEUTRINO MASS AND MIXING ON MUON DECAY*

(Представил К. К. Ребане)

В последнее время появились новые экспериментальные данные в пользу того, что массы нейтрино отличны от нуля и что имеют место переходы между различными типами нейтрино. То же самое следует ожидать и во многих схемах теорий большого объединения.

Измерение  $\beta$ -спектра трития в валине [1] указывает на конечную массу электронного нейтрино  $14 < m_{\nu_e} < 46$  эВ. Существуют следующие экспериментальные пределы для масс  $\mu$ - и  $\tau$ -нейтрино:  $m_{\nu_\mu} < 0,52$  МэВ, определенный из лептонного распада пиона [2, 3], и  $m_{\nu_\tau} < 250$  МэВ, определенный из лептонного распада  $\tau$  [4]. При получении этих пределов не учитывалось, что  $\nu_e$ ,  $\nu_\mu$  и  $\nu_\tau$  могут представлять собой не массовые состояния, а суперпозиции массовых состояний  $\nu_1$ ,  $\nu_2$ ,  $\nu_3$ :

$$\begin{pmatrix} \nu_e \\ \nu_\mu \\ \nu_\tau \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} A_{e1} & A_{e2} & A_{e3} \\ A_{\mu 1} & A_{\mu 2} & A_{\mu 3} \\ A_{\tau 1} & A_{\tau 2} & A_{\tau 3} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \nu_1 \\ \nu_2 \\ \nu_3 \end{pmatrix}. \quad (1)$$

Нейтринные массовые состояния  $\nu_1$ ,  $\nu_2$  и  $\nu_3$  имеют массы  $m_1$ ,  $m_2$  и  $m_3$  соответственно.

Влияние массы и смешивания нейтрино на  $\beta$ -распад трития подробно рассмотрено в [5, 6], это же сделано для лептонного распада пиона [7].