

И. КЕЙС

СУБОПТИМАЛЬНЫЙ СИНТЕЗ УПРАВЛЕНИЯ МЕТОДОМ ИНВЕРСИИ И АГРЕГИРОВАНИЯ

(Представил Н. Алумяэ)

В работе, продолжающей исследования [1-6], рассматривается субоптимальный синтез регулятора многомерной динамической системы с интегральным критерием качества и выпуклой компактной областью управления $\tilde{\Omega}$. Предложено два способа агрегации исходной n -мерной системы в l -мерную систему сравнения ($l \ll n$) с информативной по $x, x^{(1)}$ -управляемости вектор-функцией $y(t, \xi, c)$, где c — векторный параметр агрегации. Первый (инверсный) способ задан производящим потенциалом $V^+(t, y, c)$ в случае существования максимина по z, u гамильтониана системы. Второй способ определяется специальной внутренней нестационарной аппроксимацией $\Omega \subseteq \tilde{\Omega}$ области управления $\tilde{\Omega}$, дающей t, y -автономность системы. Получены субоптимальные регуляторы, оценки для оптимальной функции и условия минимизации показателя субоптимальности по вектору агрегации c .

1. На основании результатов [1-5] и их модификаций [6, 7] применим агрегацию к задаче оптимальной стабилизации движения $\xi \equiv 0$ по всем (некоторым) переменным динамической системы с интегральным показателем качества. Схема агрегации включает три этапа:

1. Введение информативных переменных-агрегатов $y_k := y_k(t, \xi, c)$ ($k = \overline{1, l} = \dim y \ll n$), зависящих от постоянного вектор-параметра агрегации c .

2. Агрегирование исходной модели и показателя качества согласно рассматриваемому способу (первый уровень агрегирования). В результате для $\forall c \in \delta$ получаем агрегированную систему размерности $1 + l \ll n$, для которой находим субоптимальный стабилизатор $u(t, \xi, c)$ исходной системы.

3. Поиск оптимального по критерию (мере) субоптимальности значения $c^1 = c^0$, минимизирующего некоторую оценку погрешности (невязку) (второй уровень агрегирования).

Рассмотрим управляемую систему

$$\dot{\xi} = F(t, \xi, u), \quad R = \{t \geq 0, |x| \leq H\}, \quad R_0 = R \setminus Q,$$

$$Q = \{t, \xi | x^{(1)} = 0\}, \quad \xi = \begin{bmatrix} x \\ x^{(3)} \end{bmatrix}, \quad (1.1)$$

$$x = \begin{bmatrix} x^{(1)} \\ x^{(2)} \end{bmatrix}, \quad \dim x^{(i)} = n_i, \quad \sum_{i=1}^3 n_i = n = \dim \xi, \quad \dim u = r, \quad u \in \tilde{\Omega},$$

$$I[u | t, \xi] = \int_t^{t_1} F_0(\tau, \xi, u) d\tau \rightarrow \min_u \Delta V(t, \xi), \quad t \leq t_1 \leq +\infty \quad (F_0 \geq 0),$$

$$t_1 = \min t^* : x^{(1)}[t] \rightarrow 0, \quad t \rightarrow t^*, \quad \tilde{\Omega} = \{u | \tilde{v}(u, \cdot) \leq v_0\} \quad (v_0 = \text{const} > 0),$$

$$\tilde{v} = \tilde{v}(u, t, \xi), \quad \tilde{v} > 0 \quad u \neq 0, \quad \tilde{v}(\lambda u, \cdot) = |\lambda| \tilde{v}(u, \cdot) \quad (\forall |\lambda| \in [0, \infty)),$$

где «коническая» функция $\tilde{v}(u, \cdot)$ строго выпукла по u вне $u = \lambda e$ лучей: $\tilde{v}(u_2, \cdot) - \tilde{v}(u_1, \cdot) > \partial \tilde{v} / \partial u_1 \cdot (u_2 - u_1)$ ($(u_2 \cdot u_1) \neq |u_2| \cdot |u_1|$, $e = |u|^{-1}u$, $|e| = 1$, $\lambda = \text{Re } \lambda$). Смысл стабилизации регулятором $u(t, \xi, c)$ состоит в устойчивости по x (при $t_1 = +\infty$) и примыкании $x^{(1)}$ -компоненты ξ к цели Q при $t \rightarrow t_1$ слева. Выберем $l \ll n$ независимых новых переменных $y_h(t, \xi, c)$ с учетом следующих требований: y_h — функции лишь измеряемых (наблюдаемых) величин $h_s(t, \xi)$, $s = \overline{1, b}$, и вектора c . Агрегаты $y, y^{(1)}$ — информативные вектор-функции: $y \rightarrow 0 \Rightarrow x \rightarrow 0$, $y^{(1)} \rightarrow 0 \Rightarrow x^{(1)} \rightarrow 0$ ($\forall c \in \delta$, $\dim c = m$) равномерно по $t, z \in R_0$. Пусть $y \in C(R \times \delta)$, $y \in C_1(R_0 \times \delta)$, а $y \equiv 0$ при $x = 0$, $y^{(1)} \equiv 0$ при $x^{(1)} = 0$. Областью изменения параметра агрегации $c = (c_1, \dots, c_m)^*$ считаем открытый шар $\delta(0, \rho)$, $\rho = \text{const} \leq \infty$, $y^{(1)} = (y_1, \dots, y_d)^*$, $d \leq l \ll n$.

В силу $\det [\partial y_h / \partial x_\sigma] \neq 0$ на $R_0(k, \sigma = \overline{1, l})$ из (1.1) с учетом свойств $y(t, \xi, c)$ имеем эквивалентную систему и задачу оптимальной $y, y^{(1)}$ -стабилизации $q \equiv 0$ (при $u \equiv 0$) в переменных y, z :

$$y = Y(t, q, u, c), \quad z = Z(\cdot), \quad q \in D_0 = q(R_0), \quad q = \begin{bmatrix} y \\ z \end{bmatrix}, \quad z = \begin{bmatrix} x_{l+1} \\ \dots \\ x_n \end{bmatrix}, \quad (1.2)$$

$$I = \int_t^t \tilde{f}_0 d\tau \rightarrow \min_u \triangleq V, \quad \tilde{f}_0 = F_0|_{\xi \rightarrow q}, \quad v = \tilde{v}|_{\xi \rightarrow q}, \quad q = (dq/dt)|_{\xi \rightarrow q},$$

$$u \in \Omega = \{v(u, \cdot) \leq v_0\}, \quad v(u, t, q, c) = v(u, \cdot) \in \{\tilde{v}(u, \odot)\}.$$

Обозначим множества $y, y^{(1)}$ - и $x, x^{(1)}$ -стабилизаторов систем (1.1) и (1.2) с соответствующими областями стабилизации $\Gamma(c) = \{0 \leq t_0 \leq T_0(c), |y_0| \leq \eta_0(c), |z_0| \leq \gamma_0(c)\}$ и $\tilde{\Gamma}(c) = \{\cdot, |x_0| \leq \tilde{\eta}_0(c), \cdot\}$ ($\Gamma \rightarrow \tilde{\Gamma}$) через $U = \{u(t, q, c)\}$ и $\tilde{U} = \{\tilde{u}(t, \xi, c)\}$. Стабилизирующий по $y, y^{(1)}$ регулятор $u(t, q, c)$ системы (1.2) будет $x, x^{(1)}$ -стабилизатором $\tilde{u}(t, \xi, c)$ системы (1.1) в силу информативности $y, y^{(1)}$. Ниже будем считать, что вектор-функция $u(t, q, c)$ удовлетворяет одному из критериев $y, y^{(1)}$ -стабилизуемости [3, 4, 8-11], задающих постоянные T_0, η_0, γ_0 — размеры области стабилизируемости $\Gamma(c) \rightarrow \tilde{\Gamma}(c)$.

2. Инверсный способ — обращение задачи с производящим потенциалом

$$V^+ = V^+(t, y, c) > 0, \quad V^+|_{\substack{D_0 \\ y=0}} \equiv 0, \quad V^+ \in C(D), \quad V^+ \in C_1(D_0)$$

$$\forall c \in \delta(D = q(R)).$$

Примем, что V^+ и (1.2) удовлетворяют двум условиям. Во-первых, существует седловая точка $z^+(t, y, c)$, $u^+(t, y, c) \in \Omega \cap \Omega^+$, $u^+ \in C(D_0)$ для $\forall t, y \in D_0, c \in \delta$ гамильтониана $H^+(z, u, \cdot)$ системы (1.2) при $V \rightarrow V^+$, т. е. выполнены неравенства

$$H^+(z^+, u, \cdot) \geq \max_z \min_u H^+ = H^+(z^+, u^+, \cdot) \stackrel{\Delta}{=} -h_+(t, y, c) \geq H^+(z, u^+) \quad (u \in \Omega, q \in D_0), \quad (2.1)$$

$$H^+(z^+, u, \cdot) \geq H^+(z^+, u^+, \cdot) \stackrel{\Delta}{=} -h_+(H^+ = H[V^+, z, u, \cdot]) \stackrel{\Delta}{=} -h_+$$

$$\stackrel{\Delta}{=} V_t^+ + Y \cdot V_y^+ + f_0, \quad f_x \stackrel{\Delta}{=} \partial f / \partial x,$$

$$(z^+(t, y, c) \in C_1(D_0) \quad \forall c \in \delta, \Omega^+ \triangleq \{u | v|_{z=z^+} \leq v_0\}),$$

$$H^+(z, u^+, \cdot) \leq H^+(z^+, u^+, \cdot) \equiv -h_+(t, y, c). \quad (2.2)$$

Во-вторых, вектор-функция $u^+(t, y, c)$ — стабилизатор (1.2) ($u^+ \in U$) на $\Gamma(c) \in D_0(c)$, где все рассматриваемые функции имеют необходимую гладкость.

Рассмотрим вспомогательную задачу оптимальной стабилизации заданием агрегированной из (1.2) системы вида

$$y^+ = Y|_{z=z^+}, \quad I_+ = \int_t^{t^*} f_+ d\tau \rightarrow \min_u \triangleq V_+ \quad (t_+ \neq t_1, z^+ \in C_1(D_0)), \quad (2.3)$$

$$f_+ \triangleq f_0|_{z=z^+} + h_+, \quad u \in \Omega^+ \triangleq \Omega|_{z=z^+}.$$

Пусть $u^+(t, y, c) \in U''$, т. е. $u^+ - y, y^{(1)}$ -стабилизатор (2.3) при $q \in \Gamma(c)$. Обозначим гамильтониан агрегированной системы (2.3) через $H_+ = H^+(z^+, u, \cdot) + h_+$, допуская $V_+ \equiv V^+$. Интегрируя (2.1) вдоль (2.3) при $\forall u \in U''$ и начальных значениях t_0, y_0 , из $\Gamma(c)$ с учетом $H_+|_{u=u^+} \equiv 0$ находим $V_+ = V^+ = \min_u I_+ = I_+[u^+] \leq I_+[u]$. Таким образом, производящая $u^+(t, y, c)$ функция $V^+(t, y, c)$ — точное решение V_+ вспомогательной задачи (2.3) согласно определению субоптимального решения.

Найдем оценку сверху субоптимальной функции $I^+ \triangleq I[u^+]$. Интегрируя (2.2) вдоль (1.2) при $u = u^+, t_0, q_0 \in \Gamma(c)$, с учетом $u^+ \in U$ находим неравенства

$$\int_{t_0}^{t^*} [(V^+) \cdot - H^+(z^+, u^+, \cdot)] d\tau \leq - \int_{t_0}^{t^*} f_0(\cdot, u^+, c) d\tau \quad (V^+[t^+] = 0), \quad (2.4)$$

$$- \int_{t_0}^{t^*} [h_+ + (V^+) \cdot] d\tau \geq \int_{t_0}^{t^*} f_0(\cdot, u^+, c) d\tau, \quad V^+[t_0] \geq \int_{t_0}^{t^*} [f_0(\cdot, u^+, c) + h_+] d\tau,$$

$$I^+ \triangleq I[u^+] \leq V^+ - \int_{t_0}^{t^*} h_+ d\tau = \int_{t_0}^{t^*} (f_0|_{z=z^+, u=u^+}) d\tau.$$

Если $h_+ \geq 0$, то из (2.4) следует $I^+ \leq V^+$ или $I^+ \leq V^+$ в переменных ξ . Заметим, что введение операции \max_z не только соответствует «игре против природы», но и дает искомую t, y -автономность субоптимального решения V^+, u^+ .

Для поиска наилучшего вектора c на втором уровне агрегации замкнем систему (1.1) субоптимальным регулятором $u_+(t, \xi, c) = u^+|_{q \rightarrow \xi}$. Получим модель

$$\dot{\xi} = \Phi(t, \xi, c), \quad c^+ = 0, \quad x^{(1)}[T] = 0 \quad (T \triangleq t^+, u_+ \in \mathcal{U}, \dim x^{(1)} = n_1), \quad (2.5)$$

$$\xi[t] \in C[t_0, T], \quad \xi_0 \triangleq \xi[t_0], \quad \Phi \triangleq F|_{u=u_+}.$$

Примем, что пересечение $\bigcap_{c \in \delta} \tilde{\Gamma}(c) \triangleq \tilde{\Gamma}_0 = \{0 \leq t_0 \leq T^*, |x_0| \leq \tilde{\eta}^*, |x_0^{(3)}| \leq \tilde{\gamma}^*\}$

непусто. Пусть $t_0, \xi_0 \in \tilde{\Gamma}_0$. Поставим задачу минимизации по c точечного критерия субоптимальности вида

$$I^+ = \int_{t_0}^{t^*} \Phi_0(\tau, \xi, c) d\tau \triangleq I[u_+] \quad (t^+ = T[c], \Phi_0 \triangleq F_0|_{u=u_+}) \quad (2.6)$$

при дифференциальных и краевых условиях (2.5) со свободным T . Для

ее автономизации введем эквивалентную расширенную ($x_{n+1} \equiv t$) систему

$$x'_0 = \Phi_0, \quad \xi'_s = \Phi, \quad x'_{n+1} = 1, \quad c' = 0 \quad (x^{(1)}[T] = 0) \quad (2.7)$$

и уравнения сопряженных переменных (импульсов)

$$\begin{aligned} p'_0 &= -\partial H / \partial x_0 = 0, & p' &= -\partial H / \partial \xi = -\partial G / \partial \xi, \\ p'_{n+1} &= -\partial H / \partial x_{n+1} = -\partial G / \partial x_{n+1}, & p_0 &= \text{const}, \end{aligned} \quad (2.8)$$

$$H = G + p_{n+1} + 0 \cdot \psi, \quad G = p_0 \Phi_0 + p \cdot \Phi, \quad \dim \psi = \dim c = m.$$

Из (2.7), (2.8) и условий трансверсальности [12, 13] имеем $n + n_1 + m + 1$ уравнений

$$(t_0 \leq t \leq T)$$

$$-v_s \frac{\partial G_s}{\partial t} \Big|_T = H[T] = H(t) = 0 \sim p_{n+1} + G = 0,$$

$$p_{n+1}(T) = v_s \frac{\partial G_s}{\partial x_{n+1}} \Big|_T = 0 \sim G(T) = 0,$$

$$p(T) = v_\sigma (\partial G / \partial x)_T \sim p_\sigma(T) = v_\sigma, \quad p_r(T) = 0 \quad (G_\sigma \equiv x_\sigma, \quad s, \sigma = \overline{1, n_1}), \quad (2.9)$$

$$\psi(t_0) = 0, \quad \psi(T) = \int_{t_0}^T (\partial H / \partial c) d\tau = \int_{t_0}^T (\partial G / \partial c) d\tau = 0 \quad (r = \overline{n_1 + 1, n})$$

для определения $n + n_1 + m + 2$ неизвестных: импульсов при $t = T$, времени T и постоянных c, p_0, v_σ ($p_0^2 + \sum_{\sigma=1}^{n_1} v_\sigma^2 \neq 0$), где последние заданы с точностью до множителя, $p_0 \leq 0$, причем $p_0 = -1$ в нормальном случае. Численное решение уравнений (2.7) — (2.9) дает значение оптимального вектора агрегации $c = c^+ = c^+(t, \xi)$ и уточненную оценку сверху оптимальной функции $\tilde{V} \leq I^+(t, \xi, c^+) \leq I^+(t, \xi, c)$ в предположении существования и единственности их решения. Однако из-за необходимости интегрировать $2n + m$ уравнений (2.7) — (2.9) и знать $z[t]$ вычисление I^+ -оптимального c для каждой точки из $\tilde{\Gamma}_0$ превращается в сложную процедуру. Поэтому имеет смысл искать для (2.6) и (2.7) наилучший $c_{(s)}^+$ по $I_{(s)}$ -объемному критерию субоптимальности

$$I_{(s)}^s = \int_{\tilde{\Gamma}_0} (I^+)^s d\omega, \quad I_\infty = \max_{\tilde{\Gamma}_0} I^+, \quad c_s^+ = \text{opt } c[I_{(s)}] \quad (s = 1, 2, \dots, \infty). \quad (2.10)$$

Из необходимых условий вариационного исчисления для поиска $c_{(s)}^+$ — наилучшего по (2.10) значения — в неособенных случаях находим оптимальный параметр. Процесс поиска z^+, u^+ упрощается, если z -компонента ξ состоит из угловых переменных $\varphi_\mu \leq 2\pi, \mu = \overline{l+1, n}$.

3. Способ агрегации внутренней (нестационарной) аппроксимацией Ω исходной области управления $\tilde{\Omega} = \{|u| \leq \varrho^0\}, \varrho^0 = \text{const} > 0$. Для простоты ограничимся (в качестве примера) применением агрегирования к задаче оптимальной $x, x^{(1)}$ -стабилизации, линейной по u системы с ядром интеграла качества, зависящим в новых переменных лишь от t, y, c

$$\xi' = X(t, \xi) + A(t, \xi)u, \quad R = \{t \geq 0, |x| \leq H\}, \quad R_0 = R \setminus x^{(1)} = 0, \quad (3.1)$$

$$I = \int_t^{t_1} f_0(\tau, y, c) d\tau \rightarrow \min_u \overset{\Delta}{=} \tilde{S}, \quad u \in \tilde{\Omega} = \{|u| \leq \varrho^0\}, \quad \varrho^0 = \text{const} > 0.$$

Примем, что система (3.1) имеет известные $x, x^{(1)}$ -информативные агрегаты $y_k(t, \xi, c)$ ($k = \overline{1, l} \ll n$), которые вместе с (3.1) удовлетворяют условиям

$$y'|_{u=0} = Y(t, y, c) \Rightarrow y' = Y + B^*u \quad \left(B = A^* (\partial y / \partial \xi)^* = \begin{bmatrix} B_1 \\ B_2 \end{bmatrix} \right), \quad (3.2)$$

$$\text{rank } B_1 = l \stackrel{\Delta}{=} \dim y \leq \dim u \stackrel{\Delta}{=} r; \quad \inf_{R_0} \lambda_+ > 0, \quad \sup_{R_0} \lambda^+ < \infty \quad (\forall c \in \delta),$$

где $0 < \lambda_+, \lambda^+$ — соответственно наименьший и наибольший корни уравнения

$$\det [C^*C - \lambda^2 1_r] = 0, \quad |C| \neq 0, \quad C \stackrel{\Delta}{=} \begin{bmatrix} B & 0_{l-r} \\ 1_{r-l} & \end{bmatrix} \text{ — матрица } (r \times r).$$

Внутреннюю нестационарную (зависящую от t, ξ) аппроксимацию Ω области $\tilde{\Omega}$ зададим симметрической «конической» функцией $\tilde{v}(u, \cdot) \stackrel{\Delta}{=} v(Cu)$ со свойствами (1.1) и неравенствами $\Omega = \{v(Cu) \leq v_0 = \text{const} > 0\}$, где $v_0 = \varrho^0 \mu_0$, $\mu_0 = \min v \cdot \inf_{R_0} \lambda_+ > 0$, $e = u/|u|$, $|e| = 1$, $\mu^0 = \max_e v \cdot \sup_{R_0} \lambda^+ < \infty$. В силу (3.2) граница $\{u'\}$ области Ω лежит в кольце $\varrho_0 \leq |u'| \leq \varrho^0$, $\dim \Omega = r$, $\varrho_0 = \text{const} > 0$, причем $\varrho_0 = \varrho^0 \mu_0 / \mu^0$.

При таком специальном выборе аппроксимации $\Omega \subseteq \tilde{\Omega}$ агрегирование (3.1) с учетом (3.2) исчерпывается заменой $\tilde{\Omega}$ на Ω ($t_1 \neq t'$) и дает систему

$$y' = Y(t, y, c) + B^*(t, \xi, c)u, \quad I' = \int_t^{t'} f_0 d\tau \rightarrow \min_u \Rightarrow S(t, y, c) \\ (u \in \Omega, t_1 \rightarrow t', I \rightarrow I') \quad (3.3)$$

с гамильтонианом, линейным по u на строго выпуклом Ω -компакте

$$H' = S_t + p \cdot Y + C^* \psi \cdot u \quad (p \stackrel{\Delta}{=} S_y, \psi = (p, 0)^*, \dim \psi = \dim u = r). \quad (3.4)$$

Введем «коническую» функцию $W(u) \leftrightarrow v(v)$ равенством

$$W(u) = \max_{v(v)=1} (u \cdot v) \in \{v(u, \cdot)\} (\max_e^{-1} v \leq |u|^{-1} W \leq \min_e^{-1} v, e = |u|^{-1}u). \quad (3.5)$$

Из (3.3), (3.4) и конструкции $\tilde{v}(u, \cdot) \equiv v(Cu)$ следует, что уравнение Беллмана—Якоби для оптимальной функции S задачи (3.3) t, y -автономно и имеет размерность $l + 1 \ll n$

$$S_t + p \cdot Y - v_0 \omega(p) + f_0 = 0$$

$$\left(S|_{y^{(i)}=0} = 0, \frac{\partial S}{\partial y_\alpha} \Big|_{y^{(i)}=0} = 0, \omega(p) \equiv W(\psi), \alpha = \overline{d+1, n} \right). \quad (3.6)$$

Субоптимальный регулятор системы (3.1)—(3.2), оптимальный для ее агрегированной формы (3.3), в общем случае зависит от всех переменных t, ξ , причем является граничным для области Ω и потенциальным по структуре

$$u' = u'(t, \xi, c) = -v_0 C^{-1} W_{\psi}. \quad (3.7)$$

Вид u' определен в (3.7) решением уравнения (3.6) при условии $y, y^{(1)}$ -стабилизации (3.3), что эквивалентно здесь $x, x^{(1)}$ -стабилизации (3.1).

Используя формулы (2.5)–(2.10), можно аналогично предыдущему искать наилучший векторный параметр агрегации $c := c^0$ по точечному или объемному критерию субоптимальности. Замыкая (3.1) ее стабилизатором $\tilde{u}'(t, \xi, c^0)$, заданным (3.6) и (2.7), при этих критериях субоптимальности найдем для оптимальной функции \tilde{S} задачи (3.1) оценки сверху $\tilde{S} \leq S(t, y, c^0)$, $\tilde{S} \leq I[u'(\cdot, c^0)]$ ($\forall c^0 \in \delta$).

В заключение отметим, что агрегирование системы (3.1) при условиях (3.2) сводится лишь к выбору специальной аппроксимации Ω области управления $\tilde{\Omega}$ при сохранении исходной модели.

ЛИТЕРАТУРА

1. Aoki, M., In: Optimization Methods for Large-Scale Systems, 5 Aggregation, McGraw Hill Book Company, New York, 1971, p. 191–232.
2. Ульм С. Ю., Автоматика и телемеханика, № 5, 27–32 (1972).
3. Земляков А. С., Матросов В. М., В кн.: Оптимальное и адаптивное управление, Саратов, Саратов. ун-т, 1977, с. 202–215.
4. Grujić, Lj. T., Gentina, I. C., Vagne, P., Int. J. Control, 24, № 4, 529–537 (1976).
5. Первозванский А. А., Гайцгори В. Г., Декомпозиция, агрегирование и приближенная оптимизация, М., «Наука», 1979, с. 154–244.
6. Кейс И., Изв. АН ЭССР, Физ. Матем., 26, № 3, 243–251 (1977).
7. Кейс И., Изв. АН ЭССР, Физ. Матем., 28, № 2, 107–114 (1979).
8. Красовский Н. Н., В кн.: Малкин И. Г. «Теория устойчивости движения», доп. 4, М., «Наука», 1966, с. 475–514.
9. Румянцев В. В., Прикл. мат. и мех., 34, вып. 3, 440–456 (1970).
10. Демин В. Г., Фурасов В. Д., Прикл. мат. и мех., 40, вып. 2, 355–359 (1976).
11. Кейс И., Изв. АН ЭССР, Физ. Матем., 27, № 3, 274–288 (1978).
12. Моисеев Н. Н., Численные методы в теории оптимальных систем, М., «Наука», 1971, с. 32–34.
13. Болтянский В. Г., Математические методы оптимального управления, М., «Наука», 1966, с. 295–300.

Институт кибернетики
Академии наук Эстонской ССР

Поступила в редакцию
17/VI 1981

I. KEIS

DÜNAAMILISTE SÜSTEEMIDE REGULAATORITE SUBOPTIMAALNE SÜNTEES POORD- JA AGREGEERIMISMEETODIL

Artiklis on vaadeldud mittelineaarse dünaamilise süsteemi juhtimise ülesannet integraalse efektiivsusindeksi korral. Optimaalse sünteesi ülesande ligikaudseks lahendamiseks on esitatud kaks $l \ll n$ -mõõtmelise süsteemi agregeerimisviisi. Neist esimesel on etteantud $V^+(t, y, c)$ potentsiaal ja tingimused (2.1), (2.2), teine lahendusviis baseerub spetsiaalsel kumera kompakti $\tilde{\Omega} \rightarrow \Omega$ teisendusel. On leitud suboptimaalsed regulaatorid u_+ , u' , funktsionaali $I[u_+]$ hinnangud (2.4) ning optimaalse agregeerimisvektori c määramise tingimused.

THE SUBOPTIMAL CONTROL SYNTHESIS VIA INVERSION AND AGGREGATION IN MULTIDIMENSIONAL DYNAMICAL SYSTEMS

The optimal $x, x^{(1)}$ -stabilization problem for large-scale n -dimensional nonlinear dynamical system is considered. For convenience the convex-compact domain of controls $\{u\} = \tilde{\Omega}$ is described by one conical function $\tilde{v}(u, \cdot)$. The principal scheme of the approach includes three following stages.

1. The introduction of the informative variables $y_k = y_k(t, \xi, c)$, $k = \overline{1, l} \ll n$ as the aggregates of the state-vector $\xi = (x^*, x^{(3)*})^*$, where $\delta \ni c$ — the constant aggregation vector.
2. The aggregation procedure covering both the model (1.1) and its performance index, respectively.
3. The optimal for the prescribed criterion c -choice.

Two new methods of aggregation are suggested in the paper. When $u^+ \in U \cap U''$, the first one is valid under the maxmin conditions (2.1), (2.2) on the potential $V^+(t, y, c)$ and the system (1.2). Hence the suboptimal control u_+ and the inequalities (2.4) for the suboptimal function $I[u^+]$ are obtained. Necessary conditions for the choice of the vector c minimizing the criterion (2.6) are derived from (2.7) — (2.9).

The second method of aggregation is based on the special approximation of the initial domain $\tilde{\Omega} = \{|u| \leq Q^0\}$ for the linear in u system (3.1) with (3.2) properties. As a result, the suboptimal control (3.7) and $l+1$ -dimensional Bellman-Jacoby equation (3.6) are obtained.

(1)

(2)