EESTI NSV TEADUSTE AKADEEMIA TOIMETISED. 31. KÕIDE
FÜÜSIKA * MATEMAATIKA. 1982, NR. 1

ИЗВЕСТИЯ АКАДЕМИИ НАУК ЭСТОНСКОЙ ССР. ТОМ 31
ФИЗИКА * МАТЕМАТИКА. 1982, № 1

УДК 62.50

И. КЕЙС

СУБОПТИМАЛЬНЫЙ СИНТЕЗ УПРАВЛЕНИЯ МЕТОДОМ ИНВЕРСИИ И АГРЕГИРОВАНИЯ

(Представил Н. Алумяэ)

В работе, продолжающей исследования [1–6], рассматривается субоптимальный синтез регулятора многомерной динамической системы с интегральным критерием качества и выпуклой компактной областью управления $\tilde{\Omega}$. Предложено два способа агрегации исходной n-мерной системы в l-мерную систему сравнения ($l \ll n$) с информативной по $x, x^{(1)}$-управляемости вектор-функцией $y(t, \xi, c)$, где c — векторный параметр агрегации. Первый (инверсный) способ задан производящим потенциалом $V^+(t, y, c)$ в случае существования максимина по z, u гамильтониана системы. Второй способ определяется специальной внутренней нестационарной аппроксимацией $\Omega \subseteq \tilde{\Omega}$ области управления $\tilde{\Omega}$, дающей t, y-автономность системы. Получены субоптимальные регуляторы, оценки для оптимальной функции и условия минимизации показателя субоптимальности по вектору агрегации c.

1. На основании результатов [1–5] и их модификаций [6, 7] применим агрегацию к задаче оптимальной стабилизации движения $\xi \equiv 0$ по всем (некоторым) переменным динамической системы с интегральным показателем качества. Схема агрегации включает три этапа:

1. Введение информативных переменных-агрегатов $y_k = y_k(t, \xi, c)$ $(k = \overline{1, l} = \dim y \ll n)$, зависящих от постоянного вектор-параметра агрегации c.

2. Агрегирование исходной модели и показателя качества согласно рассматриваемому способу (первый уровень агрегирования). В результате для $\forall c \in \delta$ получаем агрегированную систему размерности $1 + l \ll n$, для которой находим субоптимальный стабилизатор $u(t, \xi, c)$ исходной системы.

3. Поиск оптимального по критерию (мере) субоптимальности значения $c = c^0$, минимизирующего некоторую оценку погрешности (невязку) (второй уровень агрегирования).

Рассмотрим управляемую систему

$$\dot{\xi} = F(t, \xi, u), \quad R = \{t \geqslant 0, |x| \leqslant H\}, \quad R_0 = R \setminus Q,$$

$$Q = \{t, \xi \mid x^{(1)} = 0\}, \quad \xi = \begin{bmatrix} x \\ x^{(3)} \end{bmatrix}, \tag{1.1}$$

$$x = \begin{bmatrix} x^{(1)} \\ x^{(2)} \end{bmatrix}, \quad \dim x^{(i)} = n_i, \quad \sum_{i=1}^{3} n_i = n = \dim \xi, \quad \dim u = r, \quad u \in \tilde{\Omega},$$

$$\mathcal{T}[u \mid t, \xi] = \int_t^{t_1} F_0(\tau, \xi, u)\, d\tau \to \min_u \stackrel{\Delta}{=} \mathcal{V}(t, \xi), \quad t \leqslant t_1 \leqslant +\infty \quad (F_0 \geqslant 0),$$

$$t_1 = \min t^* : x^{(1)}[t] \to 0, \quad t \to t^*_-, \quad \tilde{\Omega} = \{u \mid \tilde{v}(u, \cdot) \leqslant v_0\} \quad (v_0 = \mathrm{const} > 0),$$

$$\tilde{v} = \tilde{v}(u, t, \xi), \quad \tilde{v} > 0 \;\; u \neq 0, \quad \tilde{v}(\lambda u, \cdot) = |\lambda| \tilde{v}(u, \cdot) \quad (\forall |\lambda| \in [0, \infty)),$$

где «коническая» функция $\tilde{v}(u, \cdot)$ строго выпукла по u вне $u = \lambda e$ лучей: $\tilde{v}(u_2, \cdot) - \tilde{v}(u_1, \cdot) > \partial\tilde{v}/\partial u_1 \cdot (u_2 - u_1)$ $((u_2 \cdot u_1) \neq |u_2| \cdot |u_1|$, $e = |u|^{-1} u$, $|e| = 1$, $\lambda = \mathrm{Re}\,\lambda)$. Смысл стабилизации регулятором $u(t, \xi, c)$ состоит в устойчивости по x (при $t_1 = +\infty$) и примыкании $x^{(1)}$-компоненты ξ к цели Q при $t \to t_1$ слева. Выберем $l \ll n$ независимых новых переменных $y_k(t, \xi, c)$ с учетом следующих требований: y_k — функции лишь измеряемых (наблюдаемых) величин $h_s(t, \xi)$, $s = \overline{1, b}$, и вектора c. Агрегаты $y, y^{(1)}$ — информативные вектор-функции: $y \to 0 \Rightarrow x \to 0$, $y^{(1)} \to 0 \Rightarrow x^{(1)} \to 0$ $(\forall c \in \delta, \; \dim c = m)$ равномерно по $t, z \in R_0$. Пусть $y \in C(R \times \delta)$, $y \in C_1(R_0 \times \delta)$, а $y \equiv 0$ при $x = 0$, $y^{(1)} \equiv 0$ при $x^{(1)} = 0$. Областью изменения параметра агрегации $c = (c_1, \ldots, c_m)^*$ считаем открытый шар $\delta(0, \varrho)$, $\varrho = \mathrm{const} \leqslant \infty$, $y^{(1)} = (y_1, \ldots, y_d)^*$, $d \leqslant l \ll n$. В силу $\det[\partial y_k / \partial x_\sigma] \neq 0$ на $R_0(k, \sigma = \overline{1, l})$ из (1.1) с учетом свойств $y(t, \xi, c)$ имеем эквивалентную систему и задачу оптимальной $y, y^{(1)}$-стабилизации $q \equiv 0$ (при $u \equiv 0$) в переменных y, z:

$$y^{\cdot} = Y(t, q, u, c), \quad z^{\cdot} = Z(\cdot), \; q \in D_0 = q(R_0), \; q = \begin{bmatrix} y \\ z \end{bmatrix}, \quad z = \begin{bmatrix} x_{l+1} \\ x_n \end{bmatrix}, \tag{1.2}$$

$$I = \int_t^{t_1} f_0 \, d\tau \to \min_u \stackrel{\Delta}{=} V, \quad f_0 = F_0|_{\xi \to q}, \quad v = \tilde{v}|_{\xi \to q}, \quad q^{\cdot} = (dq/dt)_{\xi \to q},$$

$$u \in \Omega = \{v(u, \cdot) \leqslant v_0\}, \quad v(u, t, q, c) = v(u, \cdot) \in \{\tilde{v}(u, \odot)\}.$$

Обозначим множества $y, y^{(1)}$- и $x, x^{(1)}$-стабилизаторов систем (1.1) и (1.2) с соответствующими областями стабилизации $\Gamma(c) = \{0 \leqslant t_0 \leqslant T_0(c), \; |y_0| \leqslant \eta_0(c), \; |z_0| \leqslant \gamma_0(c)\}$ и $\tilde{\Gamma}(c) = \{\cdot, \; |x_0| \leqslant \eta_0(c), \; \cdot\}$ $(\Gamma \to \tilde{\Gamma})$ через $U = \{u(t, q, c)\}$ и $\tilde{U} = \{\tilde{u}(t, \xi, c)\}$. Стабилизирующий по $y, y^{(1)}$ регулятор $u(t, q, c)$ системы (1.2) будет $x, x^{(1)}$-стабилизатором $\tilde{u}(t, \xi, c)$ системы (1.1) в силу информативности $y, y^{(1)}$. Ниже будем считать, что вектор-функция $u(t, q, c)$ удовлетворяет одному из критериев $y, y^{(1)}$-стабилизируемости [3, 4, 8–11], задающих постоянные T_0, η_0, γ_0 — размеры области стабилизируемости $\Gamma(c) \to \tilde{\Gamma}(c)$.

2. Инверсный способ — обращение задачи с производящим потенциалом

$$V^+ = V^+(t, y, c) \underset{D_0}{>} 0, \quad V^+|_{y^{(1)}=0} \equiv 0, \quad V^+ \in C(D), \; V^+ \in C_1(D_0)$$

$$\forall c \in \delta(D = q(R)).$$

Примем, что V^+ и (1.2) удовлетворяют двум условиям. Во-первых, существует седловая точка $z^+(t, y, c)$, $u^+(t, y, c) \in \Omega \cap \Omega^+$, $u^+ \in C(D_0)$ для $\forall t, y \in D_0$, $c \in \delta$ гамильтониана $H^+(z, u, \cdot)$ системы (1.2) при $V \to V^+$, т. е. выполнены неравенства

$$H^+(z^+, u, \cdot) \geqslant \max_z \min_u H^+ = H^+(z^+, u^+, \cdot) \stackrel{\Delta}{=} -h_+(t, y, c) \geqslant H^+(z, u^+)$$

$$(u \in \Omega, \; q \in D_0), \tag{2.1}$$

$$H^+(z^+, u, \cdot) \geqslant H^+(z^+, u^+, \cdot) \stackrel{\Delta}{=} -h_+ (H^+ = H[V^+, z, u, \cdot] \stackrel{\Delta}{=}$$

$$\stackrel{\Delta}{=} V^+_t + Y \cdot V^+_y + f_0, \; f_x \stackrel{\Delta}{=} \partial f / \partial x),$$

$$(z^+(t,y,c)\in C_1(D_0) \qquad \forall c\in\delta,\ \Omega^+\overset{\Delta}{=}\{u\,|\,\nu|_{z=z^+}\leqslant\nu_0\}),$$

$$H^+(z,u^+,\cdot)\leqslant H^+(z^+,u^+,\cdot)\equiv -h_+(t,y,c). \tag{2.2}$$

Во-вторых, вектор-функция $u^+(t,y,c)$ — стабилизатор (1.2) ($u^+\in U$) на $\Gamma(c)\in D_0(c)$, где все рассматриваемые функции имеют необходимую гладкость.

Рассмотрим вспомогательную задачу оптимальной стабилизации заданием агрегированной из (1.2) системы вида

$$y^{\cdot}_+=Y|_{z=z^+},\quad I_+=\int_t^{t_+} f_+\,d\tau\to\min_u\overset{\Delta}{=}V_+\qquad (t_+\not\equiv t_1,\ z^+\in C_1(D_0)), \tag{2.3}$$

$$f_+\overset{\Delta}{=}f_0|_{z=z^+}+h_+,\qquad u\in\Omega^+\overset{\Delta}{=}\Omega|_{z=z^+}.$$

Пусть $u^+(t,y,c)\in U''$, т. е. u^+ — $y,y^{(1)}$-стабилизатор (2.3) при $q\in\Gamma(c)$. Обозначим гамильтониан агрегированной системы (2.3) через $H_+=H^+(z^+,u,\cdot)+h_+$, допуская $V_+\equiv V^+$. Интегрируя (2.1) вдоль (2.3) при $\forall u\in U''$ и начальных значениях t_0, y_0, из $\Gamma(c)$ с учетом $H_+|_{u=u^+}\equiv 0$ находим $V_+=V^+=\min\limits_u I_+=I_+[u^+]\leqslant I_+[u]$. Таким образом, производящая $u^+(t,y,c)$ функция $V^+(t,y,c)$ — точное решение V_+ вспомогательной задачи (2.3) согласно определению субоптимального решения.

Найдем оценку сверху субоптимальной функции $I^+\overset{\Delta}{=}I[u^+]$. Интегрируя (2.2) вдоль (1.2) при $u=u^+$, t_0, $q_0\in\Gamma(c)$, с учетом $u^+\in U$ находим неравенства

$$\int_{t_0}^{t^+}[(V^+)^{\cdot}-H^+(z^+,u^+,\cdot)]\,d\tau\leqslant-\int_{t_0}^{t^+}f_0(\cdot,u^+,c)\,d\tau\qquad (V^+[t^+]=0), \tag{2.4}$$

$$-\int_{t_0}^{t^+}[h_++(V^+)^{\cdot}]\,d\tau\geqslant\int_{t_0}^{t^+}f_0(\cdot,u^+,c)\,d\tau,\quad V^+[t_0]\geqslant\int_{t_0}^{t^+}[f_0(\cdot,u^+,c)+h_+]\,d\tau,$$

$$I^+\overset{\Delta}{=}I[u^+]\leqslant V^+-\int_{t_0}^{t^+}h_+\,d\tau=\int_{t_0}^{t^+}(f_0|_{z=z^+,\,u=u^+})\,d\tau.$$

Если $h_+\geqslant 0$, то из (2.4) следует $I^+\leqslant V^+$ или $\tilde{I}^+\leqslant\tilde{V}^+$ в переменных ξ. Заметим, что введение операции $\max\limits_z$ не только соответствует «игре против природы», но и дает искомую t,y-автономность субоптимального решения V^+, u^+.

Для поиска наилучшего вектора c на втором уровне агрегации замкнем систему (1.1) субоптимальным регулятором $u_+(t,\xi,c)=u^+|_{q\to\xi}$. Получим модель

$$\xi^{\cdot}=\Phi(t,\xi,c),\quad c^{\cdot}=0,\quad x^{(1)}[T]=0\quad (T\overset{\Delta}{=}t^+,\ u_+\in\tilde{U},\ \dim x^{(1)}=n_1), \tag{2.5}$$

$$\xi[t]\in C[t_0,T],\quad \xi_0\overset{\Delta}{=}\xi[t_0],\quad \Phi\overset{\Delta}{=}F|_{u=u_+}.$$

Примем, что пересечение $\bigcap\limits_{c\in\delta}\tilde{\Gamma}(c)\overset{\Delta}{=}\tilde{\Gamma}_0=\{0\leqslant t_0\leqslant\tilde{T}_*,\ |x_0|\leqslant\tilde{\eta}_*,\ |x_0^{(3)}|\leqslant\tilde{\gamma}_*\}$ непусто. Пусть $t_0,\xi_0\in\tilde{\Gamma}_0$. Поставим задачу минимизации по c точечного критерия субоптимальности вида

$$\tilde{I}^+=\int_{t_0}^{t^+}\Phi_0(\tau,\xi,c)\,d\tau\overset{\Delta}{=}\tilde{I}[u_+]\qquad (t^+=T[c],\ \Phi_0\overset{\Delta}{=}F_0|_{u=u_+}) \tag{2.6}$$

при дифференциальных и краевых условиях (2.5) со свободным T. Для ее автономизации введем эквивалентную расширенную ($x_{n+1} \equiv t$) систему

$$x^{\cdot}_0 = \Phi_0, \quad \xi^{\cdot} = \Phi, \quad x^{\cdot}_{n+1} = 1, \quad c^{\cdot} = 0 \quad (x^{(1)}[T] = 0) \tag{2.7}$$

и уравнения сопряженных переменных (импульсов)

$$p^{\cdot}_0 = -\partial H/\partial x_0 = 0, \quad p^{\cdot} = -\partial H/\partial \xi = -\partial G/\partial \xi,$$

$$p^{\cdot}_{n+1} = -\partial H/\partial x_{n+1} = -\partial G/\partial x_{n+1}, \quad p_0 = \mathrm{const}, \tag{2.8}$$

$$H = G + p_{n+1} + 0 \cdot \psi, \quad G = p_0 \Phi_0 + p \cdot \Phi, \quad \dim \psi = \dim c = m.$$

Из (2.7), (2.8) и условий трансверсальности [12, 13] имеем $n + n_1 + m + 1$ уравнений

$$(t_0 \leqslant t \leqslant T)$$

$$-\nu_s \frac{\partial G_s}{\partial t}\Big|_T = H[T] = H(t) = 0 \sim p_{n+1} + G = 0,$$

$$p_{n+1}(T) = \nu_s \frac{\partial G_s}{\partial x_{n+1}}\Big|_T = 0 \sim G(T) = 0,$$

$$p(T) = \nu_\sigma (\partial G/\partial x)_T \sim p_\sigma(T) = \nu_\sigma, \quad p_r(T) = 0 \quad (G_\sigma \equiv x_\sigma,\ s, \sigma = \overline{1, n_1}), \tag{2.9}$$

$$\psi(t_0) = 0, \quad \psi(T) = \int_{t_0}^{T} (\partial H/\partial c)\, d\tau = \int_{t_0}^{T} (\partial G/\partial c)\, d\tau = 0 \quad (r = \overline{n_1 + 1, n})$$

для определения $n + n_1 + m + 2$ неизвестных: импульсов при $t = T$, времени T и постоянных c, p_0, ν_σ $(p_0^2 + \sum\limits_{\sigma=1}^{n_1} \nu_\sigma^2 \neq 0)$, где последние заданы с точностью до множителя, $p_0 \leqslant 0$, причем $p_0 = -1$ в нормальном случае. Численное решение уравнений (2.7)—(2.9) дает значение оптимального вектора агрегации $c = c^+ = c^+(t, \xi)$ и уточненную оценку сверху оптимальной функции $\tilde{V} \leqslant \tilde{I}^+(t, \xi, c^+) \leqslant \tilde{I}^+(t, \xi, c)$ в предположении существования и единственности их решения. Однако из-за необходимости интегрировать $2n + m$ уравнений (2.7)—(2.9) и знать $z[t]$ вычисление $\tilde{I}^+$-оптимального c для каждой точки из $\tilde{\Gamma}_0$ превращается в сложную процедуру. Поэтому имеет смысл искать для (2.6) и (2.7) наилучший $c_{(s)}{}^+$ по $I_{(s)}$-объемному критерию субоптимальности

$$I^s_{(s)} = \int_{\tilde{\Gamma}_0} (\tilde{I}^+)^s d\omega, \quad I_\infty = \max_{\tilde{\Gamma}_0} \tilde{I}^+, \quad c^+_s = \mathrm{opt}\, c[I_{(s)}] \quad (s = 1, 2, \ldots, \infty). \tag{2.10}$$

Из необходимых условий вариационного исчисления для поиска $c_{(s)}{}^+$ — наилучшего по (2.10) значения — в неособенных случаях находим оптимальный параметр. Процесс поиска z^+, u^+ упрощается, если z-компонента ξ состоит из угловых переменных $\varphi_\mu \leqslant 2\pi$, $\mu = \overline{l + 1, n}$.

3. Способ агрегации внутренней (нестационарной) аппроксимацией Ω исходной области управления $\tilde{\Omega} = \{|u| \leqslant \varrho^0\}$, $\varrho^0 = \mathrm{const} > 0$. Для простоты ограничимся (в качестве примера) применением агрегирования к задаче оптимальной $x, x^{(1)}$-стабилизации, линейной по u системы с ядром интеграла качества, зависящим в новых переменных лишь от t, y, c

$$\xi^{\cdot} = X(t, \xi) + A(t, \xi)\, u, \quad R = \{t \geqslant 0,\ |x| \leqslant H\}, \quad R_0 = R \backslash x^{(1)} = 0, \tag{3.1}$$

$$I = \int_t^{t_1} f_0(\tau, y, c)\, d\tau \to \min_u \stackrel{\triangle}{=} \tilde{S}, \quad u \in \tilde{\Omega} = \{|u| \leqslant \varrho^0\}, \quad \varrho^0 = \mathrm{const} > 0.$$

Примем, что система (3.1) имеет известные $x, x^{(1)}$-информативные агрегаты $y_k(t,\xi,c)$ $(k=\overline{1,l}\ll n)$, которые вместе с (3.1) удовлетворяют условиям

$$y^{\cdot}|_{u=0}=Y(t,y,c)\Rightarrow y^{\cdot}=Y+B^{*}u \quad \left(B=A^{*}(\partial y/\partial\xi)^{*}=\begin{bmatrix}B_1\\ B_2\end{bmatrix}\right), \tag{3.2}$$

$$\operatorname{rank} B_1=l\overset{\triangle}{=}\dim y\leqslant \dim u\overset{\triangle}{=}r;\quad \inf_{R_0}\lambda_{+}>0,\quad \sup_{R_0}\lambda^{+}<\infty\quad(\forall c\in\delta),$$

где $0<\lambda_{+}$, λ^{+} — соответственно наименьший и наибольший корни уравнения

$$\det[C^{*}C-\lambda^{2}1_r^r]=0,\qquad |C|\neq 0,\qquad C\overset{\triangle}{=}\begin{bmatrix}B & \begin{matrix}0_l^{r-l}\\ 1_{r-l}^{r-l}\end{matrix}\end{bmatrix}\ \text{— матрица } (r\times r).$$

Внутреннюю нестационарную (зависящую от t,ξ) аппроксимацию Ω области $\tilde\Omega$ зададим симметрической «конической» функцией $\tilde\nu(u,\cdot)\overset{\triangle}{=}\nu(Cu)$ со свойствами (1.1) и неравенствами $\Omega=\{\nu(Cu)\leqslant\leqslant\nu_0=\mathrm{const}>0\}$, где $\nu_0=\varrho^0\mu_0$, $\mu_0=\min\limits_{e}\nu\cdot\inf_{R_0}\lambda_{+}>0$, $e=u/|u|$, $|e|=1$, $\mu^0=\max\limits_{e}\nu\cdot\sup\limits_{R_0}\lambda^{+}<\infty$. В силу (3.2) граница $\{u'\}$ области Ω лежит в кольце $\varrho_0\leqslant|u'|\leqslant\varrho^0$, $\dim\Omega=r$, $\varrho_0=\mathrm{const}>0$, причем $\varrho_0==\varrho^0\mu_0/\mu^0$.

При таком специальном выборе аппроксимации $\Omega\subseteq\tilde\Omega$ агрегирование (3.1) с учетом (3.2) исчерпывается заменой $\tilde\Omega$ на Ω $(t_1\not\equiv t'!)$ и дает систему

$$y^{\cdot}=Y(t,y,c)+B^{*}(t,\xi,c)u,\quad I'=\int_t^{t'}f_0\,d\tau\to\min_u\Rightarrow S(t,y,c)$$
$$(u\in\Omega,\ t_1\to t',\ I\to I') \tag{3.3}$$

с гамильтонианом, линейным по u на строго выпуклом Ω-компакте

$$H'=S_t+p\cdot Y+C^{*}\psi\cdot u\qquad (p\overset{\triangle}{=}S_y,\ \psi=(p,0)^{*},\ \dim\psi=\dim u=r). \tag{3.4}$$

Введем «коническую» функцию $W(u)\leftrightarrow\nu(v)$ равенством

$$W(u)=\max_{\nu(v)=1}(u\cdot v)\in\{\nu(u,\cdot)\}\ (\max_e{}^{-1}\nu\leqslant|u|^{-1}W\leqslant\min_e{}^{-1}\nu,\ e=|u|^{-1}u). \tag{3.5}$$

Из (3.3), (3.4) и конструкции $\tilde\nu(u,\cdot)\equiv\nu(Cu)$ следует, что уравнение Беллмана—Якоби для оптимальной функции S задачи (3.3) t,y-автономно и имеет размерность $l+1\ll n$

$$S_t+p\cdot Y-\nu_0 w(p)+f_0=0$$

$$\left(S|_{y^{(1)}=0}\equiv 0,\ \frac{\partial S}{\partial y_\alpha}\bigg|_{y^{(1)}=0}=0,\ w(p)\equiv W(\psi),\ \alpha=\overline{d+1,n}\right). \tag{3.6}$$

Субоптимальный регулятор системы (3.1)—(3.2), оптимальный для ее агрегированной формы (3.3), в общем случае зависит от всех переменных t,ξ, причем является граничным для области Ω и потенциальным по структуре

$$u' = u'(t, \xi, c) = -\nu_0 C^{-1} W_\psi. \qquad (3.7)$$

Вид u' определен в (3.7) решением уравнения (3.6) при условии $y, y^{(1)}$-стабилизации (3.3), что эквивалентно здесь $x, x^{(1)}$-стабилизации (3.1).

Используя формулы (2.5)—(2.10), можно аналогично предыдущему искать наилучший векторный параметр агрегации $c = c^0$ по точечному или объемному критерию субоптимальности. Замыкая (3.1) ее стабилизатором $\tilde{u}'(t, \xi, c^0)$, заданным (3.6) и (2.7), при этих критериях субоптимальности найдем для оптимальной функции $\bar{S}$ задачи (3.1) оценки сверху $\bar{S} \leqslant S(t, y, c^0)$, $\bar{S} \leqslant I[u'(\cdot, c^0)]$ $(\forall c^0 \in \delta)$.

В заключение отметим, что агрегирование системы (3.1) при условиях (3.2) сводится лишь к выбору специальной аппроксимации Ω области управления $\tilde{\Omega}$ при сохранении исходной модели.

ЛИТЕРАТУРА

1. Aoki, M., In: Optimization Methods for Large-Scale Systems, 5 Aggregation, McGraw Hill Book Company, New York, 1971, p. 191—232.
2. Ульм С. Ю., Автоматика и телемеханика, № 5, 27—32 (1972).
3. Земляков А. С., Матросов В. М., В кн.: Оптимальное и адаптивное управление, Саратов, Сарат. ун-т, 1977, с. 202—215.
4. Grujič, Lj. T., Gentina, I. C., Borne, P., Int. J. Control, **24**, № 4, 529—537 (1976).
5. Первозванский А. А., Гайцгори В. Г., Декомпозиция, агрегирование и приближенная оптимизация, М., «Наука», 1979, с. 154—244.
6. Кейс И., Изв. АН ЭССР, Физ. Матем., **26**, № 3, 243—251 (1977).
7. Кейс И., Изв. АН ЭССР, Физ. Матем., **28**, № 2, 107—114 (1979).
8. Красовский Н. Н., В кн.: Малкин И. Г. «Теория устойчивости движения», доп. 4, М., «Наука», 1966, с. 475—514.
9. Румянцев В. В., Прикл. мат. и мех., **34**, вып. 3, 440—456 (1970).
10. Демин В. Г., Фурасов В. Д., Прикл. мат. и мех., **40**, вып. 2, 355—359 (1976).
11. Кейс И., Изв. АН ЭССР, Физ. Матем., **27**, № 3, 274—288 (1978).
12. Моисеев Н. Н., Численные методы в теории оптимальных систем, М., «Наука», 1971, с. 32—34.
13. Болтянский В. Г., Математические методы оптимального управления, М., «Наука», 1966, с. 295—300.

Институт кибернетики
Академии наук Эстонской ССР

Поступила в редакцию
17/VI 1981

I. KEIS

DÜNAAMILISTE SÜSTEEMIDE REGULAATORITE SUBOPTIMAALNE SÜNTEES POORD- JA AGREGEERIMISMEETODIL

Artiklis on vaadeldud mittelineaarse dünaamilise süsteemi juhtimise ülesannet integraalse efektiivsusindeksi korral. Optimaalse sünteesi ülesande ligikaudseks lahendamiseks on esitatud kaks $l \ll n$-mõõtmelise süsteemi agregeerimisviisi. Neist esimesel on etteantud $V^+(t, y, c)$ potentsiaal ja tingimused (2.1), (2.2), teine lahendusviis baseerub spetsiaalsel kumera kompakti $\tilde{\Omega} \to \Omega$ teisendusel. On leitud suboptimaalsed regulaatorid u_+, u', funktsionaali $I[u_+]$ hinnangud (2.4) ning optimaalse agregeerimisvektori c määramise tingimused.

I. KEIS

THE SUBOPTIMAL CONTROL SYNTHESIS VIA INVERSION AND AGGREGATION IN MULTIDIMENSIONAL DYNAMICAL SYSTEMS

The optimal $x, x^{(1)}$-stabilization problem for large-scale n-dimensional nonlinear dynamical system is considered. For convenience the convex-compact domain of controls $\{u\}=\tilde{\Omega}$ is described by one conical function $\tilde{\nu}(u, \cdot)$. The principal scheme of the approach includes three following stages.

1. The introduction of the informative variables $y_k = y_k(t, \xi, c)$, $k=\overline{1,l} \ll n$ as the aggregates of the state-vector $\xi = (x^*, x^{(3)*})^*$, where $\delta \ni c$ — the constant aggregation vector.
2. The aggregation procedure covering both the model (1.1) and its performance index, respectively.
3. The optimal for the prescribed criterion c-choice.

Two new methods of aggregation are suggested in the paper. When $u^+ \in U \cap U''$, the first one is valid under the $\max\limits_{z}\min\limits_{u}$ conditions (2.1), (2.2) on the potential $V^+(t, y, c)$ and the system (1.2). Hence the suboptimal control u_+ and the inequalities (2.4) for the suboptimal function $I[u^+]$ are obtained. Necessary conditions for the choice of the vector c minimizing the criterion (2.6) are derived from (2.7)—(2.9).

The second method of aggregation is based on the special approximation of the initial domain $\tilde{\Omega} = \{|u| \leqslant \varrho^0\}$ for the linear in u system (3.1) with (3.2) properties. As a result, the suboptimal control (3.7) and $l+1$-dimensional Bellman-Jacoby equation (3.6) are obtained.