EESTI NSV TEADUSTE AKADEEMIA TOIMETISED. 29. KÖIDE
FÜÜSIKA * MATEMAATIKA. 1980, NR. 1

ИЗВЕСТИЯ АКАДЕМИИ НАУК ЭСТОНСКОЙ ССР. ТОМ 29
ФИЗИКА * МАТЕМАТИКА. 1980, № 1

https://doi.org/10.3176/phys.math.1980.1.11

УДК 62.50

И. КЕЙС

СУБОПТИМАЛЬНЫЙ СИНТЕЗ УПРАВЛЕНИЯ МЕТОДОМ ОБРАЩЕНИЯ И ПСЕВДОАВТОНОМНОСТИ

I. KEIS. JUHTIMISE SUBOPTIMAALNE SÜNTEES PÖÖRD- JA PSEUDOAUTONOOMSUSMEETODIL

I. KEIS. A SYNTHESIS OF SUBOPTIMAL CONTROL VIA INVERSE AND PSEUDOAUTONOMOUS METHODS

(Представлена Н. Алумяэ)

В работе продолжено построение регуляторов сложных систем [1-3].

Уравнения возмущений $x\equiv 0$ стабилизируемой по x^1, x' системы

$$\dot{x}=F(t,x,u),\quad 0\leqslant t,\quad x\in R=\{|x^1|\leqslant h_0\}=R_0\cup x'=0,$$
$$u=(u_\sigma)^*\in\Omega=\{g(u)\leqslant g_0\},\tag{1.1}$$

$$x^1=(x_i)^*,\quad x'=(x_j)^*,\quad x=(x_i,x_\nu)^*\quad (i=\overline{1,m^1},\quad j=\overline{1,m'},\quad \nu=\overline{m^1+1,n},$$
$$\sigma=\overline{1,r},\ m'\leqslant m^1)$$

с целью управления $\{x'=0\}$, нормой $g(u)$ $(g\in G)$ [1] и критерием

$$I=\int\limits_t^{t_1}F_0(\tau,x,u)\,d\tau\to\min_u(x'\to 0,\ t\to t_1-0,\ t_1=\min t'_1;\ u,F,F_0\in C(R_0))$$

рассмотрим в агрегирующих [2] переменных $y=(y_k(t,x,\alpha))^*$, $z=(z_s)^*$

$$\dot{y}=Y(t,\xi,u,\alpha),\ \dot{z}=Z(t,\xi,u,\alpha),\ D_0=\xi(R_0)=D\backslash y'=0\,(\xi=(y_k,z_s)^*),$$
$$I=\int\limits_t^{t_1}f_0\,d\tau\to\min_u,\quad f_0=F|_{x=x(\xi)},\quad \alpha=(\alpha_\mu)^*=\mathrm{const}\in\Delta_1(0,\varrho_1)\in E^{m_1},\tag{1.2}$$

$$y'=(y_q)^*,\ y''=(\dot{y}_\beta)^*,\ z=(z_s)^*(q=\overline{1,l_1},\ \beta=\overline{l_1+1,l},\ \mu=\overline{1,m_1},\ l\ll n),$$

где $\forall\varepsilon\leqslant d_0(h_0,\alpha)\ \exists\ \delta(t_0,z_0,\alpha,\varepsilon):|y|<\varepsilon,\ [t_0,t_1);\quad y'\to 0,\quad t\to t_1,\quad |y_0|\leqslant\delta$.

Агрегаты y и субоптимальные стабилизаторы u' системы (1.1) — функции t, измеряемых величин $h_k(t,x)$ $(k=\overline{1,l})$ и вектора агрегации α. Из оптимальной y,y'-устойчивости (1.2) в области $P(\alpha)=\{y'\neq 0,\ |y|\leqslant\delta(\alpha)\}$ при всяком $u'\in\{u'\}=U'$ имеем [2,3] оптимальную x^1,x'-стабилизацию (1.1) на $Q(\alpha)=x(P(\alpha))\subseteq R_0$.

1. Способ обращения производящим потенциалом $S^+(t,y,\alpha,\gamma)$. Пусть для $S^+\in C(D')$, $D'=\{D\times\Delta_1\times\Delta_2\}=D'_0\cup y'=0$ $(\gamma=\gamma_\lambda)^*\in\Delta_2(0,\varrho_2)$, $\lambda=\overline{1,m_2})$ $S^+\equiv 0$, $dS^+/\partial y''\equiv 0$

$(y'=0)$; $S^+ \in C_1(D'_0)$ существует и является единственной седловая точка z^+, u^+ гамильтониана системы (1.2)

$$H^+(z^+,u) \geqslant H^+(z^+,u^+) = \max_z \min_u H^+(z,u) \geqslant H^+(z,u^+) \; (H^+ \equiv H[S^+]), \tag{1.3}$$

$$u^+ = u^+(t,y,\alpha,\gamma) \in C(D'_0), \; u^+ \in \Omega, \; z^+ = z^+(t,y,\alpha,\gamma) \subset C(D'_0), \; z^+ \in D'_0,$$

$$H[S^+] = \partial S^+/\partial t + Y \cdot p^+ + f_0, \quad p_0^+ = \partial S^+/\partial t, \quad p^+ = \partial S^+/\partial y,$$

$$H^+(z^+,u^+) \equiv -h_+(t,y,\alpha,\gamma),$$

где вектор-функция $u^+(t,y,\alpha,\gamma)$ — стабилизатор системы (1.2), т. е. $u^+ \in U'$. Обозначим через $U'' = \{u''\}$ множество стабилизаторов агрегированной (1.2). Из (1.3) следует, что регулятор u^+ — субоптимальный [2, 3] для (1.2), если $U'' \ni u^+(t,y,\alpha,\gamma)$ — стабилизатор агрегированной из (1.2) системы

$$y^{\cdot}_+ = Y(t,y,z^+,u,\alpha), \quad I_+ = \int_t^{t_+} f_+ d\tau \to \min_u, \quad f_+ \equiv f_0|_{z=z^+} + h_+,$$

$$S^+ = \min_u I_+ = I_+(u^+) = \int_t^{t_+} \overset{+}{f}_+ d\tau \; (\overset{+}{f}_+ \equiv f_+|_{u=u^+}, \; h_+ \equiv -H^+(z^+,u^+)).$$

При этом S^+, $u^+[t]$, $z^+[t]$ — решение задачи оптимальной стабилизации

$$y^{\cdot} = Y(t,\xi,u,\alpha), \quad S^+ = \max_z \min_u I'_+, \quad u \in \Omega, \quad z \in D_0 (I'_+ = \int_t^{t'} (f_0 + h_+) d\tau),$$

$$S^+ \geqslant \min_u I'_+(z,u) \; (z, u \in C[t_0, t'), \; t' : y' \to 0, \; t \to t' - 0),$$

где наихудшая по I'_+ стратегия z^+ вообще не $z[t]$-компонента решения (1.2). Интегрируя величину $h_+ + H^+(u^+, z)$ вдоль (1.2) при $u = u^+ \in U' \cap U''$, находим из (1.3) для субоптимальной функции $I(u^+) \equiv I^+(t,\xi,\alpha,\gamma)$ оценки

$$I^+ = \int_t^{t^+} (f_0|_{u=u^+} + h_+) d\tau + \int_t^{t^+} H^+(z^+,u^+) d\tau \leqslant S^+ - \int_t^{t^+} h_+ d\tau = \int_t^{t^+} f_0(z^+,u^+) d\tau, \tag{1.4}$$

$$I^+ \leqslant S^+(t,y,\alpha,\gamma), \text{ если } H^+(z^+,u^+) \leqslant 0; \; t^+ = \min t^* : y' \to 0, \; t \to t^*;$$

$$H_+ \equiv H^+(z,u) + h_+.$$

Оптимальный по I^+ параметр γ^0 определим $\forall t_0, y_0, z_0, \alpha$ условиями [3], введя вектор $a = (a_\mu, \gamma_\lambda)^*$ ($\xi_0 = \xi[t_0]$, $\mu = \overline{1, m_1}$, $\lambda = \overline{1, m_2}$).

Условия оптимальности γ^0 упрощаются, если вместо точечной минимизации по критериям близости I^+ к I_{opt} [2, 3] найти γ^0 из требования локального минимума нормы $f_0(z^+, u^+)$ или $S^+(t,y,\alpha,\gamma)$ на $t \geqslant 0$, $|y| \leqslant \delta \leqslant d_0$, $\forall \alpha \in \Delta_1$ в мажорантах (1.4). Выберем γ^0. Тогда оптимизация по α субоптимального регулятора $u^+(t,y,\alpha,\gamma^0)$, заданного в (1.3) потенциалом S^+ при условиях (1.3), проводится согласно схеме [3] из условий теоремы Болтянского. Наилучший субоптимальный стабилизатор u_0^+ системы (1.1) находим из u^+ подстановкой $y = y(t,x,\alpha^0,\gamma^0)$, где $\alpha^0 = \alpha_{\text{opt}} = \alpha^0(t,\xi,\gamma^0)$.

2. Способ псевдоавтономности по y в агрегировании по функционалу. Предположим, что функции Y, f_0 представимы на D_0 в виде

$$Y = Y^0_1(t, y, \alpha) + A_1(t, y, \alpha)u + Y^0_2(t, \xi, \alpha) + A_2(t, \xi, \alpha)u + Y_2(t, \xi, u, \alpha), \quad (2.1)$$

$$f_0 = f^0_1(t, y, \alpha) + a_1(t, y, \alpha)\cdot u + f^0_2(t, \xi, \alpha) + a_2(t, \xi, \alpha)\cdot u + f_2(t, \xi, u, \alpha),$$

$$y^0_2|_{z=0} \equiv 0, \quad f^0_2|_{z=0} \equiv 0, \quad A_2|_{z=0} \equiv 0, \quad a_2|_{z=0} \equiv 0,$$

$$Y_2 = |u| E_2(\cdot|u), \quad f_2 = |u|\varepsilon_2(\cdot|u),$$

$$b \equiv A^*_1 p + a_1 \neq 0, \; E_2 \to 0, \; |u| \to 0, \; \varepsilon_2 \to 0, \; |u| \to 0 \; (p_0 = \partial S'/\partial t, \; p = \partial S'/\partial y),$$

$$A_1 = \|a^1_{k\sigma}\|, \; A_2 = \|a^{(2)}_{k\sigma}\|, \; a_1 = (a^1_\sigma)^*, \; a_2 = (a^{(2)}_\sigma)^* \; (k = \overline{1, l} \ll n, \sigma = \overline{1, r}),$$

где все элементы разложения (2.1) имеют необходимую гладкость. Агрегируя лишь по функционалу (1.2), заменим f_0 на новое ядро

$$f'_0 = f_0 + h',$$

$$I' = \int_t^{t'_1} f'_0\, d\tau \,(-h'(t, \xi, u, \alpha) \equiv f^0_2 + p\cdot Y^0_2 + (a_2 + A^*_2 p)\cdot u + p\cdot Y_2 + f_2). \quad (2.2)$$

Гамильтониан системы (1.2), (2.1), (2.2) с функционалом I' — t, y-автономная, линейная по u функция $H'(t, y, p_0, p, u, \alpha)$ вида

$$H' \equiv H[S'] = \partial S'/\partial t + f^0_1 + p\cdot Y^0_1 + b\cdot u \, (y \in D_0, \; u \in \Omega, \; b = A^*_1 p + a_1 \neq 0)$$

— достигает абсолютного минимума $H' = 0$ на экстремальном регуляторе

$$u' = -g_0 \partial g'/\partial b, \; g'(u) = \max_{g(v)=1}(v\cdot u) \; (g > 0, \; v \neq 0, \; g' > 0, \; u \neq 0,$$
$$g(u) = g(-u)),$$
$$g' \in G(u): g'(\lambda u) = |\lambda| g'(u), \; g'(u_2) - g'(u_1) > \nabla g'(u_1)\cdot(u_2 - u_1), \quad (2.3)$$
$$|u_1||u_2| > |(u_1\cdot u_2)|,$$

где функция S' определена уравнением порядка $l \ll n$ и условиями

$$\partial S'/\partial t + f^0_1(t, y, \alpha) + p\cdot Y^0_1(t, y, \alpha) - g_0 g'(A^*_1 p + a_1) = 0; \quad S' \equiv 0, \quad \partial S'/\partial y'' \equiv 0$$
$$(y' = 0). \quad (2.4)$$

Пусть (2.3) — стабилизатор системы (1.2). Тогда $u'(t, y, \alpha)$ — субоптимальный регулятор (1.2), так как $u' \in U' \cap U''$. Вид функции u' в (2.3) устанавливается решением (2.4). Минимизацию субоптимальной функции $I(u')$ по вектору агрегации α с целью поиска наилучшего α^0 можно проводить аналогично [3].

ЛИТЕРАТУРА

1. Кейс И., Изв. АН ЭССР, Физ. Матем., 26, № 1, 37—47 (1977).
2. Кейс И., Изв. АН ЭССР, Физ. Матем., 27, № 3, 274—288 (1978).
3. Кейс И., Изв. АН ЭССР, Физ. Матем., 28, № 2, 107—114 (1979).

Институт кибернетики
Академии наук Эстонской ССР

Поступила в редакцию
2/VII 1979