

И. КЕИС

СУБОПТИМАЛЬНЫЙ СИНТЕЗ УПРАВЛЕНИЯ МЕТОДОМ ОБРАЩЕНИЯ И ПСЕВДОАВТОНОМНОСТИ

I. KEIS. JUHTIMISE SUBOPTIMAALNE SONTES PÕORD- JA PSEUDOAUTONOOMSUSMEE-
TODIL

I. KEIS. A SYNTHESIS OF SUBOPTIMAL CONTROL VIA INVERSE AND PSEUDOAUTONOMOUS
METHODS

(Представлена Н. Алумяэ)

В работе продолжено построение регуляторов сложных систем [1-3].
Уравнения возмущений $x \equiv 0$ стабилизируемой по x^1 , x' системы

$$\begin{aligned} x' &= F(t, x, u), \quad 0 \leq t, \quad x \in R = \{|x^1| \leq h_0\} = R_0 \cup x' = 0, \\ u &= (u_\sigma)^* \in \Omega = \{g(u) \leq g_0\}, \end{aligned} \quad (1.1)$$

$$\begin{aligned} x^1 &= (x_i)^*, \quad x' = (x_j)^*, \quad x = (x_i, x_v)^* \quad (i = \overline{1, m^1}, \quad j = \overline{1, m'}, \quad v = \overline{m^1 + 1, n}, \\ &\quad \sigma = \overline{1, r}, \quad m' \leq m^1) \end{aligned}$$

с целью управления $\{x' = 0\}$, нормой $g(u)$ ($g \in G$) [1] и критерием

$$I = \int_t^{t_1} F_0(\tau, x, u) d\tau \rightarrow \min_u (x' \rightarrow 0, \quad t \rightarrow t_1 - 0, \quad t_1 = \min t'_1; \quad u, F, F_0 \in C(R_0))$$

рассмотрим в агрегирующих [2] переменных $y = (y_k(t, x, \alpha))^*$,
 $z = (z_s)^*$

$$y' = Y(t, \xi, u, \alpha), \quad z' = Z(t, \xi, u, \alpha), \quad D_0 = \xi(R_0) = D \setminus y' = 0 (\xi = (y_k, z_s)^*), \quad (1.2)$$

$$I = \int_t^{t_1} f_0 d\tau \rightarrow \min_u, \quad f_0 = F|_{x=x(\xi)}, \quad \alpha = (\alpha_\mu)^* = \text{const} \in \Delta_1(0, Q_1) \in E^{m_1},$$

$$y' = (y_q)^*, \quad y'' = (y_\beta)^*, \quad z = (z_s)^* (q = \overline{1, l_1}, \quad \beta = \overline{l_1 + 1, l}, \quad \mu = \overline{1, m_1}, \quad l \leq n),$$

где $\forall \varepsilon \leq d_0(h_0, \alpha) \exists \delta(t_0, z_0, \alpha, \varepsilon): |y| < \varepsilon, [t_0, t_1]; \quad y' \rightarrow 0, \quad t \rightarrow t_1, \quad |y_0| \leq \delta$.
Агрегаты y и субоптимальные стабилизаторы u' системы (1.1) —
функции t , измеряемых величин $h_k(t, x)$ ($k = \overline{1, l}$) и вектора агрега-
ции α . Из оптимальной y, y' -устойчивости (1.2) в области $P(\alpha) =$
 $= \{y' \neq 0, |y| \leq \delta(\alpha)\}$ при всяком $u' \in \{u'\} = U'$ имеем [2, 3] опти-
мальную x^1, x' -стабилизацию (1.1) на $Q(\alpha) = x(P(\alpha)) \subseteq R_0$.

1. Способ обращения производящим потенциалом
 $S^+(t, y, \alpha, \gamma)$. Пусть для $S^+ \in C(D')$, $D' = \{D \times \Delta_1 \times \Delta_2\} =$
 $= D'_0 \cup y' = 0 (\gamma = \gamma_\lambda)^* \in \Delta_2(0, Q_2), \quad \lambda = \overline{1, m_2} \quad S^+ \equiv 0, \quad dS^+/\partial y'' \equiv 0$

($y' = 0$); $S^+ \in C_1(D'_0)$ существует и является единственной седловой точкой z^+, u^+ гамильтониана системы (1.2)

$$H^+(z^+, u) \geq H^+(z^+, u^+) = \max_z \min_u H^+(z, u) \geq H^+(z, u^+) \quad (H^+ \equiv H[S^+]), \quad (1.3)$$

$u^+ = u^+(t, y, \alpha, \gamma) \in C(D'_0)$, $u^+ \in \Omega$, $z^+ = z^+(t, y, \alpha, \gamma) \in C(D'_0)$, $z^+ \in D'_0$,

$$H[S^+] = \partial S^+ / \partial t + Y \cdot p^+ + f_0, \quad p_0^+ = \partial S^+ / \partial t, \quad p^+ = \partial S^+ / \partial y,$$

$$H^+(z^+, u^+) \equiv -h_+(t, y, \alpha, \gamma),$$

где вектор-функция $u^+(t, y, \alpha, \gamma)$ — стабилизатор системы (1.2), т. е. $u^+ \in U'$. Обозначим через $U'' = \{u''\}$ множество стабилизаторов агрегированной (1.2). Из (1.3) следует, что регулятор u^+ — субоптимальный [2, 3] для (1.2), если $U'' \ni u^+(t, y, \alpha, \gamma)$ — стабилизатор агрегированной из (1.2) системы

$$y'_+ = Y(t, y, z^+, u, \alpha), \quad I_+ = \int_t^{t^+} \dot{f}_+ d\tau \rightarrow \min_u, \quad \dot{f}_+ \equiv \dot{f}_0|_{z=z^+} + h_+,$$

$$S^+ = \min_u I_+ = I_+(u^+) = \int_t^{t^+} \dot{f}_+ d\tau (\dot{f}_+ \equiv \dot{f}_+|_{u=u^+}, \quad h_+ \equiv -H^+(z^+, u^+)).$$

При этом S^+ , $u^+[t]$, $z^+[t]$ — решение задачи оптимальной стабилизации

$$y' = Y(t, \xi, u, \alpha), \quad S^+ = \max_z \min_u I'_+, \quad u \in \Omega, \quad z \in D_0 (I'_+ = \int_t^{t'} (\dot{f}_0 + h_+) d\tau),$$

$$S^+ \geq \min_u I'_+(z, u) \quad (z, u \in C[t_0, t'], \quad t' : y' \rightarrow 0, \quad t \rightarrow t' - 0),$$

где наихудшая по I'_+ стратегия z^+ вообще не $z[t]$ -компонента решения (1.2). Интегрируя величину $h_+ + H^+(u^+, z)$ вдоль (1.2) при $u = u^+ \in U' \cap U''$, находим из (1.3) для субоптимальной функции $I(u^+) \equiv I^+(t, \xi, \alpha, \gamma)$ оценки

$$I^+ = \int_t^{t^+} (\dot{f}_0|_{u=u^+} + h_+) d\tau + \int_t^{t^+} H^+(z^+, u^+) d\tau \leq S^+ - \int_t^{t^+} h_+ d\tau = \int_t^{t^+} \dot{f}_0(z^+, u^+) d\tau, \quad (1.4)$$

$$I^+ \leq S^+(t, y, \alpha, \gamma), \quad \text{если } H^+(z^+, u^+) \leq 0; \quad t^+ = \min t^* : y' \rightarrow 0, \quad t \rightarrow t^*;$$

$$H_+ \equiv H^+(z, u) + h_+.$$

Оптимальный по I^+ параметр γ^0 определим $\forall t_0, y_0, z_0, \alpha$ условиями [3], введя вектор $a = (a_\mu, \gamma_\lambda)^*$ ($\xi_0 = \xi[t_0]$, $\mu = 1, m_1$, $\lambda = 1, m_2$).

Условия оптимальности γ^0 упрощаются, если вместо точечной минимизации по критериям близости I^+ к I_{opt} [2, 3] найти γ^0 из требования локального минимума нормы $\dot{f}_0(z^+, u^+)$ или $S^+(t, y, \alpha, \gamma)$ на $t \geq 0$, $|y| \leq \delta \leq d_0$, $\forall \alpha \in \Delta_1$ в мажорантах (1.4). Выберем γ^0 . Тогда оптимизация по α субоптимального регулятора $u^+(t, y, \alpha, \gamma^0)$, заданного в (1.3) потенциалом S^+ при условиях (1.3), проводится согласно схеме [3] из условий теоремы Болтянского. Наилучший субоптимальный стабилизатор u_0^+ системы (1.1) находим из u^+ подстановкой $y = y(t, x, \alpha^0, \gamma^0)$, где $\alpha^0 = \alpha_{\text{opt}} = \alpha^0(t, \xi, \gamma^0)$.

2. Способ псевдоавтономности по y в агрегировании по функционалу. Предположим, что функции Y, f_0 представимы на D_0 в виде

$$Y = Y_1^0(t, y, \alpha) + A_1(t, y, \alpha)u + Y_2^0(t, \xi, \alpha) + A_2(t, \xi, \alpha)u + Y_2(t, \xi, u, \alpha), \quad (2.1)$$

$$f_0 = f_1^0(t, y, \alpha) + a_1(t, y, \alpha) \cdot u + f_2^0(t, \xi, \alpha) + a_2(t, \xi, \alpha) \cdot u + f_2(t, \xi, u, \alpha),$$

$$y_2^0|_{z=0} \equiv 0, \quad f_2^0|_{z=0} \equiv 0, \quad A_2|_{z=0} \equiv 0, \quad a_2|_{z=0} \equiv 0,$$

$$Y_2 = |u|E_2(\cdot|u), \quad f_2 = |u|\varepsilon_2(\cdot|u),$$

$$b \equiv A_1^*p + a_1 \neq 0, \quad E_2 \rightarrow 0, \quad |u| \rightarrow 0, \quad \varepsilon_2 \rightarrow 0, \quad |u| \rightarrow 0 \quad (p_0 = \partial S'/\partial t, \quad p = \partial S'/\partial y),$$

$$A_1 = \|a_{k\sigma}^1\|, \quad A_2 = \|a_{k\sigma}^{(2)}\|, \quad a_1 = (a_\sigma^1)^*, \quad a_2 = (a_\sigma^{(2)})^* \quad (k = \overline{1, l} \ll n, \sigma = \overline{1, r}),$$

где все элементы разложения (2.1) имеют необходимую гладкость. Агрегируя лишь по функционалу (1.2), заменим f_0 на новое ядро

$$f'_0 = f_0 + h',$$

$$I' = \int_t^{t_1} f'_0 d\tau (-h'(t, \xi, u, \alpha) \equiv f_2^0 + p \cdot Y_2^0 + (a_2 + A_2^*p) \cdot u + p \cdot Y_2 + f_2). \quad (2.2)$$

Гамильтониан системы (1.2), (2.1), (2.2) с функционалом I' — t, y -автономная, линейная по u функция $H'(t, y, p_0, p, u, \alpha)$ вида

$$H' \equiv H[S'] = \partial S'/\partial t + f_1^0 + p \cdot Y_1^0 + b \cdot u \quad (y \in D_0, \quad u \in \Omega, \quad b = A_1^*p + a_1 \neq 0)$$

— достигает абсолютного минимума $H' = 0$ на экстремальном регуляторе

$$u' = -g_0 \partial g'/\partial b, \quad g'(u) = \max_{g(v)=1} (v \cdot u) \quad (g > 0, \quad v \neq 0, \quad g' > 0, \quad u \neq 0, \\ g(u) = g(-u)), \quad (2.3)$$

$$g' \in G(u): g'(\lambda u) = |\lambda| g'(u), \quad g'(u_2) - g'(u_1) > \nabla g'(u_1) \cdot (u_2 - u_1),$$

$$|u_1| |u_2| > |(u_1 \cdot u_2)|,$$

где функция S' определена уравнением порядка $l \ll n$ и условиями

$$\partial S'/\partial t + f_1^0(t, y, \alpha) + p \cdot Y_1^0(t, y, \alpha) - g_0 g'(A_1^*p + a_1) = 0; \quad S' \equiv 0, \quad \partial S'/\partial y'' \equiv 0$$

$$(y' = 0). \quad (2.4)$$

Пусть (2.3) — стабилизатор системы (1.2). Тогда $u'(t, y, \alpha)$ — субоптимальный регулятор (1.2), так как $u' \in U' \cap U''$. Вид функции u' в (2.3) устанавливается решением (2.4). Минимизацию субоптимальной функции $I(u')$ по вектору агрегации α с целью поиска наилучшего α^0 можно проводить аналогично [3].

ЛИТЕРАТУРА

1. Кейс И., Изв. АН ЭССР, Физ. Матем., 26, № 1, 37—47 (1977).
2. Кейс И., Изв. АН ЭССР, Физ. Матем., 27, № 3, 274—288 (1978).
3. Кейс И., Изв. АН ЭССР, Физ. Матем., 28, № 2, 107—114 (1979).

Институт кибернетики
Академии наук Эстонской ССР

Поступила в редакцию
2/VII 1979