#### EESTI NSV TEADUSTE AKADEEMIA TOIMETISED. 28. KÕIDE FÜÜSIKA \* MATEMAATIKA. 1979, NR. 1

ИЗВЕСТИЯ АКАДЕМИИ НАУК ЭСТОНСКОЙ ССР. ТОМ 28 ФИЗИКА \* МАТЕМАТИКА. 1979, № 1

УДК 535.375.67

## Л. СОССИ

# ТЕОРЕТИЧЕСКИЙ СИНТЕЗ ИНТЕРФЕРЕНЦИОННОГО ПОКРЫТИЯ С ДВУМЯ УЗКИМИ ПОЛОСАМИ ПРОПУСКАНИЯ

#### (Представлена П. Кардом)

Синтез светофильтров с одной узкой полосой пропускания является уже решенной задачей. В этом плане речь может идти только о дальнейшем усовершенствовании метода. Напротив, синтез светофильтров с несколькими узкими полосами пропускания при заданных длинах волн до сих пор исчерпывающим образом не осуществлен. В данной работе и предлагается эффективный метод синтеза таких фильтров. Этот метод настолько общ, что его можно распространить на синтез фильтров с любым числом узких полос пропускания. Здесь мы покажем его применение к синтезу фильтра с двумя полосами пропускания.

Будем исходить из общего метода синтеза интерференционных покрытий, изложенного в [1, 2]. В этих работах показано, что заданная зависимость величины A(k) = R(k)/T(k) (R(k) и T(k) — коэффициенты отражения и пропускания соответственно, k — волновое число) может быть реализована неоднородным слоем с показателем преломления n(x), зависящим от удвоенного оптического пути света x, согласно формуле

$$n(x) = n(0) \exp\left\{\frac{2}{\pi} \left[\int_{0}^{\infty} \frac{P(k)}{k} \sin kx \, dk + \int_{0}^{\infty} \frac{Q(k)}{k} (1 - \cos kx) \, dk\right]\right\}.$$
 (1)

Здесь P(k) и Q(k) — любые четная и нечетная функции, удовлетворяющие соотношению

$$P^{2}(k) + Q^{2}(k) = A(k).$$
<sup>(2)</sup>

Коэффициент пропускания T(k) выражается через характеристику A(k), в силу равенства R + T = 1, формулой

$$T = 1/(A + 1).$$
 (3)

Отсюда видно, что для получения фильтра с несколькими полосами пропускания в заданных точках спектра нужно, чтобы A было возможно большим везде, кроме точек, где находятся полосы пропускания. В этих точках должно быть A = 0.

Учитывая формулу (2), видим, что этим требованиям наилучшим образом удовлетворяет выбор P(k) и Q(k) в виде скачкообразно изменяющихся ступенчатых функций, графики которых пересекают ось k в точках пропускания.



Между этими точками P(k) и Q(k) должны иметь большие значения, в остальном же их поведение несущественно; в частности, они могут быть постоянными, хотя это не обязательно. В любом случае большие значения P(k) и Q(k) гарантируют близость T(k) к нулю (см. рис. 1).

После того как P(k) и Q(k) тем или иным образом выбраны, можем по формуле (1) найти n(x), т. е. показатель преломления неоднородного слоя, реализующего требуемую спектральную характеристику.

#### Синтез

Применим теперь изложенный метод к синтезу светофильтра с двумя узкими полосами пропускания. Примем отношение пропускаемых частот равным 1,185 и обозначим волновые числа, при которых должны находиться полосы пропускания, через k<sub>1</sub> и 1,185 k<sub>1</sub>.

Выберем

$$Q(k) = 0 \tag{4}$$

и положим (см. рис. 2)

 $P(k) = \begin{cases} C, \text{ если } 0,85k_1 \leq k < k_1, 1,185k_1 < k < 1,4k_1; \\ 0, \text{ если } k = k_1, k = 1,185k_1; \\ -C, \text{ если } k_1 < k < 1,185k_1. \end{cases}$ (5)

Этот выбор означает, что областью высокого отражения должен стать интервал [0,85 k<sub>1</sub>; 1,4 k<sub>1</sub>].

Вычисляя по формуле (1) n(x), находим

$$n(x) = n(0) \exp\left\{\frac{2C}{\pi} \left[-\text{Si}(0,85k_1x) + 2\text{Si}(k_1x) - 2\text{Si}(1,185k_1x) + \text{Si}(1,4k_1x)\right]\right\}.$$
(6)

Перейдем ко второму этапу синтеза, т. е., согласно [1, 2], к аппроксимации функции n(x) ступенчатой кривой, наиболее точно имитирующей ход n(x). Полученная в результате аппроксимации дискретно-слоистая последовательность должна приближенно реализовать заданную характеристику.

Если в формуле (6) примем n(0) = 1,86 и  $2C/\pi = 2$ , то n(x) получит вид, изображенный на рис. 3 (x < 0) и на рис. 4 (x > 0), причем n(x) = n(0)/n(-x). На этих же рисунках показана и аппроксимация n(x) ступенчатой кривой. До  $|k_1x| < 30$  аппроксимация проводится ступенчатой кривой, а после  $|k_1x| > 30$  показатель преломления изменяется мало и поэтому принимается постоянным. Получается 20-слой-



Л. Сосси

-		
	220	/
-	ис	
	110	•

Таблица 1

Номер слоя	Оптическая толщина слоя, λ <sub>1</sub> /2π	Показатель преломления	Показатель преломления слоев при ограни- ченном выборе их значений (4 значения)
	_	1,74	1,61
1	1,71	2,07	2,10
2	1,54	1,54	1,61
3	1,33	2,45	2,45
4	1,40	1,35	1,38
5	1,36	2,53	2,45
6	1,30	1,49	- 1,38
7	1,14	2,04	
8	0,97	1,84	2,10 (толщина слоя 3,21)
9	1,10	2,01	_
10	1,26	1,60	1,61
11	1,26	2,15	2,10
12	1,10	1,72	
13	0,97	1,89	1,61 (толщина слоя 3,21)
14	1,14	1,70	- (2)
15	1,30	2,32	2,45
16	1,36	1,37	1,38
17	1,40	2,59	2,45
18	1,33	1,40	1,38
19	1,54	2,25	2,10
20	1,71	1,68	1,61
	-	1,99	2,10
	A Low of the local state of the	and an address of the second	

ная система, параметры которой приведены в табл. 1. Коэффициент пропускания этой системы показан сплошной линией на рис. 5. Как и ожидалось, мы получили фильтр, сильно отражающий в интервале [0,85k<sub>1</sub>; 1,4k<sub>1</sub>], но имеющий полосы пропускания при волновых числах 0,986k<sub>1</sub> и 1,171k<sub>1</sub>, причем отношение их равно 1,187. Относительные ширины  $\Delta k/k$  полос пропускания оказываются равными 0,017 и 0,015.



В полученном фильтре имеется 22 различных значения показателей преломления. Но так как выбор веществ с различными коэффициентами преломления практически ограничен, то целесообразно осуществлять аппроксимацию с использованием только реальных значений показателей преломления. Выберем четыре значения:  $n_1 = 1,38$ ,  $n_2 = 1,61$ ,  $n_3 = 2,10$  и  $n_4 = 2,45$ . Этими значениями заменим теперь мало отличающиеся от них другие значения в предыдущей аппроксимации (см. третий столбец в табл. 1). Иными словами, будем проводить аппроксимацию n(x) дискретно-слоистой системой, задав наперед допустимые четыре значения показателей преломления.

Такой подход уменьшает и число слоев, так как уравнивание показателей преломления соседних слоев означает слияние их в один. Фактически в двух местах три слоя объединяются в один. Получается 16-слойная система, коэффициент пропускания которой изображен на рис. 5 прерывистой линией.

Эта характеристика, как оказывается, мало отличается от характеристики предыдущего результата синтеза, где на показатели преломления никаких ограничений не накладывалось. Полосы пропускания находятся теперь около точек  $0,9915k_1$  и  $1,1800k_1$ , причем отношение этих чисел равно 1,189.

Рассмотренный пример показывает, что характеристики фильтров данного типа малочувствительны к изменению показателей преломления.

Сделаем еще одно замечание относительно выбора исходной среды. В нашем синтезе ограничивающие среды характеризуются показателями преломления 1,61 и 2,10. Удобнее, однако, иметь в качестве покрытия, наносимого на данную подложку, интерференционную пленку, а в качестве исходной среды — воздух (или вакуум) с показателем преломления 1,00. Этого можно достичь, превратив одну из ограничивающих сред в дополнительный слой и наложив поверх него просветляющий слой. Сделаем это со стороны среды с показателем преломления 2,10. Получим в результате вместо 16-слойной системы 18-слойную (добавляется слой с показателем преломления 2,10 и просветляющий слой). Спектральная характеристика новой системы выразится формулой

$$R/T = \frac{R_1 + R_2 + 2\sqrt{R_1R_2}\cos[\varphi(k) + 2kn_{17}h]}{\sqrt{T_1T_2}}$$

(см., напр., [<sup>3</sup>]), где индекс 1 относится к первоначальной системе, индекс 2 — к просветляющему слою, а  $\varphi(k)$  — фазовый множитель, сложным образом зависящий от параметров обенх частей. Так как  $R_2 \approx 0$ , то  $R/T \approx R_1/T_1$ , т. е. характеристика окончательной просветленной системы мало отличается от характеристики первоначальной.

JI. Coccu

			Таблица 2
Номер слоя	Показатель преломления	Оптическая толщина слоя, λ <sub>1</sub> /2π	Оптическая толщина слоя, $\lambda_1/4$
1 2 3 4 5 6 7 8 9 10 11 12 13 14 15 16 17 18	$1,61 \\ 2,10 \\ 1,61 \\ 2,45 \\ 1,38 \\ 2,45 \\ 1,38 \\ 2,10 \\ 1,61 \\ 2,10 \\ 1,61 \\ 2,45 \\ 1,38 \\ 2,45 \\ 1,38 \\ 2,45 \\ 1,38 \\ 2,10 \\ 1,61 \\ 2,10 \\ 1,61 \\ 2,10 \\ 1,38 \\ 1,00 \\ $		$\begin{array}{c}$

Конечно, область максимального просветления необходимо выбрать между полосами пропускания при  $k = 1,092k_1$ . При  $n_{17} = 2,1$  однослойное просветляющее покрытие должно иметь толщину в четверть длины волны и показатель преломления  $\sqrt{2,10} = 1,440$ . Без значительного ухудшения просветления заменим это значение близким значением  $n_{18} =$ = 1,38. Остается выбрать толщину 17-го слоя. Здесь достаточно использовать метод проб. Как показывают расчеты, искомая толщина оказывает наибольшее влияние на отношение волновых чисел в полосах пропускания. Оно задано нами равным 1,185.

При толщине просветляющего слоя  $1,44/k_1$  наименьшее отклонение отношения частот 1,185 получается при  $k_1 n_{17} h_{17} = 1,95$ . Полосы пропускания располагаются в этом случае при  $0.993k_1$  и  $1.180k_1$ , а отношение этих чисел равно 1,1878.

Окончательные результаты даны в табл. 2, где приведены параметры покрытия, и на рис. 6, где показан коэффициент пропускания T(k). Как видно, покрытие удовлетворяет всем поставленным требованиям. Полосы пропускания имеют относительную ширину 0,013 и 0,012. Для видимого света ширина полос должна быть порядка 5-10 нм.

#### ЛИТЕРАТУРА

- Сосси Л., Изв. АН ЭССР, Физ. Матем., 23, № 3, 229—237 (1974).
   Сосси Л., Изв. АН ЭССР, Физ. Матем., 26, № 1, 28—36 (1977).
   Кард П., Анализ и синтез многослойных интерференционных пленок, Таллин, «Валгус», 1971.

Тартуский государственный иниверситет

Поступила в редакцию 24/VI 1977

L. SOSSI

#### KAHE KITSA LÄBILASKERIBAGA INTERFERENTSKATTE **TEOREETILINE SÜNTEES**

Murdumisnäitaja n(x) sõltuvus kahekordsest optilise tee pikkusest x on avaldatud P(k)ja Q(k) kaudu; nendeks võjvad olla mistahes funktsioonid, mis rahuldavad seost

$$P^{2}(k) + Q^{2}(k) = \frac{1}{T(k)} - 1,$$

kus T(k) kirjeldab läbilaskvuskoefitsiendi sõltuvust lainearvust k. Kitsaste läbilaskeribadega interferentskatete korral on P(k) ja Q(k) kuju analoogi-line joonisel 1 esitatuga. Kahe riba korral annavad P(k) ja Q(k) (kirjeldatud valemi-tega (4), (5) ja joonisel 2) murdumisnäitaja n(x) (6). n(x) on aproksimeeritud disk-reetse kõveraga. Saadud 18-kihilise katte parameetrid on toodud tabelis 2. Katte läbilaskeribad asuvad  $k_1=0,993k_0$  ja  $k_2=1,180k_0$  ümbruses, seega  $k_2/k_1=1,1878$ (nõutud oli, et  $k_2/k_1=1,1850$ ). Ribade suhtelised laiused on  $\Delta k_1/k_1=0,013$  ja  $\Delta k_2/k_2=$ 

=0.012.

L. SOSSI

### THEORETICAL DESIGN OF THE INTERFERENCE COATING WITH TWO NARROW SPECTRAL TRANSMISSION BANDS

Dependence of the refractive index on the double optical path length x is expressed by P(k) and Q(k) (1), P(k) and Q(k) being any functions which satisfy the equation

$$P^{2}(k) + Q^{2}(k) = \frac{1}{T(k)} - 1,$$

where T(k) is the transmittance function depending on the wave number k. In case of interference coatings with narrow spectral transmission bands, the form of the functions Therefore coatings with harrow spectral transmission bands, the form of the functions P(k) and Q(k) is similar to that represented in Figure 1. In case of two transmission bands, P(k) and Q(k) being described by the formulas (4), (5) and Figure 2, the refractive index n(x) is given by (6). When n(x) is approximated by a discrete curve, the calculated parameters of an 18-layer coating are shown in Table 2. The coating has transmission bands at  $k_1$ =0.993 $k_0$  and  $k_2$ =1.180 $k_0$ , therefore  $k_2/k_1$ =1.1878 (the required quotient was  $k_2/k_1$ =1.1850). Transmission intervals are  $\Delta k_1/k_1$ =0.013 and  $\Delta k_2/k_2$ =0.012.