EESTI NSV TEADUSTE AKADEEMIA TOIMETISED. 25. KÖIDE
FÜÜSIKA * MATEMAATIKA. 1976, NR. 1

ИЗВЕСТИЯ АКАДЕМИИ НАУК ЭСТОНСКОЙ ССР. ТОМ 25
ФИЗИКА * МАТЕМАТИКА. 1976, № 1

https://doi.org/10.3176/phys.math.1976.1.13

УДК 531.18

П. КАРД

К ОБОСНОВАНИЮ РЕЛЯТИВИСТСКИХ ПОНЯТИЙ МАССЫ И ИМПУЛЬСА

P. KARD. MASSI JA IMPULSI RELATIVISTLIKE MÕISTETE PÕHJENDAMISEST

P. KARD. ON THE FOUNDATION OF RELATIVISTIC NOTIONS OF MASS AND MOMENTUM

Когда говорят о релятивистской массе, то имеют в виду обычно только формулу

$$m(v) = m_0(1 - v^2/c^2)^{-1/2}, \tag{1}$$

определяющую зависимость массы тела от его скорости. А так как масса света этой формуле не подчиняется, то легко возникает представление, что свет «по-настоящему» массы не имеет. Об этом свидетельствуют имеющиеся в литературе мнения. Мы не говорим здесь о чисто терминологическом воззрении (см. [1–3]), когда термином «масса» обозначается только масса покоя, формулы (1) нет и эквивалентность массы и энергии относится только к энергии покоя. Но вот, например, П. Г. Бергман [4] и М.-А. Тоннела [5] массы света тоже не упоминают, хотя пользуются формулой (1) и не ограничивают понятия массы одной массой покоя. Многие авторы (см., напр., [6–8]) массу света, правда, вводят, но делают это более или менее формально, понимая ее почти только как величину, эквивалентную энергии. Другие вовсе отрицают массу света (см. [9–11]), приводя в поддержку своего мнения разнообразные, но одинаково уязвимые доводы. Эту крайнюю точку зрения следует, конечно, отличать от вышеупомянутого терминологического воззрения.

С подобной недооценкой понятия массы света согласиться невозможно. Нами было неоднократно показано [12–16], что это понятие обладает исключительной методической и дидактической мощью. Если вообще правомерна развиваемая Ю. И. Соколовским [17, 18] идея онтодидактики, то мы вправе в качестве одной из твердых опор этой идеи рассматривать понятие массы света. Мы показали также, что это понятие возникает в результате простого и естественного обобщения первоначального понятия массы, с которым имеет дело классическая механика. Притом это обобщение не является по природе релятивистским, так как оно не зависит от основных постулатов теории относительности и легко осуществляется уже в рамках классической механики [19].

Все эти соображения заставляют нас искать такого обоснования релятивистских понятий массы и импульса, в котором формула (1), относящаяся только к телам, но не к свету, выступала бы как вторичный, частный результат. В настоящем сообщении нашей целью и является изложение такого метода. Он отличается значительной простотой, несколько уступая в этом отношении только другим нашим недавно предложенным методам [12, 13, 15, 16]. Другой особенностью излагаемого здесь нового метода является то, что вместо требования выполнения законов сохранения массы и импульса в любой инерциальной системе в нем используется более слабое требование. Оно состоит в линейности формул преобразования компонентов импульса и массы при переходе из одной инерциальной системы в другую. Это требование, как легко видеть, является необходимым для того, чтобы сохранение массы и импульса в одной инерциальной системе влекло за собой сохранение этих величин и в любой другой инерциальной системе. Но оно само по себе не означает, что масса и импульс действительно сохраняются.

Вместо формулы (1) будем искать формулы преобразования массы и импульса. В традиционном изложении эти формулы выводятся с помощью формулы (1) после того, как та уже найдена. Мы хотим обратить эту последовательность. Это позволяет нам с самого начала говорить о массе как о величине, характеризующей любой материальный объект, не конкретизируя, является ли этот объект телом или светом или еще чем-либо иным.

Мы не считаем ни возможным, ни нужным давать заранее исчерпывающее определение понятий массы и импульса. Достаточно учитывать только часть содержания этих понятий. Именно, будем исходить из того, что масса m и импульс $\mathbf{p}$ характеризуют любой движущийся материальный объект, будучи связаны друг с другом соотношением

$$\mathbf{p}=m\mathbf{u}, \tag{2}$$

где $\mathbf{u}$ — скорость объекта. Подчеркнем, что формула (2) полностью согласуется с классическими понятиями массы и импульса, так что соответствующая часть содержания классических понятий целиком переходит и в содержание новых, релятивистских понятий. Однако формула (2) содержит с самого начала больше, чем классическая формула того же вида, ибо последняя относится только к телам, а мы обобщаем ее на любой движущийся объект.

Приступая к выводу, направим, как обычно, ось x вдоль относительного движения двух инерциальных систем. Перепишем формулу (2) раздельно для x- и y-компонентов в обеих инерциальных системах:

$$\begin{aligned} p_x &= mu_x, \\ p_y &= mu_y \end{aligned} \tag{3}$$

и

$$\begin{aligned} p'_x &= m'u'_x, \\ p'_y &= m'u'_y. \end{aligned} \tag{4}$$

Далее воспользуемся формулами преобразования компонентов скорости:

$$\begin{aligned} u'_x &= (u_x - v)\,(1 - u_x v/c^2)^{-1}, \\ u'_y &= u_y (1 - v^2/c^2)^{1/2} (1 - u_x v/c^2)^{-1}, \end{aligned} \tag{5}$$

где v — скорость штрихованной системы относительно нештрихованной. Выражая в этих формулах компоненты скорости через компоненты импульса и массу, находим:

$$\begin{aligned} p'_x &= m'(p_x - mv)\,(m - p_x v/c^2)^{-1}, \\ p'_y &= m'p_y (1 - v^2/c^2)^{1/2} (m - p_x v/c^2)^{-1}. \end{aligned} \tag{6}$$

В силу линейности преобразований из первой формулы (6) заключаем:

$$\begin{aligned} p'_x &= \gamma(p_x - mv), \\ m' &= \gamma(m - p_x v/c^2), \end{aligned} \tag{7}$$

а вторая формула принимает тогда вид

$$p'_y = \gamma p_y (1 - v^2/c^2)^{1/2}. \tag{8}$$

Здесь γ — не зависящая от m и $\mathbf{p}$ постоянная. Она может зависеть только от скорости v, причем, в силу изотропности пространства,

$$\gamma(-v)=\gamma(v). \tag{9}$$

Для нахождения γ удобен прием, примененный в [20] при выводе преобразований Лоренца. Напишем формулу обратного преобразования массы из штрихованной системы в нештрихованную. Согласно (9),

$$m=\gamma(m'+p'_x v/c^2). \tag{10}$$

Подставляя сюда в правую часть вместо m' и p_x' их выражения (7), находим

$$\gamma=(1-v^2/c^2)^{-1/2}. \tag{11}$$

Подставляя это выражение в формулы (7) и (8), находим окончательно искомые формулы преобразования:

$$\begin{aligned} p'_x&=(p_x-mv)(1-v^2/c^2)^{-1/2},\\ p'_y&=p_y,\\ p'_z&=p_z,\\ m'&=(m-p_x v/c^2)(1-v^2/c^2)^{-1/2}. \end{aligned} \tag{12}$$

Формула зависимости массы тела от скорости получается отсюда, если принять $\mathbf{p}=0$. Тогда $m=m_0$, $m'=m(v)$ и четвертая формула (12) принимает вид (1). Но формулы (12) содержат больше. Они применимы также к материальным объектам, движущимся со скоростью света (напр., к самому свету). Такие объекты лишены покоя во всякой инерциальной системе. Вместо формулы (1) для них из четвертой формулы (12) получаем

$$m'=m(1-(v/c)\cos\alpha)(1-v^2/c^2)^{-1/2}, \tag{13}$$

где α — угол, образуемый скоростью $\mathbf{v}$ с импульсом $\mathbf{p}$. Это — известная формула эффекта Допплера.

ЛИТЕРАТУРА

1. Ландау Л. Д., Лифшиц Е. М., Теория поля, Изд. 6-е, М., 1973.
2. Синг Дж. Л., Общая теория относительности, М., 1963.
3. Джексон Дж., Классическая электродинамика, М., 1965.
4. Бергман П. Г., Введение в теорию относительности, М., 1947.
5. Тоннела М.-А., Основы электромагнетизма и теории относительности, М., 1962.
6. Фейнман Р., Лейтон Р., Сэндс М., Фейнмановские лекции по физике I, М., 1965, с. 139.
7. Киттель Ч., Найт У., Рудерман М., Механика (Берклеевский курс физики, т. I), М., 1971.
8. Мякишев Г. Я., Буховцев Б. Б., Физика. Учебное пособие для 10 класса средней школы, Изд. 2-е, М., 1973.
9. Угаров В. А., Специальная теория относительности, М., 1969, гл. VII.
10. Угаров В. А., Физика. Сб. научно-методических статей, вып. 2, М., 1972, с. 6—11.
11. Бунге М., Философия физики, М., 1975, с. 41, 157.
12. Kard P., Nõukogude Kool, 1974, nr. 2, lk. 144.
13. Kard P., Nõukogude Kool, 1975, nr. 3, lk. 225.
14. Kard P., Nõukogude Kool, 1975, nr. 5, lk. 408.
15. Кард П. Г., В кн.: 5-й зональный семинар-совещание по методике преподавания физики в высших учебных заведениях Белорусской, Латвийской, Литовской, Эстонской ССР и Калининградской области РСФСР (тезисы докладов) 5—7 июня 1974 г., Калининград, 1974, с. 49.
16. Кард П., Изв. АН ЭССР, Физ. Матем., 24, 305 (1975).
17. Соколовский Ю., Учитель и наука, Известия, № 136, 13/VI 1972.
18. Соколовский Ю., Сколько стоит время? Известия, № 280, 29/XI 1973.
19. Кард П., Изв. АН ЭССР, Физ. Матем., 25, 15 (1976).
20. Яворский Б. М., Пинский А. А., Основы физики, т. 1, Изд. 2-е, М., 1974, с. 110.

Тартуский государственный университет

Поступила в редакцию 11/VII 1975