

<https://doi.org/10.3176/phys.math.1975.1.09>

УДК 621.314.263

Тийу САККОС, Р. ПЯРН

## ПРЕДЕЛЬНЫЕ ЭНЕРГЕТИЧЕСКИЕ ПОКАЗАТЕЛИ ДВУХТАКТНОГО МАГНИТНОГО УДВОИТЕЛЯ ЧАСТОТЫ

Основными энергетическими показателями, характеризующими эффективность применения различных типов преобразователей параметров электрической энергии, являются относительная расчетная мощность и коэффициент мощности, причем под предельными энергетическими показателями понимаются их теоретически возможные значения.

Как было показано в [1], рабочий режим двухтактного магнитного удвоителя частоты (МУЧ) зависит от величины сопротивления нагрузки. Следовательно, предельные энергетические показатели МУЧ целесообразно определять для всего диапазона изменения нагрузки, тем более, что реальный двухтактный МУЧ во многих встречающихся в практике случаях работает именно в режиме изменяющегося сопротивления нагрузки. Примером такой нагрузки служит плазмотрон.

Относительная расчетная мощность двухтактного МУЧ определяется как отношение суммы полных мощностей первичной цепи и цепей нагрузки и подмагничивания элементарного магнитного удвоителя к мощности нагрузки. В силу принятых в [1] предположений, относительная расчетная мощность имеет вид

$$\Pi_* = \frac{U_1(I_1 + I_2 + I_0)}{U_2 I_2}, \quad (1)$$

где  $U_1$ ,  $U_2$  — действующие значения напряжения питания и выходного напряжения МУЧ;  $I_1$ ,  $I_2$  — действующие значения токов первичной цепи и цепи нагрузки;  $I_0$  — ток подмагничивания.

Действующие значения токов и напряжений для различных режимов работы двухтактного МУЧ можно получить на основе выражений мгновенных значений соответствующих токов и напряжений, приведенных в [1].

Для проведения анализа в относительных величинах в качестве базовых значений напряжения и тока выбираем

$$U_0 = 2U_1 = \sqrt{2}U_{1m} \quad \text{и} \quad I_0 = I_0$$

и сопротивления

$$r_0 = \frac{U_0}{I_0} = \frac{\sqrt{2}U_{1m}}{I_0} = r_{2кр}. \quad (2)$$

Тогда

$$\Pi_* = \frac{I_{1*} + I_{2*} + 1}{2I_{2*}^2 r_{2*}}. \quad (3)$$

Действующее значение тока нагрузки в диапазоне  $r_{2кр*} \leq r_{2*} \leq \infty$

$$I_{2*} = \sqrt{\frac{2 + \pi}{2\pi r_{2*}^2}}. \quad (4)$$

Для  $r_{2п*} \leq r_{2*} \leq r_{2кр*}$

$$I_{2*} = \sqrt{\frac{r_{2*}^2 (\pi - 4\beta) + 2\beta + \cos 2\alpha - \cos 2\beta}{\pi r_{2*}^2}}, \quad (5)$$

причем

$$\beta = \arcsin r_{2*} - \frac{\pi}{4} \quad (6)$$

и

$$\alpha = \arcsin \left[ \left( 1 + \beta - \frac{\pi}{4} \right) \cos \beta - \left( 1 - \beta + \frac{\pi}{4} \right) \sin \beta \right]. \quad (7)$$

В диапазоне  $0 \leq r_{2*} \leq r_{2п*}$

$$I_{2*} = \sqrt{\frac{4r_{2*}^2 (\gamma - \alpha) + \pi + 2\alpha - 2\gamma + \cos 2\alpha + \cos 2\gamma}{2\pi r_{2*}^2}}, \quad (8)$$

причем

$$\gamma = \frac{3\pi}{4} - \arcsin r_{2*}, \quad (9)$$

а зависимость  $\alpha = f(\gamma)$  выражается в виде

$$3 \sin \alpha - \cos \alpha = (1 - \gamma + \alpha) \sin \gamma - (1 + \gamma - \alpha) \cos \gamma. \quad (10)$$

Нетрудно показать, что действующее значение тока первичной цепи во всем диапазоне изменения нагрузки определяется выражением

$$I_{1*} = \sqrt{I_{2*}^2 + 1} \quad (11)$$

и выходное напряжение двухтактного удвоителя — выражением

$$U_{2*} = I_{2*} r_{2*}. \quad (12)$$

Теперь с учетом (11) находим относительную расчетную мощность

$$\Pi_* = \frac{\sqrt{I_{2*}^2 + 1} + I_{2*} + 1}{2I_{2*}^2 r_{2*}}. \quad (13)$$

На основе полученных выражений (4)–(12) по формуле (13) можно рассчитать значения относительной расчетной мощности во всем диапазоне изменения нагрузки от холостого хода до короткого замыкания. Результаты расчета, на основе которых на рис. 1 показана зависимость  $\Pi_* = f(r_{2*})$ , приведены в табл. 1. На рис. 2 изображены зависимость первичного тока от тока нагрузки  $I_{1*} = f(I_{2*})$  и внешняя характеристика

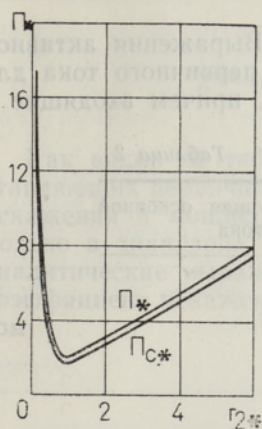


Рис. 1.

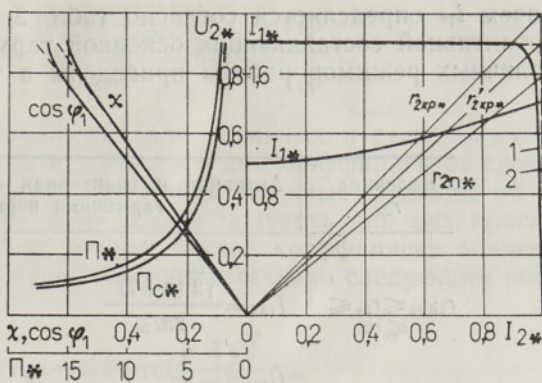


Рис. 2.

Таблица 1

$r_{2*}$	Переменный ток нагрузки		Выпрямленный и сглаженный ток нагрузки	
	$P_*$	$P_{c*}$	$P_*$	$P_{c*}$
0	$\infty$	$\infty$	$\infty$	$\infty$
0,1	17,11	14,17	17,07	14,14
0,2	8,57	7,10	8,54	7,07
0,3	5,73	4,75	5,69	4,71
0,5	3,46	2,86	3,41	2,83
0,79	2,21	1,83	2,16	1,79
0,9	2,02	1,67	1,90	1,57
1,0	1,99	1,65	2,00	1,66
2,0	3,12	2,68	3,14	2,71
3,0	4,30	3,83	4,34	3,86
5,0	6,71	6,21	6,77	6,27
10,0	12,80	12,27	12,92	12,39
$\infty$	$\infty$	$\infty$	$\infty$	$\infty$

$U_{2*} = f(I_{2*})$  (кривая 1) двухтактного МУЧ, рассчитанные также на основе выражений (4)–(12).

Ввиду несинусоидальности первичного тока двухтактного МУЧ его коэффициент мощности следует определять через коэффициенты искажения  $k_{и}$  и сдвига  $\cos \varphi_1$ , для чего необходимо найти первую (основную) гармонику первичного тока.

Разложив кривую первичного тока в ряд Фурье, получим амплитуду активной составляющей основной гармоники первичного тока

$$I_{1a*} = \frac{2}{\pi} \int_0^{\pi} i_{1*} \sin \omega t \, d\omega t \tag{14}$$

и амплитуду реактивной составляющей основной гармоники

$$I_{1p*} = \frac{2}{\pi} \int_0^{\pi} i_{1*} \cos \omega t \, d\omega t, \tag{15}$$

причем  $i_{1*}$  определяется согласно табл. 2 в [1]. Выражения активной и реактивной составляющих основной гармоники первичного тока для различных режимов работы приведены в табл. 2, причем входящие в

Таблица 2

Величина $r_{2*}$	Активная и реактивная составляющие основной гармоники первичного тока
$r_{2kp*} \leq r_{2*} \leq \infty$	$I_{1a*} = \frac{\sqrt{2}(\pi+2)}{2\pi r_{2*}}$ $I_{1p*} = -\frac{4}{\pi}$
$r_{2п*} \leq r_{2*} \leq r_{2kp*}$	$I_{1a*} = \frac{4}{\pi} \left[ \frac{\sqrt{2}}{4r_{2*}} (2\beta + \cos 2\alpha - \cos 2\beta) + \right.$ $\left. + \cos \beta - \sin \beta - \sin \alpha \right]$ $I_{1p*} = -\frac{1}{\pi} \left( \frac{\sqrt{2}}{r_{2*}} \sin 2\alpha + 4 \cos \alpha \right)$
$0 \leq r_{2*} \leq r_{2п*}$	$I_{1a*} = \frac{2}{\pi} \left[ \frac{\sqrt{2}}{4r_{2*}} (\pi + 2\alpha - 2\gamma + \cos 2\alpha - \cos 2\gamma) - \right.$ $\left. - 3 \sin \alpha + \cos \alpha + \sin \gamma - \cos \gamma \right]$ $I_{1p*} = -\frac{2}{\pi} \left[ \frac{\sqrt{2}}{r_{2*}} (\sin 2\alpha + \sin 2\gamma) + \right.$ $\left. + 4(\sin \alpha + 3 \cos \alpha - \sin \gamma - \cos \gamma) \right]$

них значения  $\alpha$ ,  $\beta$  и  $\gamma$  в зависимости от величины  $r_{2*}$  определяются из (6), (7), (9) и (10).

Угол сдвига основной гармоники имеет вид

$$\varphi_1 = \psi_u - \psi_{i(1)},$$

где  $\psi_u$  — начальная фаза напряжения питания,  $\psi_{i(1)}$  — начальная фаза основной гармоники первичного тока. Так как  $\psi_u = 0$ , то

$$\varphi_1 = -\psi_{i(1)} = -\arctg \frac{I_{1p*}}{I_{1a*}} \quad (16)$$

и коэффициент сдвига

$$\cos \varphi_1 = \cos \arctg \frac{I_{1p*}}{I_{1a*}} \quad (17)$$

Коэффициент искажения принимает вид

$$k_{\text{и}} = \frac{\sqrt{I_{1a*}^2 + I_{1p*}^2}}{\sqrt{2}I_1} \quad (18)$$

и коэффициент мощности — вид

$$\chi = k_{\text{н}} \cos \varphi_1 = \frac{\sqrt{I_{1a}^2 + I_{1p}^2}}{\sqrt{2}I_{1a}} \cos \arctg \frac{I_{1p}}{I_{1a}} \quad (19)$$

Как видно из табл. 2, выражения для активных и реактивных составляющих первичного тока, а тем самым и для коэффициентов сдвига, искажения и мощности представляют собой сложные функции от  $r_{2^*}$ . Только в диапазоне  $r_{2\text{кр}^*} \leq r_{2^*} \leq \infty$  можно получить для них простые аналитические выражения. Так, в этом случае коэффициент сдвига и коэффициент искажения определяются соответственно следующим образом:

$$\cos \varphi_1 = \cos \arctg \frac{4\sqrt{2}}{\pi+2} r_{2^*},$$

$$k_{\text{н}} = \sqrt{\frac{(\pi+2)^2 + 32r_{2^*}^2}{2\pi(\pi+2+2\pi r_{2^*}^2)}}.$$

Расчитанные значения коэффициентов сдвига, искажения и мощности приведены в табл. 3.

Таблица 3

$r_{2^*}$	Переменный ток нагрузки			Выпрямленный и сглаженный ток нагрузки		
	$\cos \varphi_1$	$k_{\text{н}}$	$\chi$	$\cos \varphi_1$	$k_{\text{н}}$	$\chi$
0	0	0,900	0	0	0,900	0
0,1	0,078	0,900	0,070	0,079	0,900	0,071
0,2	0,157	0,899	0,141	0,157	0,900	0,141
0,3	0,234	0,899	0,211	0,236	0,900	0,212
0,5	0,389	0,898	0,349	0,393	0,900	0,354
0,792	0,610	0,895	0,546	0,622	0,900	0,560
0,9	0,665	0,899	0,598	<b>0,707</b>	<b>0,900</b>	<b>0,637</b>
1,0	<b>0,673</b>	<b>0,902</b>	<b>0,607</b>	0,669	0,900	0,602
2,0	0,414	0,901	0,373	0,410	0,900	0,370
3,0	0,290	0,901	0,261	0,287	0,900	0,259
5,0	0,179	0,900	0,161	0,177	0,900	0,160
10,0	0,091	0,900	0,081	0,090	0,900	0,081
$\infty$	0	0,900	0	0	0,900	0

Примечание. Набранные полужирным шрифтом значения  $\cos \varphi_1$ ,  $k_{\text{н}}$  и  $\chi$  соответствуют критическому сопротивлению нагрузки.

Полученные результаты относятся к двухтактному МУЧ с отдельными обмотками подмагничивания. В случае совмещения обмоток выходной цепи и обмоток подмагничивания относительная расчетная мощность двухтактного МУЧ описывается равенством

$$P_{c^*} = \frac{\sqrt{I_{2^*}^2 + 1}}{I_{2^*} r_{2^*}} \quad (20)$$

Результаты расчета  $P_{c^*}$  приведены в табл. 1 и зависимость  $P_{c^*} = f(r_{2^*})$  показана на рис. 1.

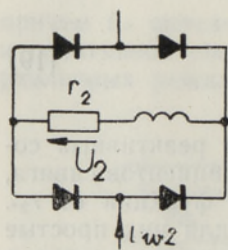


Рис. 3.

Рассмотрим теперь двухтактный МУЧ, работающий на активную нагрузку через выпрямитель и сглаживающий фильтр (дроссель) (рис. 3). Такой вариант встречается в практике при питании плазмотрона постоянным током.

В случае идеального фильтра в зависимости от величины сопротивления нагрузки  $r_2$  при неизменном токе подмагничивания  $I_0$  состояния сердечников чередуются согласно табл. 4, в которой цифрой «1» обозначено насыщенное и цифрой «0» — ненасыщенное состояния сердечников.

Таблица 4

Величина $r_2$	Интервал	Номер сердечника			
		I	II	III	IV
$r'_{2кр} \leq r_2 \leq \infty$ (рис. 3)	$0 \leq \omega t \leq \pi/2$	0	1	1	0
	$\pi/2 \leq \omega t \leq \pi$	1	0	1	0
$0 \leq r_2 \leq r'_{2кр}$ (рис. 3)	$\alpha \leq \omega t \leq \pi/2 + \alpha$	0	0	1	0
	$\pi/2 + \alpha \leq \omega t \leq \pi + \alpha$	1	0	0	1

Уравнения э. д. с. и токов для отдельных состояний сердечников двухтактного МУЧ приведены в табл. 5, на основе которых на рис. 4 показаны кривые первичного тока и тока выходных обмоток для обоих режимов работы удвоителя.

Как видно из рис. 4, благодаря влиянию идеального фильтра, токи МУЧ имеют прямоугольную форму, причем в диапазоне  $r'_{2кр} \leq r_2 \leq \infty$  мгновенное значение тока выходных обмоток, а тем самым и его действующее значение равняются среднему значению тока нагрузки в схеме без фильтра, т. е.  $I_{\omega 2} = I_{2cp} = \frac{U_{2cp}}{r_2}$ . Так как в схеме без фильтра со-

гласно [2]  $U_{2cp} = \frac{4U_{1m}}{\pi}$ , то в схеме с идеальным фильтром действующее значение тока выходных обмоток в относительных величинах имеет вид

$$I_{\omega 2^*} = I_{2^*} = \frac{2\sqrt{2}}{\pi r_{2^*}}. \quad (21)$$

В диапазоне  $0 \leq r_2 \leq r'_{2кр}$  ток нагрузки  $I_2 = I_0$ , т. е.  $I_{2^*} = 1$  независимо от величины сопротивления. Изменяется только величина угла  $\alpha$ , соответствующего моменту перехода сердечников из ненасыщенного состояния в насыщенное. Зависимость  $\alpha = f(r_2)$  определяется из условия, что среднее значение э. д. с. одного сердечника за период напряжения питания должно равняться нулю

$$\frac{1}{2\pi} \int_{\alpha}^{2\pi+\alpha} e_1 d\omega t = 0. \quad (22)$$

Согласно условию (22)  $\alpha = f(r_{2^*})$  получается в виде

$$\cos \alpha - \sin \alpha = \frac{\sqrt{2}\pi}{4} r_{2^*}$$

Таблица 5

Величина	Состояние сердечников			
	0010	0110	1000	1010
$e_{I}$	$-\frac{1}{2} [U_{1m} (\sin \omega t - \cos \omega t) + I_0 r_2]$	$-U_{1m} \sin \omega t$	0	0
$e_{II}$	$\frac{1}{2} [U_{1m} (\sin \omega t + \cos \omega t) - I_0 r_2]$	0	$U_{1m} \sin \omega t$	$U_{1m} \sin \omega t$
$e_{III}$	0	0	$\frac{1}{2} [U_{1m} (\sin \omega t - \cos \omega t) - I_0 r_2]$	0
$e_{IV}$	$U_{1m} \cos \omega t$	$U_{1m} \cos \omega t$	$\frac{1}{2} [U_{1m} (\sin \omega t + \cos \omega t) - I_0 r_2]$	$U_{1m} \cos \omega t$
$i_{w2}$	$-I_0$	$-\frac{4U_{1m}}{\pi r_2}$	$I_0$	$\frac{4U_{1m}}{\pi r_2}$
$i_{11}$	0	$\frac{4U_{1m}}{\pi r_2} - I_0$	$2I_0$	$\frac{4U_{1m}}{\pi r_2} + I_0$
$i_{12}$	$2I_0$	$\frac{4U_{1m}}{\pi r_2} + I_0$	0	$-\frac{4U_{1m}}{\pi r_2} + I_0$

или

$$\alpha = \frac{\pi}{4} - \arcsin \frac{\pi r_{2*}}{4} \quad (23)$$

Критическое сопротивление  $r'_{2кр*}$ , соответствующее изменению режима работы МУЧ, можно определить из (23), подставив в него  $\alpha = 0$ :

$$r'_{2кр*} = \frac{2\sqrt{2}}{\pi}$$

Выражения основных величин, характеризующих двухтактный МУЧ при его работе через выпрямитель и идеальный сглаживающий фильтр на активную нагрузку, сведены в табл. 6.

Как видно из табл. 1 и 3, сглаживание выходного тока двухтактного МУЧ практически не влияет на предельные значения основных энергетических показателей, поэтому приведенные на рис. 1 зависимости  $\Pi_* = f(r_{2*})$  справедливы и для схемы с фильтром. Относительная расчетная мощность имеет минимум при критическом сопротивлении нагрузки.

Согласно (21) в диапазоне  $r'_{2кр*} \leq r_{2*} \leq \infty$  выходное напряжение  $U_{2*} = I_{2*} r_{2*} = \frac{2\sqrt{2}}{\pi}$  и не зависит от величины сопротивления нагрузки.

Таким образом, в случае идеального фильтра внешняя характеристика двухтактного МУЧ имеет прямоугольную форму (рис. 2, кривая 2), при

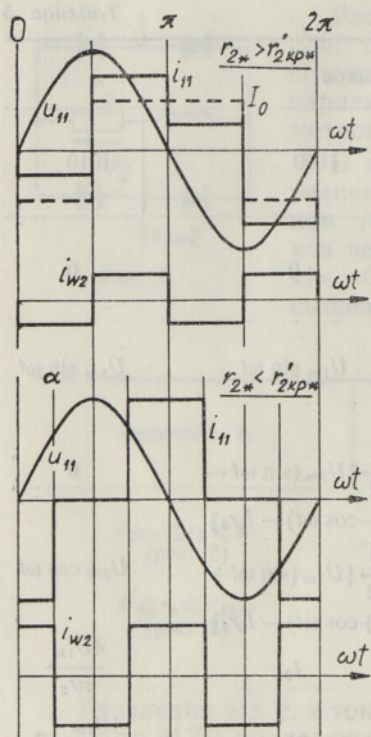


Рис. 4.

Величина	$r'_{2кр*} \leq r_{2*} \leq \infty$	$0 \leq r_{2*} \leq r'_{2кр*}$
$I_{2*}$	$\frac{2\sqrt{2}}{\pi r_{2*}}$	1
$I_{1*}$	$\frac{1}{\pi r_{2*}} \sqrt{\pi^2 r_{2*}^2 + 8}$	$\sqrt{2}$
$P_*$	$\frac{\pi}{16} (\sqrt{\pi^2 r_{2*}^2 + 8} + \pi r_{2*} + 2\sqrt{2})$	$\frac{2 + \sqrt{2}}{2r_{2*}}$
$P_{с*}$	$\frac{\pi}{8} \sqrt{\pi^2 r_{2*}^2 + 8}$	$\frac{\sqrt{2}}{r_{2*}}$
$I_{1а*}$	$\frac{8\sqrt{2}}{\pi^2 r_{2*}}$	$\frac{4}{\pi} (\cos \alpha - \sin \alpha)$
$I_{1р*}$	$-\frac{4}{\pi}$	$-\frac{4}{\pi} (\cos \alpha + \sin \alpha)$
$k_{\pi}$	$\frac{2\sqrt{2}}{\pi}$	$\frac{2\sqrt{2}}{\pi}$
$\cos \varphi_1$	$\cos \arctg \frac{\pi r_{2*}}{2\sqrt{2}}$	$\cos \arctg \frac{\cos \alpha + \sin \alpha}{\cos \alpha - \sin \alpha}$
$\chi$	$k_{\pi} \cos \varphi_1$	$k_{\pi} \cos \varphi_1$

$r_{2*} \geq r'_{2кр*}$  он служит источником напряжения, при  $r_{2*} \leq r'_{2кр*}$  — источником тока.

В случае использования двухтактного МУЧ в качестве источника питания плазмотрона практически наибольший интерес представляют изменения относительной расчетной мощности и коэффициентов сдвига и мощности в начале крутопадающей части внешней характеристики МУЧ. На рис. 2 приведены их зависимости от выходного напряжения для схем с переменным (сплошные линии), а также с выпрямленным и сглаженным выходными токами (прерывистые линии). Видно, что с уменьшением выходного напряжения в 2 раза относительная расчетная мощность увеличивается примерно в 2,5 раза, а коэффициенты сдвига и мощности в то же время уменьшаются примерно в 2 раза.

Наконец, следует отметить, что, используя совмещенные обмотки подмагничивания и выходной цепи, можно достичь некоторого уменьшения относительной расчетной мощности, что при работе двухтактного МУЧ на крутопадающей части внешней характеристики составляет примерно 1,2 раза.

## ЛИТЕРАТУРА

1. Саккос Т., Изв. АН ЭССР, Физ. Матем., 24 63 (1975).
2. Саккос Т. Ю., Исследование регулируемых магнитных удвоителей частоты с самоподмагничиванием, Автореф. канд. дис., Таллин, 1973.



Tiiu SAKKOS, R. PÄRN

**KAHETAKTILISE MAGNETSAGEDUSKAHEKORDISTI ENERGEETILISED  
PIIRNÄITAJAD**

Analüüsitakse koormustakistuse mõju nii eraldi kui ka ühildatud eelmagneetimis-  
ia väljundmähistega kahetaktilise magnetsageduskahekordisti energeetilistele piirnäita-  
jatele juhul, kui kordisti väljundvool on vahelduv või alaldatud ja silutud. On leitud  
suhtelise arvutusliku võimsuse ning moonutus-, nihke- ja võimsusteguri sõltuvus koor-  
mustakistuse suuruselt.

Tiiu SAKKOS, R. PÄRN

**POWER LIMIT INDICES OF THE TWO-CYCLE MAGNETIC  
FREQUENCY DOUBLER**

The influence of load resistance on the power limit indices of the two-cycle magnetic  
frequency doublers with separate and joint premagnetization and output windings in  
the case of output current being alternative or rectified and smoothed, is analysed.  
Expressions of the rating, distortion, displacement, and the power factor in dependence  
on the value of load resistance, are presented.

(1) 
$$U_{\text{max}} = U_{\text{m}} \sqrt{1 + \frac{R_{\text{L}}}{R_{\text{L}} + R_{\text{L}}}} = U_{\text{m}} \sqrt{1 + \frac{R_{\text{L}}}{2R_{\text{L}}}} = U_{\text{m}} \sqrt{1 + \frac{1}{2}}$$

(2) 
$$U_{\text{max}} = U_{\text{m}} \sqrt{1 + \frac{R_{\text{L}}}{R_{\text{L}} + R_{\text{L}}}} = U_{\text{m}} \sqrt{1 + \frac{R_{\text{L}}}{2R_{\text{L}}}} = U_{\text{m}} \sqrt{1 + \frac{1}{2}}$$

(3) 
$$U_{\text{max}} = U_{\text{m}} \sqrt{1 + \frac{R_{\text{L}}}{R_{\text{L}} + R_{\text{L}}}} = U_{\text{m}} \sqrt{1 + \frac{R_{\text{L}}}{2R_{\text{L}}}} = U_{\text{m}} \sqrt{1 + \frac{1}{2}}$$

... (The rest of the page contains faint, mostly illegible text and mathematical symbols.)