

<https://doi.org/10.3176/phys.math.1973.1.10>

УДК 620.91

Л. ВАЙК

## СРАВНЕНИЕ МЕТОДОВ ПЛАНИРОВАНИЯ ЭКСПЕРИМЕНТОВ ДЛЯ ОПРЕДЕЛЕНИЯ ЭНЕРГОЭКОНОМИЧЕСКОЙ ХАРАКТЕРИСТИКИ ТОПЛИВНО-ЭНЕРГЕТИЧЕСКОГО БАЛАНСА РАЙОНА

В [1,2] изложен метод использования центрально-композиционного планирования, а в [3] — метод неполного квадратичного планирования для определения энергоэкономической характеристики (ЭЭХ) топливно-энергетического баланса (ТЭБ) района. Необходимо сравнить эти методы и определить области их применения с точки зрения учета дополнительного ограничения, налагаемого постоянством полезного потребления энергии в районе.

### 1. Ограничение, вызываемое полезным потреблением энергии

При оптимизации ТЭБ суммарное полезное потребление энергии  $Q = \sum_j Q_j$  ( $j$  — порядковый номер потребителя) после оптимального распределения между потребителями выделенных району ресурсов топлива задается формулой

$$Q = \sum_{i=1}^{n+1} \eta_i x_i = \sum_{i=1}^n \eta_i x_i + \eta_{n+1} x_{n+1}. \quad (1)$$

Здесь  $i$  — порядковый номер вида топлива;  $n+1$  — замыкающее ТЭБ района топливо;  $n$  — число эффективных видов топлива;  $\eta_i$  — средний к.п.д. использования  $i$ -го топлива всеми потребителями, кому по оптимальному плану выделен данный вид топлива, т. е.

$$\eta_i = \frac{\sum_l \eta_{il} x_{il}}{\sum_l x_{il}}, \quad (2)$$

где  $l$  — потребители, использующие  $i$ -й вид топлива;  $x_i$  — количество  $i$ -го вида топлива (т у. т.);  $x_{n+1}$  — количество замыкающего топлива (т у. т.).

До оптимизации неизвестно, какие виды топлива будут потребители получать. Поэтому определить величину среднего к.п.д. использования  $i$ -го топлива  $\eta_i$  до оптимизации ТЭБ невозможно.

При определении энергоэкономической характеристики ТЭБ района исходной является базисная точка, определяемая ресурсами топлива, полученными при оптимизации ТЭБ страны. После оптимизации ТЭБ базисного варианта известно распределение ресурсов топлива между потребителями. Это позволяет определить  $\eta_i$  базисного варианта.



Если допустить, что  $\eta_i$  при варьировании ресурсов в пределах интервала  $\pm l_i$  существенно не изменяется, то при определении сетки точек экспериментальных расчетов для оптимизации ТЭБ можно условно принять  $\eta_i = \text{const}$ , а величины средних к.п.д. использования топлива расчитать по данному базисному варианту.

В этих условиях (при  $\eta_i = \text{const}$ ) выражение (1) представляет собой уравнение гиперплоскости полезного потребления энергии, а выражение

$$B = \sum_i x_i \quad (3)$$

— уравнение гиперплоскости потребления топлива.

В силу  $\eta_1 \neq \eta_2 \neq \dots \neq \eta_n$  гиперплоскость потребления топлива не параллельна гиперплоскости полезного потребления энергии.

## 2. Максимально возможная область планирования при учете ограничения, вызываемого полезным потреблением

Пусть для базисного варианта ТЭБ задано

$$Q = \sum_{i=1}^n \eta_i x_i + \eta_{n+1} x_{n+1} = \text{const}. \quad (4)$$

Требуется, чтобы базисная точка находилась в центре сетки точек планирования экспериментальных расчетов.

При выборе основных параметров сетки точек экспериментальных расчетов можно исходить из следующих методов планирования.

а) При центрально-композиционном планировании и увеличении использования эффективных видов топлива может быть осуществлено только за счет вытеснения из ТЭБ замыкающего топлива  $n+1$ . Количество полезной энергии, покрываемое замыкающим топливом, равно  $\eta_{n+1} x_{n+1} = Q_{n+1}$ . В матрице центрально-композиционного планирования имеется вариант, когда все эффективные виды топлива находятся одновременно на верхнем уровне, т. е.

$$\sum_{i=1}^n \eta_i (x_i + l_i) = \sum_{i=1}^n (\eta_i x_i + \eta_i l_i). \quad (5)$$

При равном распределении  $Q_{n+1}$  между эффективными видами топлива максимально возможное увеличение  $i$ -го вида топлива в ТЭБ (максимальный интервал варьирования  $i$ -го ресурса топлива) составляет

$$l_i^{\max} = \frac{1}{n} \cdot \frac{\eta_{n+1}}{\eta_i} x_{n+1} = \frac{1}{n} \Delta x_i^{\max}, \quad (6)$$

где  $\Delta x_i^{\max}$  — максимально возможное увеличение  $i$ -го ресурса при полном вытеснении замыкающего топлива и при постоянстве ресурсов остальных видов топлива.

Тогда максимальные и минимальные ресурсы видов топлива при планировании экспериментальных расчетов по оптимизации ТЭБ выражаются соответственно формулами

$$x_i^{\max} = x_i + l_i = x_i + \frac{1}{n} \cdot \frac{\eta_{n+1}}{\eta_i} x_{n+1}, \quad (7)$$

$$x_i^{\min} = x_i - l_i = x_i - \frac{1}{n} \cdot \frac{\eta_{n+1}}{\eta_i} x_{n+1}. \quad (8)$$



Как видно из выражений (7) и (8), величина максимального интервала варьирования ресурсов топлива зависит не только от количества замыкающего топлива, но и от числа эффективных видов топлива в ТЭБ. Чем больше число последних, тем меньше возможный интервал варьирования ресурсов.

б) При неполном квадратичном планировании базисная точка, если она должна находиться в центре области планирования, не является точкой сетки планирования.

При неизменных количествах всех остальных видов топлива максимальному увеличению  $i$ -го вида топлива соответствует полное вытеснение замыкающего топлива из ТЭБ, т. е.

$$\Delta x_i^{\max} = \frac{\eta_{n+1}}{\eta_i} x_{n+1}. \quad (9)$$

Из условия нахождения базисной точки в центре сетки точек планирования вытекает, что минимальное количество  $i$ -го вида топлива

$$x_i^{\min} = x_i - \frac{\eta_{n+1}}{\eta_i} x_{n+1}. \quad (10)$$

Максимальное количество  $i$ -го топлива по этому методу планирования соответствует случаю, когда все остальные  $n - 1$   $k$ -х видов топлива находятся на минимальных уровнях и замыкающее топливо полностью вытеснено  $i$ -м топливом. В этом случае максимально возможное увеличение  $i$ -го вида топлива за счет уменьшения количества каждого  $k$ -го вида топлива выражается зависимостью

$$\left( \frac{\eta_{n+1}}{\eta_k} \cdot x_{n+1} \right) \frac{\eta_k}{\eta_i} = \frac{\eta_{n+1}}{\eta_i} x_{n+1} = \Delta x_i^{\max}. \quad (11)$$

Поскольку число остальных видов топлива равно  $n - 1$  плюс замыкающее топливо, то суммарное максимально возможное увеличение использования  $i$ -го ресурса будет равно

$$[(n - 1) + 1] \Delta x_i^{\max} = n \Delta x_i^{\max} \quad (12)$$

и максимальное количество  $i$ -го вида топлива

$$x_i^{\max} = x_i + n \Delta x_i^{\max}. \quad (13)$$

Тогда максимально возможный интервал варьирования  $i$ -го вида топлива определяется из формулы

$$l_i^{\max} = \frac{1}{2} (x_i^{\max} - x_i^{\min}) = \frac{1}{2} (n + 1) \Delta x_i^{\max}, \quad (14)$$

т. е. интервал варьирования ресурсов увеличивается с увеличением числа видов топлива в ТЭБ.

### 3. Сравнение методов планирования

В таблице сравнение методов центрально-композиционного и неполного квадратичного планирования произведено по количеству вариантов в матрице планирования, по числу точек, находящихся на гиперплоскости потребления топлива, и по максимально возможному интервалу варьирования ресурсов топлива.



Учитывая (14) и (6), получим отношение максимально возможных интервалов варьирования ресурсов топлива при неполном квадратичном и центрально-композиционном планировании

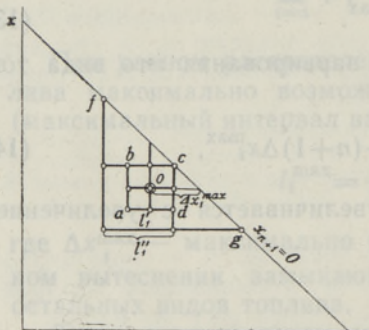
$$\frac{l_k''^{\max}}{l_k^{\max}} = \frac{1}{2} n(n+1). \quad (15)$$

Показатели	Формула	Количество факторов (видов топлива) $n$				
		2	3	4	5	6
А. Количество вариантов при центрально-композиционном планировании						
Общее	$N = 2^n + 2n + 1$	9	15	25	43	77
На гиперплоскости потребления		1	1	1	1	1
Б. Количество вариантов при неполном квадратичном планировании						
Общее	$N = C_{n+1}^2 + n + 1$	6	10	15	21	28
На гиперплоскости потребления	$C_{n+1}^2$	3	6	10	15	21
В. Отношение максимально возможных интервалов при неполном квадратичном и центрально-композиционном планировании	$\frac{l_k''^{\max}}{l_k^{\max}} = \frac{n(n+1)}{2}$	3	6	10	15	21

Как видно из таблицы, количество необходимых вариантов оптимизации ТЭБ для определения коэффициентов в энергоэкономической характеристике ТЭБ района при центрально-композиционном планировании значительно больше (в 1,5—2 раза), чем при неполном квадратичном планировании. В случае неполного квадратичного планирования максимально возможный интервал варьирования ресурсов существенно больше. Кроме того, при этом методе планирования экспериментов большее количество точек эксперимента находится на гиперплоскости потребления топлива, что позволяет организовать экспериментальные расчеты оптимизации ТЭБ даже в тех случаях, когда в базисной точке удельный вес замыкающего топлива незначителен.

Однако большее количество вариантов при центрально-композиционном планировании несомненно повышает адекватность ЭЭХ реальным условиям изменения оптимальных состояний ТЭБ вследствие изменения количества ресурсов топлива.

Сравнение обоих методов планирования в случае двух факторов (видов топлива) дано на рисунке, где хорошо видны ограниченные возможности метода центрально-композиционного планирования в тех случаях, когда базисная точка находится вблизи гиперплоскости потребления топлива и требуется, чтобы она находилась в центре планирования.





В данном случае (при  $n = 2$ ) гиперплоскость потребления топлива превращается в прямую линию при  $x_{n+1} = 0$ . Как видно из рисунка, область центрально-композиционного планирования представляет собой прямоугольник  $abcd$  с интервалом варьирования ресурсов  $l'_1 = \frac{1}{2} \Delta x_1^{\max}$  и 9 опытными точками. Область неполного квадратичного планирования представляет треугольник  $efg$  с интервалом варьирования  $l''_1 = \frac{3}{2} \Delta x_1^{\max}$  и 6 опытными точками, из которых 3 находятся на гиперплоскости потребления топлива. В последнем случае базисная точка 0 не входит в число опытных точек и поэтому данные по этой точке можно использовать для проверки адекватности ЭЭХ реальным условиям энергетического хозяйства района.

#### 4. Области применения методов планирования

Из-за, по-видимому, большей адекватности метода центрально-композиционного планирования предпочтение ему следует отдать в тех случаях, когда количество замыкающего топлива не ограничивает выбора необходимого интервала варьирования ресурсов топлива.

В противном случае следует применять метод неполного квадратичного планирования. Если же иметь в виду основную тенденцию в топливном балансе СССР, заключающуюся в систематическом увеличении добычи и производства эффективных видов топлива (природного газа и мазута) и повышении их роли в топливном балансе страны, то по ресурсам замыкающего топлива (угля) во многих районах страны невозможно применить метод центрально-композиционного планирования для определения ЭЭХ. Это усугубляется также тем обстоятельством, что нельзя считать замыкающим топливом для страны все виды каменного угля, а только уголь некоторых месторождений, что еще больше уменьшает общие ресурсы замыкающего топлива. Поэтому ряд районов, находящихся вблизи мест добычи эффективных видов топлива, либо совсем не используют замыкающие для страны виды топлива, либо используют их в небольших количествах. Тогда для определения ЭЭХ ТЭБ района единственным и целесообразным выходом является применение метода неполного квадратичного планирования экспериментов.

При применении метода неполного квадратичного планирования целесообразно выбор интервала варьирования производить не по максимально возможному размеру (15), а по несколько меньшему

$$l_i < l_i^{\max} = \frac{1}{2} (n+1) \Delta x_i^{\max} \quad (16)$$

Это необходимо для того, чтобы а) при всех вариантах замыкающее топливо страны участвовало в покрытии полезного потребления энергии; б) из-за колебания  $\eta_i$  вокруг его среднего значения при изменении ресурсов топлива ни одна экспериментальная точка не вышла за пределы гиперплоскости потребления топлива. Тогда большинство точек эксперимента находится не на гиперплоскости потребления, а на гиперплоскости, параллельной ей; поскольку последняя соответствует постоянному количеству замыкающего топлива в ТЭБ, то для определения интервала варьирования ресурсов топлива можно пользоваться также выражением

$$l_i = \frac{n+1}{2} \Delta x_i = \frac{n+1}{2} \cdot \frac{\eta_{n+1}}{\eta_i} (x_{n+1} - x_{n+1}^{\min}) \quad (17)$$



где  $x_{n+1}^{\min}$  — минимально необходимое количество замыкающего топлива страны в ТЭБ района (т у.т.).

Соблюдение этих условий обеспечивает также сопоставимость ЭЭХ топливно-энергетического баланса различных районов.

### 5. Выбор точек эксперимента в случаях, когда базисная точка находится на гиперплоскости потребления

Если базисная точка ТЭБ района находится на гиперплоскости потребления топлива, то это означает, что в базисном варианте количество замыкающего топлива страны в ТЭБ района равно нулю. Тогда для определения ЭЭХ целесообразно применить метод неполного квадратичного планирования экспериментов, поскольку большинство точек эксперимента можно получить также на этой гиперплоскости потребления топлива.

Для того, чтобы точки  $x_i^{\max}$  находились на гиперплоскости потребления топлива, необходимо минимальные уровни ресурсов топлива и интервалы их варьирования определить согласованно. Для этого выбираем уменьшение ресурсов топлива, взятое в отношении полезной энергии, и одинаковое для всех видов топлива  $\Delta q_i = \text{const}$ . Тогда минимальные уровни ресурсов топлива определяются по выражению

$$x_i^{\min} = x_i - \frac{\Delta q}{\eta_i} = x_i - \Delta x_i. \quad (18)$$

Поскольку варианту максимального уровня  $i$ -го топлива соответствуют минимальные уровни по всем остальным  $n-1$  видам топлива, то максимальные уровни ресурсов топлива определяются по выражению

$$x_i^{\max} = x_i + (n-1) \frac{\Delta q}{\eta_i} = x_i + (n-1) \Delta x_i. \quad (19)$$

Тогда интервал варьирования ресурсов топлива

$$l_i = \frac{1}{2} (x_i^{\max} - x_i^{\min}) = \frac{n}{2} \Delta x_i. \quad (20)$$

Аналогично предыдущему случаю для обеспечения участия замыкающего топлива страны в покрытии потребления энергии в ТЭБ района необходимо, чтобы точки  $x_i^{\max}$  находились на гиперплоскости, параллельной гиперплоскости потребления топлива и отстоящей от нее на расстоянии минимального количества замыкающего топлива страны в ТЭБ района, т. е.

$$x_{n+1} = \frac{q_{n+1}}{\eta_{n+1}}. \quad (21)$$

Для этого случая в матрице планирования необходимо из уровней ресурсов топлив вычесть величину

$$x_{n+1,i} = \frac{q_{n+1}}{\eta_i} = \frac{\eta_{n+1}}{\eta_i} x_{n+1}. \quad (22)$$

С учетом этого минимальные и максимальные уровни ресурсов топлива в матрице планирования будут выражаться соответственно уравнениями



$$x_i^{\min} = x_i - \Delta x_i - \frac{\eta_{n+1}}{\eta_i} x_{n+1}, \quad (23)$$

$$x_i^{\max} = x_i + (n-1)\Delta x_i - \frac{\eta_{n+1}}{\eta_i} x_{n+1}. \quad (24)$$

Интервал варьирования остается прежним и определяется по выражению (20). Это позволяет получить сопоставимые результаты по районам при проведении экспериментальных расчетов оптимизации топливно-энергетических балансов и определении энергоэкономических характеристик ТЭБ районов.

#### ЛИТЕРАТУРА

1. Вайк Л. Э., Методы определения энергоэкономической характеристики эффективности видов топлива экономических районов и оптимального распределения эффективных видов топлива между экономическими районами. Мат-лы совещ. по совместной оптимизации ТЭБ страны и отдельных эконом. районов, I, Тбилиси, 1970.
2. Вайк Л. Э., Метод оптимального распределения мазута и природного газа между районами, В кн.: Проблемы развития энергетики Северо-Запада СССР, Рига, 1971.
3. Вайк Л., Рабкин Г., Определение энергоэкономической характеристики топливно-энергетического баланса района в условиях дополнительного ограничения, Изв. АН ЭССР, Физ. Матем., 21, № 424 (1972).

*Институт термодинамики и электрофизики  
Академии наук Эстонской ССР*

Поступила в редакцию  
16/III 1972

L. VAIK

#### RAJOOINI KÜTUSE- JA ENERGIABILANSI ENERGOÖKONOOMILISE KARAKTERISTIKU MÄÄRAMISKATSETE PLANEERIMISE MEETODITE VÕRDLUS

Võrreldakse rajooni energiabilansi energoökonomilise karakteristikü määramiskatsete tsentraalse kompositsioonilise ja mitteläieliku ruutplaneerimise meetodeid, kusjuures vajalikku energia tarbimist tuleb arvestada kui piiravat tingimust. Määratakse kindlaks katsete planeerimise maksimaalne ulatus ja vaadeldakse katsepunktide valikut juhul, kui baaspunkt asub kütuse tarbimise hüpertasapinnal.

L. VAIK

#### A COMPARISON OF PLANNING OF EXPERIMENTS TO DETERMINE THE POWER AND ECONOMIC CHARACTERISTICS OF THE FUEL AND POWER BALANCE OF THE DISTRICT

A comparison of the methods of central-composition planning and incomplete square-law planning for the determination of power and economic characteristics (PEC) of fuel and power balance (FPB) of the district in the case of an extra limitation of energy consumption is made. Maximum possible fields of planning for both methods are determined. The case of selection of the points of experiment when the basis point is on the hyperplane of fuel consumption is examined.