EESTI NSV TEADUSTE AKADEEMIA TOIMETISED. 22. KÖIDE
FÜÜSIKA * MATEMAATIKA. 1973, NR. 1

ИЗВЕСТИЯ АКАДЕМИИ НАУК ЭСТОНСКОЙ ССР. ТОМ 22
ФИЗИКА * МАТЕМАТИКА. 1973, № 1

https://doi.org/10.3176/phys.math.1973.1.04

УДК 62.50 : 519.2

Л. МЫТУС

ДИФФЕРЕНЦИАЛЬНЫЕ УРАВНЕНИЯ СО СВОБОДНЫМИ ГРАНИЦАМИ В ЗАДАЧАХ СТОХАСТИЧЕСКОГО УПРАВЛЕНИЯ

Несмотря на большое число работ в области стохастического управления, пока не существует эффективных численных или аналитических методов, позволяющих решать задачи, в которых не применима теорема сепарабельности наблюдений и управления [1–3]. Этим обусловлены работы [4–7], в которых ищутся другие, не основанные на методе динамического программирования, пути для выработки аналитических или же численных методов решения задач стохастического управления.

В данной работе мы рассмотрим три класса задач, которые сводятся к решению дифференциального уравнения со свободными границами. Выведем условия на свободных границах, необходимые для решения этих задач, и приведем пример решения одномерной задачи.

1. Линейная относительно переменной состояния система

Пусть управляемая система описывается стохастическим дифференциальным уравнением Ито

$$dx(t) = A(t,u)\,x(t)\,dt + D(t,u)\,dw_1(t), \tag{1.1}$$

где $x(t)$ — n-мерный вектор состояния; u — скалярное управляющее воздействие; $w_1(t)$ — n-мерный винеровский процесс; $A(t,u)$ и $D(t,u)$ — заданные матрицы соответствующих размерностей.

В момент $t=0$ известно, что функция плотности вероятностей (ф. п. в.) для $x_0 = x(0)$ является гауссовой

$$\mathfrak{L}(x_0) = \mathrm{Nor}(\varkappa_0, \mathrm{K}_0).$$

К таким системам можно свести также линейные системы, содержащие случайные коэффициенты при управляющем воздействии с заданными гауссовыми априорными ф. п. в.

Пусть наблюдению доступен процесс $y(t)$, допускающий стохастический дифференциал

$$dy(t) = H(t)\,x(t)\,dt + C(t)\,dw_2(t), \tag{1.2}$$

где $y(t)$ — m-мерный вектор наблюдений; $w_2(t)$ — m-мерный винеровский процесс, независимый от $w_1(t)$; $H(t)$ и $C(t)$ — заданные матрицы.

В момент $t=0$ задано $y_0 = y(0)$ и предполагается, что матрица CC' является невырожденной. Здесь и далее штрих обозначает транспонирование. Множество допустимых управляющих воздействий задано в виде

$$U=\{u_1,\ u_2,\ \ldots,\ u_r\}. \tag{1.3}$$

Как показано в работе [8], условная апостериорная ф. п. в. для $x(t)$ является гауссовой, среднее значение и дисперсия которой удовлетворяют уравнениям

$$\begin{aligned} d\varkappa &= A\varkappa\, dt + KH'(CC')^{-1}(dy - H\varkappa\, dt),\\ \frac{dK}{dt} &= AK + KA' + DD' - KH'(CC')^{-1}HK. \end{aligned} \tag{1.4}$$

Пусть в каждый момент времени требуется минимизировать математическое ожидание предстоящих потерь, которое с учетом (1.4) определяется в виде

$$V(\varkappa, K, t, u) = \mathcal{E}\{\int_t^T l(x, u, s)\, ds \mid \mathfrak{F}_t\}, \tag{1.5}$$

где $\mathfrak{F}_t = \sigma\{y(s),\ u(s) : 0 \leqslant s < t\}$ является σ-алгеброй, определенной на доступной истории управляемой системы (1.1)—(1.2);
$l(x, u, s)$ является функцией мгновенных потерь и $\mathcal{E}\{\cdot|\mathfrak{F}_t\}$ обозначает условное математическое ожидание.

Предполагается, что $l(x, u, t)$ принадлежит классу $C^{(2)}$ [1].

Проблема управления частично наблюдаемой системой (1.1)—(1.2) заменяется проблемой управления полностью наблюдаемой системой (1.4) с целевой функцией (1.5). Как известно, (1.5) удовлетворяет уравнению Беллмана, решение которого в случае зависимости апостериорной дисперсии от управляющего воздействия является практически невозможным [1, 2]. Поэтому в данной работе выбран иной путь.

Обозначая

$$r(\varkappa, K, s, u) = \mathcal{E}\{l(x, u, s) \mid \mathfrak{F}_s\}$$

и применяя формализм динамического программирования, получим уравнение

$$V_t + V_\varkappa A\varkappa + \mathrm{tr}(V_K P) + \frac{1}{2}\,\mathrm{tr}(V_{\varkappa\varkappa} R) + r = 0, \tag{1.6}$$

где u является фиксированным; tr (A) — след матрицы A;

$$P = AK + KA' + DD' - KH'(CC')^{-1}HK;$$
$$R = KH'(CC')^{-1}HK.$$

Решение уравнения (1.6) будем рассматривать только в допустимой области Γ достаточных статистик

$$\Gamma(\varkappa, K, t) = \{(\varkappa, K, t) : \varkappa \in H,\ 0 \leqslant t \leqslant T\}. \tag{1.7}$$

Ковариационная матрица K не ограничивает область Γ. Для задания H в многомерном случае имеется несколько возможностей:

i $H = \{\varkappa : \lambda'\varkappa < M,\ \lambda'\varkappa > m\}$, где $\lambda' = (\lambda_1,\ \ldots,\ \lambda_n)$ задана;
ii $H = \{\varkappa : m_i < \varkappa_i < M_i,\ i = 1,\ 2,\ \ldots,\ n\}$;
iii $H = \{\varkappa : (\varkappa'\varkappa)^{1/2} < M\}$.

Какую из этих возможностей выбрать, зависит от практических требований. Множество предельных точек $\overline{H}$ множества H является поглощающим экраном.

Оптимальный закон управления ищем в виде разбиения области Γ на взаимно непересекающиеся подобласти $\Gamma_i \subset \Gamma$, $i = 1,\ 2,\ \ldots,\ r$.

В каждой Γ_i оптимальным значением управляющего воздействия является $u_i \in U$. Уравнение (1.6) действительно внутри Γ_i, $i = 1, 2, \ldots, r$. На границах b_{ij} между областями Γ_i и Γ_j, т. е. на поверхностях переключения (ПП) управляющего воздействия, коэффициенты уравнения (1.6) терпят разрывы первого рода. Проблема синтеза оптимального закона управления сводится к определению ПП при помощи соответствующих условий склейки решений уравнения (1.6).

Условия склейки выведем из условия минимума предстоящих потерь (1.5) при условии, что $(\varkappa, \mathrm{K}, t) \in \Gamma$. В дальнейшем под решением уравнения (1.6) будем понимать решение во всей области Γ.

При заданных ПП b_{ij} для однозначного решения уравнения (1.6) необходимы два условия склейки на каждом ПП. Из определения (1.5) следует одно из них

$$V^i = V^j, \quad (\varkappa, \mathrm{K}, t) \in b_{ij}. \tag{1.8}$$

Другим условием в данном случае является

$$V^i_{\varkappa_k} = V^j_{\varkappa_k}, \quad (\varkappa, \mathrm{K}, t) \in b_{ij}, \quad k = 1, 2, \ldots, n, \tag{1.9}$$

где верхние индексы обозначают односторонние пределы изнутри соответственной области Γ_i или Γ_j.

Однако в данной проблеме ПП не заданы и требуется такое их определение, чтобы минимизировался функционал (1.5). Для этого необходимо выполнение следующих условий:

$$V^i_{\varkappa_k \varkappa_l} = V^j_{\varkappa_k \varkappa_l}, \quad (\varkappa, \mathrm{K}, t) \in b_{ij}, \quad k, l = 1, 2, \ldots, n. \tag{1.10}$$

Условия (1.9), (1.10) можно вывести, опираясь на работы [5, 7, 16].

Зададим на поглощающем экране следующее условие:

$$V(\bar{\varkappa}, \mathrm{K}, t) = \int_t^T r(\bar{\varkappa}, \mathrm{K}, s)\, ds, \tag{1.11}$$

где $\bar{\varkappa} \in \bar{H}$ и остается постоянным во время интегрирования. В момент $t = T$ можно задать условие

$$V(\varkappa, \mathrm{K}, T) = 0, \tag{1.12}$$

если в $l(x, u, t)$ специально не входят потери в момент T (см. п. 3). В противном случае в (1.12) надо затребовать равенство $V(\varkappa, \mathrm{K}, T)$ прогнозируемому значению функции потерь в момент T.

Итак, вместо решения проблемы (1.1)—(1.2), (1.5) можно решать проблему (1.6), (1.8)—(1.12), хотя эквивалентность решений требует специального исследования.

2. Нелинейная управляемая система

Пусть управляемая система описывается уравнениями

$$dx(t) = A(x, u, t)\, dt + D(x, u, t)\, dw_1(t), \tag{2.1}$$

$$dy(t) = H(x, t)\, dt + C(t)\, dw_2(t), \tag{2.2}$$

где $A(x, u, t)$, $H(x, t)$ — известные вектор-функции; $D(x, u, t)$, $C(t)$ — известные матрицы, а остальные обозначения те же, что и в п. 1.

Пусть при $t = 0$ известно, что $\mathfrak{L}(x_0) = \mathrm{Nor}\ (\varkappa_0, \mathrm{K}_0)$ и что $y_0 = y(0)$. Множество допустимых управляющих воздействий задано в виде (1.3).

В каждый момент времени требуется минимизировать

$$V(\mathfrak{L}(x\,|\,\mathfrak{F}_t), t, u) = \mathcal{E}\,\{\int\limits_t^T l(x, u, s)\,ds\,|\,\mathfrak{F}_t\}. \tag{2.3}$$

На этот раз мы не можем вычислить условные математические ожидания, поскольку не умеем точно решить уравнения для апостериорной ф. п. в.

При некоторых условиях, налагаемых на коэффициенты системы (2.1) — (2.2), для апостериорной ф. п. в. в работе [8] выведено уравнение

$$d\mathfrak{L}(x\,|\,\mathfrak{F}_t) = \left\{\left(\frac{\partial\cdot}{\partial x}\right) A\mathfrak{L}(x\,|\,\mathfrak{F}_t) + \frac{1}{2}\,\mathrm{tr}\left[\left(\frac{\partial\cdot}{\partial x}\right)'\left(\frac{\partial\cdot}{\partial x}\right) DD'\mathfrak{L}(x\,|\,\mathfrak{F}_t)\right]\right\} dt + \\ + (H - \mathcal{E}\{H\})'(CC')^{-1}(dy - \mathcal{E}\{H\}dt)\,\mathfrak{L}(x\,|\,\mathfrak{F}_t), \tag{2.4}$$

где $\left(\frac{\partial\cdot}{\partial x}\right)'$ считается n-вектором.

Разумным является такое приближенное решение уравнения (2.4), для которого существуют конечномерные достаточные условно-марковские статистики. В данной работе уравнение (2.4) заменяется бесконечномерной системой уравнений для семиинвариантов и решается ее конечная подсистема [9, 10], т. е. апостериорная ф. п. в. таким образом аппроксимируется, например, гауссовой ф. п. в. В работе [11] дана характеристика систем, для которых гауссовая аппроксимация применима без проверки точности.

Приравнивая высшие семиинварианты нулю, можно апостериорную ф. п. в. считать равной началу ряда Эджворта ([17], с. 247)

$$\mathfrak{L}(x\,|\,\mathfrak{F}_t) = \mathfrak{L}_0(x\,|\,\mathfrak{F}_t) - \frac{1}{3!}\sum_{k,l,m}\gamma_{klm}\frac{\partial^3\mathfrak{L}_0(x\,|\,\mathfrak{F}_t)}{\partial x_k\,\partial x_l\,\partial x_m} + \\ + \frac{1}{4!}\sum_{k,l,m,p}\gamma_{klmp}\frac{\partial^4\mathfrak{L}_0(x\,|\,\mathfrak{F}_t)}{\partial x_k\,\partial x_l\,\partial x_m\,\partial x_p}. \tag{2.5}$$

Здесь $\mathfrak{L}_0(x/\mathfrak{F}_t)$ — некоторая гауссова ф. п. в.; γ_{klm} — семиинварианты третьего порядка, вычисляемые по формуле

$$\gamma_{klm} = (-i)^3\left.\frac{\partial^3 \ln \mathcal{E}\,\{e^{i\lambda' x}\,|\,\mathfrak{F}_t\}}{\partial x_k\,\partial x_l\,\partial x_m}\right|_{\lambda=0},$$

где k, l, m, p принимают целочисленные значения от 1 до n.

В качестве приближенного решения уравнения (2.4) в данной работе примем гауссовую ф. п. в. $\mathfrak{L}_0(x/\mathfrak{F}_t)$, а второе и третье слагаемые в (2.5) используем для оценки качества аппроксимации. Для нахождения $\mathfrak{L}_0(x/\mathfrak{F}_t)$ необходимо решить систему

$$d\gamma = \mathcal{E}\{A\}dt + \mathcal{E}\{(x-\gamma)H'\}(CC')^{-1}(dy - \mathcal{E}\{H\}dt),$$

$$\begin{aligned} d\gamma_{ij} = {} & \mathcal{E}\{(x-\gamma)A' + A(x-\gamma)' + DD'\}_{ij}dt - \\ & -[\mathcal{E}\{(x-\gamma)H'\}(CC')^{-1}\mathcal{E}\{H(x-\gamma)'\}]_{ij}dt + \\ & + \mathcal{E}\{[(x-\gamma)(x-\gamma)']_{ij}H'\}(CC')^{-1}(dy - \mathcal{E}\{H\}dt), \\ & i, j = 1, 2, \ldots, n, \end{aligned} \tag{2.6}$$

где все математические ожидания вычисляются относительно $\mathfrak{L}_0(x/\mathfrak{F}_t)$. В отличие от уравнений обычной гауссовой апостериорной ф. п. в. в

(2.6) уравнения для семиинвариантов второго порядка также являются стохастическими.

Образуя из γ и γ_{ij} новый вектор

$$\varkappa = (\gamma_1, \ldots, \gamma_n, \gamma_{11}, \ldots, \gamma_{1n}, \gamma_{22}, \ldots, \gamma_{2n}, \ldots, \gamma_{n-1,n-1}, \gamma_{n-1,n}, \gamma_{nn})',$$

получаем возможность свести исходную проблему к проблеме управления системой с полной информацией, где вектором состояния является $\varkappa$, а система описывается уравнением вида

$$d\varkappa = \alpha(\varkappa, u, t)\,dt + \beta(\varkappa, u, t)\,dw(t).$$

Учитывая сказанное выше, можно (2.3) переписать в виде

$$V(\varkappa, u, t) = \mathcal{E}\{\int_t^T l(x, u, s)\,ds \mid \mathfrak{F}_t\}.$$

Применяя опять формализм динамического программирования, получим уравнение

$$V_t + V_\varkappa \alpha(\varkappa, u, t) + {}^1/_2 \operatorname{tr}[V_{\varkappa\varkappa}\beta\beta'] + r(\varkappa, u, t) = 0$$

с начальными и граничными условиями (1.11), (1.12) и условиями на ПГІ (1.8)—(1.10).

3. Терминальное управление линейной системой

Рассмотрим систему, которая описывается уравнениями

$$dx(t) = A(t)\,x\,dt + B(t)\,u\,dt + D(t)\,dw_1(t), \tag{3.1}$$
$$dy(t) = H(t)\,x\,dt + C(t)\,dw_2(t), \tag{3.2}$$

где $B(t)$ — n-мерная заданная вектор-функция; $A(t)$, $D(t)$, $H(t)$, $C(t)$ — заданные матрицы; остальные обозначения те же, что в п. 1. Множество допустимых управляющих воздействий задано в виде

$$U = \{u : |u| \leqslant \gamma\}. \tag{3.3}$$

В данном случае среднее значение и дисперсия условной апостериорной ф. п. в. для $x(t)$ удовлетворяют уравнениям, аналогичным (1.4) (см., напр., [8]).

Пусть функция мгновенных потерь имеет вид

$$l(x, u, t) = \lambda|u| + x'(T)\,x(T)\,\delta(T - t), \tag{3.4}$$

где $\delta(T-t)$ — δ-функция Дирака.

Можно показать, что $\alpha(t) = \mathcal{E}\{\varkappa(T) \mid \mathfrak{F}_t\}$ удовлетворяет уравнению

$$d\alpha(t) = \Phi_t^T B(t)\,u\,dt + \Phi_t^T \mathrm{K} H'(CC')^{-1/2} d\hat{w}(t), \tag{3.5}$$

где Φ_t^T является решением уравнения

$$\frac{d\Phi_t^T}{dt} = A(t)\,\Phi_t^T$$

с начальным условием $\Phi_t^T = I$ (I — единичная матрица, $t \leqslant T$) и $\hat{w}(t)$ — m-мерный винеровский процесс.

Применяя формализм динамического программирования, получим уравнение Беллмана для математического ожидания предстоящих потерь (1.5)

$$-V_t=\min_{u\in U}\{\lambda|u|+V_\alpha\hat{\alpha}(t)u+{}^1/_2\,\mathrm{tr}[V_{\alpha\alpha}\hat{\beta}(t)]\},\qquad(3.6)$$

где

$$\hat{\alpha}(t)=\Phi_t^T B(t);\quad \hat{\beta}(t)=\Phi_t^T \mathrm{K} H'(CC')^{-1} H \mathrm{K} \Phi_t^T.$$

Как показывает анализ уравнения (3.6), оптимальная стратегия имеет следующую структуру:

$$u^*(\varkappa,t)=\begin{cases}-\gamma, \text{ если } V_\alpha\hat{\alpha}(t)>\lambda;\\ 0, \text{ если } |V_\alpha\hat{\alpha}(t)|<\lambda;\\ \gamma, \text{ если } V_\alpha\hat{\alpha}(t)<-\lambda.\end{cases}$$

Такие результаты известны [4, 12], но практическое определение ПП остается проблемой.

Заменяя теперь (3.3) на $U=\{-\gamma,0,\gamma\}$, получаем возможность свести решения уравнения (3.6) к решению дифференциального уравнения со свободными границами.

В случаях, когда непрерывное управление можно заменить импульсным, задача определения ПП упрощается [6, 13, 14]; один метод численного решения таких задач можно найти в [15].

Рассмотрим на примере один возможный алгоритм решения таких уравнений.

4. Пример

Пусть объект управления описывается уравнениями

$$dx=ax\,dt+u\,dt+b\,dw_1(t),$$
$$dy=hx\,dt+c\,dw_2(t),$$

где x и y — одномерные переменные; a, b, h, c — постоянные величины. Наблюдаемой компонентой пусть по-прежнему является $y(t)$. Пусть функция мгновенных потерь будет квадратичной

$$l(x,u,t)=(x-\tilde{x})^2,$$

где $\tilde{x}(t)$ — заданная функция времени. Наконец, пусть множество допустимых управляющих воздействий по-прежнему задано в виде (1.3).

Легко показать, что математическое ожидание предстоящих потерь (1.5) удовлетворяет уравнению

$$V_t+V_\varkappa\alpha(\varkappa,u,t)+{}^1/_2V_{\varkappa\varkappa}\beta^2(\varkappa,u,t)+r(\varkappa,u,t)=0\qquad(4.1)$$

при условиях (1.8)—(1.12). Здесь применены следующие обозначения:

$$\alpha(\varkappa,u,t)=a_1\varkappa+u;\quad \beta(\varkappa,u,t)=\mathrm{K}hc^{-2},$$

а $\varkappa$ и K являются соответственно средним значением и дисперсией апостериорной ф. п. в. для $x(t)$.

Для решения уравнения (4.1) применим идею метода прямых и заменим производные по времени разностными отношениями

$$\left.\frac{\partial V'}{\partial t}\right|_{t=n\Delta}=\frac{1}{\Delta}[V_n^i-\tilde{V}_{n-1}^i].$$

Здесь и далее верхний индекс обозначает, что $(\varkappa,t)\in\Gamma_i$, а нижний обозначает момент времени.

На прямой $t = n\Delta$ области Γ_i, $i = 1, 2, \ldots, r$, вырождаются в интервалы $\Gamma_{in} = [b^{ji}_n, b^{ik}_n]$. В каждом интервале Γ_{in} надо решить уравнение

$$\frac{1}{2}\beta_i^2 \frac{d^2 V_n^i}{d\varkappa^2} + \alpha_i \frac{dV_n^i}{d\varkappa} + \frac{1}{\Delta} V_n^i = \frac{1}{\Delta} \tilde{V}_{n-1}^i - r_n^i. \qquad (4.2)$$

Функция V_{n-1}^i является решением (4.2) на $(n-1)$-й прямой внутри интервала $\Gamma_{i(n-1)}$. В случае, когда либо $b^{ji}_n < b^{ji}_{n-1}$, либо $b^{ik}_n > b^{ik}_{n-1}$ для действительности (4.2) необходимо продолжить V_{n-1}^i вне интервала $\Gamma_{i(n-1)}$. В данной работе принято линейное продолжение. Продолженное решение уравнения (4.2) на $(n-1)$-й прямой обозначается $\tilde{V}_{n-1}^i$.

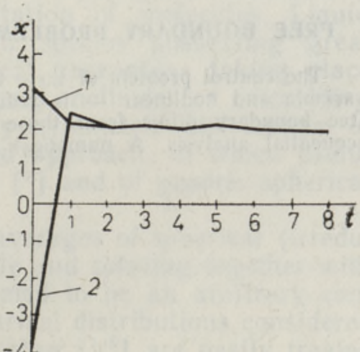
Решения уравнений (4.2), $i = 1, 2, \ldots, r$, необходимо склеить так, чтобы удовлетворялись условия (1.8)—(1.12). Это достигается выбором констант интегрирования и концов интервалов Γ_{in}.

Решение уравнения (4.2) ищем в виде усеченного степенного ряда

$$V_n^i = \sum_{s=0}^{p} \alpha_{sn}^i \varkappa^s,$$

где α_{0n}^i и α_{1n}^i являются константами интегрирования, а p выбирается из требований необходимой точности.

Для определения α_{0n}^i, α_{1n}^i, b^{ji}_n, b^{ik}_n образуем на основе условий (1.8)—(1.12) нелинейную систему из $(r-1)\times 3 + 2$ алгебраических уравнений. Вырождение и появление области Γ_i можно учесть сравнением соответствующих решений системы (границ областей Γ_i) с поглощающим экраном, но максимальное количество областей необходимо задать заранее.



Численные значения параметров системы были выбраны следующими: $a=0{,}5$; $b=1{,}0$; $h=1{,}0$; $c=1{,}0$; $m=-6{,}0$; $M=6{,}0$; $\Delta=1{,}0$; $T=8{,}0$; $U=\{+1; -1\}$; $p=5$.

На рисунке показаны линии переключения при априорных дисперсиях 2,0 (линия *1*) и 8,0 (линия *2*), причем $\tilde{x}(t) = 2{,}0 = \text{const}$.

ЛИТЕРАТУРА

1. Fleming W. H., SIAM Review, 11, 470 (1969).
2. Wonham W. M., Automatica, 5, No 1, 113 (1969).
3. Witsenhausen H. S., Proc. IEEE, 59, 1557 (1971).
4. Куланов Н. В., В сб. докл. II Всес. совещ. по статист. методам теории управл., Секция управления, М., 1970, с. 22.
5. Григелионис Б. И., Ширяев А. Н., Проблемы передачи информ., 4, № 1, 60 (1968).
6. Bather J., Chernoff H., J. Appl. Probab., 4, 584 (1967).
7. Мытус Л., Изв. АН ЭССР, Физ. матем., 21, 47 (1972).

8. Липцер Р. Ш., Ширяев А. Н., Тр. Матем. ин-та им. Стеклова, **104**, 135 (1968).
9. Nakamizo T., Int. J. Contr., **11**, 683 (1970).
10. Казаков И. Е., В кн.: Нелинейные и оптимальные системы, М., 1971, с. 278.
11. Демух В. И., В кн.: Нелинейные и оптимальные системы, М., 1971, с. 229.
12. Богуславский И. А., В кн.: Современные методы проектирования САУ, М., 1967, с. 129.
13. Bather J., Chernoff H., Proc. 5th Berkeley Symp., **3**, 181 (1967).
14. Богуславский И. А., Иващенко О. И., Автоматика и телемех., № 2, 60 (1971).
15. Sackett G. G., Math. Computation, 25, 425 (1971).
16. Григелионис Б. И., Ширяев А. Н., Теория вероятн. и ее прим., **11**, 612 (1966).
17. Крамер Г., Математические методы статистики, М., 1948.

Институт кибернетики
Академии наук Эстонской ССР

Поступила в редакцию
29/VIII 1972

L. MÕTUS

VABA RAJAGA DIFERENTSIAALVÕRRANDID STOHHASTILISE JUHTIMISE ÜLESANNETES

Artiklis vaadeldakse lineaarsete, oleku suhtes lineaarsete ja mittelineaarsete süsteemide juhtimisprobleemi taandamist vaba rajaga osatuletistega diferentsiaalvõrrandi lahendamisele. Lineaarse ühemõõtmelise süsteemi jaoks kirjeldatakse numbrilise lahendamise meetodit koos arvutusnäitega.

L. MÕTUS

FREE BOUNDARY PROBLEM *VERSUS* STOCHASTIC CONTROL PROBLEM

The control problem of three classes of stochastic systems — linear, linear in state variable and nonlinear — is reduced to a free boundary problem. The conditions on free boundary differ from those in free boundary problems arising in physics and sequential analysis. A numerical example is presented.