EESTI NSV TEADUSTE AKADEEMIA TOIMETISED. 22. KÖIDE
FÜÜSIKA * MATEMAATIKA. 1973, NR. 1

ИЗВЕСТИЯ АКАДЕМИИ НАУК ЭСТОНСКОЙ ССР. ТОМ 22
ФИЗИКА * МАТЕМАТИКА. 1973, № 1

https://doi.org/10.3176/phys.math.1973.1.18

УДК 681.142.01

А. СИЙМОН

ОДИН МЕТОД МИНИМИЗАЦИИ ВЕКТОРНО-ВРЕМЕННЫХ ПЕРЕКЛЮЧАТЕЛЬНЫХ ФУНКЦИЙ

A. SIIMON. VEKTORAJA ÜMBERLÜLIMISE FUNKTSIOONIDE MINIMISEERIMISE ÜKS MEETODEID

A. SIIMON. ONE METHOD OF MINIMIZATION OF THE VECTOR-TIME SWITCHING FUNCTIONS

Проблема минимизации векторно-временных переключательных функций (ВП-функций) [1–6] частично решена в работах [2, 3], где показано, что все приемы минимизации булевых функций применимы и для минимизации ВП-функций. Однако этим методы минимизации ВП-функций еще не исчерпаны. Там же, в [3], было приведено несколько возможных добавочных приемов минимизации ВП-функций.

В настоящей работе рассмотрен метод минимизации ВП-функций, который основывается на использовании отрезков времени неопределенности значений ВП-функций. Данный метод позволяет уменьшать количество триггеров в логических схемах дискретного автомата.

Рассмотрим минимизацию системы ВП-функций, в которой каждая ВП-функция задается следующим набором равенств (1):

$$T^{\triangle}_{\Omega_l}=\begin{cases} L_{\xi}(f^{(l)}_1(\tilde{x}^{\triangle}_{\varphi_1}, \tilde{x}^{\triangle}_{\varphi_2}, \ldots, \tilde{x}^{\triangle}_{\varphi_n}, \ldots), f^{(l)}_2(\tilde{y}^{\triangle}_{\eta_1}, \tilde{y}^{\triangle}_{\eta_2}, \ldots, \tilde{y}^{\triangle}_{\eta_p}, \ldots)) \\ \text{для триггера с раздельными входами;} \\ L_{\xi}(0 \boxplus f^{(l)}_3(\tilde{z}^{\triangle}_{\nu_1}, \tilde{z}^{\triangle}_{\nu_2}, \ldots, \tilde{z}^{\triangle}_{\nu_q}, \ldots)) \\ \text{для триггера со счетным входом;} \\ L_{\xi}(L_{\xi}(f^{(l)}_1(\tilde{x}^{\triangle}_{\varphi_1}, \tilde{x}^{\triangle}_{\varphi_2}, \ldots, \tilde{x}^{\triangle}_{\varphi_n}, \ldots), f^{l}_2(\tilde{y}^{\triangle}_{\eta_1}, \tilde{y}^{\triangle}_{\eta_2}, \ldots, \tilde{y}^{\triangle}_{\eta_p}, \ldots)) \boxplus \\ + f^{(l)}_3(\tilde{z}^{\triangle}_{\nu_1}, \tilde{z}^{\triangle}_{\nu_2}, \ldots, \tilde{z}^{\triangle}_{\nu_q}, \ldots)) \\ \text{для комбинированного триггера,} \end{cases} \tag{1}$$

где

$$\xi=\begin{cases} \tau \text{ для динамического триггера;} \\ \text{пусто для статического триггера;} \end{cases}$$

$$\varphi_n=\Omega_{i_n}=\{\omega_{i_n 1}, \omega_{i_n 2}, \ldots, \omega_{i_n j_n}, \ldots\},$$
$$\eta_p=\Omega_{i_p}=\{\omega_{i_p 1}, \omega_{i_p 2}, \ldots, \omega_{i_p j_p}, \ldots\},$$
$$\nu_q=\Omega_{i_q}=\{\omega_{i_q 1}, \omega_{i_q 2}, \ldots, \omega_{i_q j_q}, \ldots\};$$

$$\omega_{i_n j_n}=\begin{cases} t_{i_n j_n \alpha}\div t_{i_n j_n \beta}, & \text{если } (\tilde{x}^{\triangle}_{\varphi_n}=\tilde{x}_{\varphi_n})\cdot\sim A(\omega_{i_n j_n});\\ t_{i_n j_n \alpha}\rightarrow, & \text{если } (\tilde{x}^{\triangle}_{\varphi_n}=\tilde{x}_{\varphi_n})\cdot A(\omega_{i_n j_n});\\ t_{i_n j_n \alpha}, & \text{если } \tilde{x}^{\triangle}_{\varphi_n}=\tilde{x}^{*}_{\varphi_n};\end{cases}$$

$$\omega_{i_p j_p}=\begin{cases} t_{i_p j_p \alpha}\div t_{i_p j_p \beta}, & \text{если } (\tilde{y}^{\triangle}_{\eta_p}=\tilde{y}_{\eta_p})\cdot\sim A(\omega_{i_p j_p});\\ t_{i_p j_p \alpha}\rightarrow, & \text{если } (\tilde{y}^{\triangle}_{\eta_p}=\tilde{y}_{\eta_p})\cdot A(\omega_{i_p j_p});\\ t_{i_p j_p \alpha}, & \text{если } \tilde{y}^{\triangle}_{\eta_p}=\tilde{y}^{*}_{\eta_p};\end{cases}$$

$$\omega_{i_q j_q}=\begin{cases} t_{i_q j_q \alpha}\div t_{i_q j_q \beta}, & \text{если } (\tilde{z}^{\triangle}_{\nu_q}=\tilde{z}_{\nu_q})\cdot\sim A(\omega_{i_q j_q});\\ t_{i_q j_q \alpha}\rightarrow, & \text{если } (\tilde{z}^{\triangle}_{\nu_q}=\tilde{z}_{\nu_q})\cdot A(\omega_{i_q j_q});\\ t_{i_q j_q \alpha}, & \text{если } \tilde{z}^{\triangle}_{\nu_q}=\tilde{z}^{*}_{\nu_q};\end{cases}$$

$$\Omega_l=\{\omega_{l1},\ \omega_{l2},\ \ldots,\ \omega_{lm},\ \ldots\};$$

$$\omega_{lm}=\begin{cases} t_{lm\alpha}\div t_{lm\beta}, & \text{если } T^{\triangle}_{\Omega_l}=T_{\Omega_l};\\ t_{lm\alpha}, & \text{если } T^{\triangle}_{\Omega_l}=T^{*}_{\Omega_l};\end{cases}$$

$$\triangle=\begin{cases} * \text{ для импульсного сигнала;}\\ \text{пусто для потенциального сигнала.}\end{cases}$$

В приведенном выше наборе (1) использованы следующие обозначения:

$f^{(l)}_1$, $f^{(l)}_2$ и $f^{(l)}_3$ — какие-то функциональные зависимости; $\tilde{x}^{\triangle}_{\varphi_n}$, $\tilde{y}^{\triangle}_{\eta_p}$ и $\tilde{z}^{\triangle}_{\nu_q}$ — векторно-временные переменные; $\Omega_{i_n}, \Omega_{i_p}, \Omega_{i_q}$ и Ω_l — множества отрезков существования сигналов [4]; i_n, i_p, i_q и l — порядковые номера по списку элементов [4]: j_n, j_p, j_q и m — порядковые номера отрезков времени существования сигналов [4]; τ — период поступления тактных сигналов; $A(\omega_{i_n j_n})$ — предикат, значение которого истинно, если координату $t_{i_n j_n \beta}$ отрезка времени $\omega_{i_n j_n}$ опускают [4], и ложно в противном случае.

Каждой ВП-функции вида (1) поставим в соответствие следующую ВП-функцию s_{Ψ_l}:

$$s=\begin{cases} 1, \text{ если ВП-функция } T^{\triangle}_{\Omega_l} \text{ определена на } \psi_{lr};\\ 0, \text{ если ВП-функция } T^{\triangle}_{\Omega_l} \text{ не определена на } \psi_{lr};\end{cases}$$

$$\Psi_l=\{\psi_{l1},\ \psi_{l2},\ \ldots,\ \psi_{lr},\ \ldots\};$$

$$\psi_{lr}=t_{lr\alpha}\div t_{lr\beta},$$

где $t_{lr\alpha}$ и $t_{lr\beta}$ соответственно начальная и конечная координаты отрезка времени, на котором определена ВП-функция $T^{\triangle}_{\Omega_l}$.

ВП-функцию s_{Ψ_l} назовем сопровождающей функцией соответственно ВП-функции $T^{\triangle}_{\Omega_l}$.

Составим из минимизируемых ВП-функций $T^{\triangle}_{\Omega_l}$ всевозможные сочетания S_v $(v = 1, 2, 3, \ldots, v')$ по 2 элемента из индексов l.

Чтобы данная система ВП-функций, где каждая ВП-функция имеет вид (1), была минимизируема, необходимо выполнение четырех следующих условий: 1) все триггеры должны быть или только статическими или только динамическими; 2) запуск триггеров должен производиться или только импульсными, или только потенциальными сигналами; 3) выходные сигналы данных триггеров должны подчиняться одному из следующих условий: а) модули этих сигналов должны быть отмечены одинаковыми символами, а множества временных координат существования выходных сигналов этих триггеров различными; б) выходные сигналы этих триггеров должны быть отмечены различными символами, но все эти выходные сигналы, в свою очередь, объединяются дизъюнктивно; 4) для всех этих ВП-функций должно выполняться условие

$$(\forall v)\,(\bigwedge_{S_v} s_{\Psi_l} = 0). \tag{2}$$

Обозначим соответственно множества верхних индексов l при функциях возбуждения единичного, нулевого и счетного входа в минимизируемых ВП-функциях вида (1) через R_1, R_2 и R_3.

В результате минимизации системы ВП-функций, имеющих вид (1), получим систему следующего вида, состоящую из меньшего количества ВП-функций:

$$T^{\triangle}_{\Omega_a} = \begin{cases} L_{\xi}\,(\bigvee\limits_{R_1} f_1^{(l)}(\tilde{x}^{\triangle}_{\varphi_1}, \tilde{x}^{\triangle}_{\varphi_2}, \ldots, \tilde{x}^{\triangle}_{\varphi_n}, \ldots), \bigvee\limits_{R_2} f_2^{(l)}(\tilde{y}^{\triangle}_{\eta_1}, \tilde{y}^{\triangle}_{\eta_2}, \ldots, \tilde{y}^{\triangle}_{\eta_p}, \ldots)) \\ \text{для триггера с раздельными входами;} \\ L_{\xi}\,(0 \boxplus \bigvee\limits_{R_3} f_3^{(l)}(\tilde{z}^{\triangle}_{\nu_1}, \tilde{z}^{\triangle}_{\nu_2}, \ldots, \tilde{z}^{\triangle}_{\nu_q}, \ldots)) \\ \text{для триггера со счетным входом;} \\ L_{\xi}\,(L_{\xi}\,(\bigvee\limits_{R_1} f_1^{(l)}(\tilde{x}^{\triangle}_{\varphi_1}, \tilde{x}^{\triangle}_{\varphi_2}, \ldots, \tilde{x}^{\triangle}_{\varphi_n}, \ldots), \bigvee\limits_{R_2} f_2^{(l)}(\tilde{y}^{\triangle}_{\eta_1}, \tilde{y}^{\triangle}_{\eta_2}, \ldots \\ \ldots, \tilde{y}^{\triangle}_{\eta_p}, \ldots)) \boxplus \bigvee\limits_{R_3} f_3^{(l)}(\tilde{z}^{\triangle}_{\nu_1}, \tilde{z}^{\triangle}_{\nu_2}, \ldots, \tilde{z}^{\triangle}_{\nu_q}, \ldots)) \\ \text{для комбинированного триггера,} \end{cases} \tag{3}$$

где

$$\Omega_a = \{\omega_{a1}, \omega_{a2}, \ldots, \omega_{ab}, \ldots\};$$

$$\omega_{ab} = \begin{cases} t_{ab\alpha} \div t_{ab\beta}, & \text{если} \quad T^{\triangle}_{\Omega_a} = T_{\Omega_a}; \\ t_{ab\alpha}, & \text{если} \quad T^{\triangle}_{\Omega_a} = T^{*}_{\Omega_a}, \end{cases}$$

а остальные обозначения в (3) те же, что в (1).

Этот метод минимизации ВП-функций позволяет, например, сократить количество требуемых регистров при синтезе дискретных автоматов методом, изложенным в [6], так как в исходных микропрограммах никогда нет возможности предвидеть требуемое минимальное количество регистров.

ЛИТЕРАТУРА

1. Рабинович З. Л., В кн.: Теория конечных и вероятностных автоматов (Тр. междунар. симп. по теории релейных устройств и конечных автоматов), М., 1965, с. 215.
2. Рабинович З. Л., Кибернетика, № 3, 36 (1968).
3. Рабинович З. Л., Кибернетика, № 4, 25 (1968).
4. Сиймон А., Изв. АН ЭССР, Физ. Матем., **17**, 270 (1968).
5. Сиймон А., Изв. АН ЭССР, Физ. Матем., **17**, 391 (1968); там же **18**, 215 (1969); **18**, 347 (1969); **19**, 172 (1970); **19**, 397 (1970); **19**, 401 (1970); **20**, 468 (1971); **21**, 253 (1972).
6. Сиймон А., Изв. АН ЭССР, Физ. Матем., **22**, 22 (1973).

Институт кибернетики
Академии наук Эстонской ССР

Поступила в редакцию
14/III 1972

RETSENSIOONID * РЕЦЕНЗИИ

В. З. Аладьев. К теории однородных структур. (АН ЭССР. Ин-т эксперим. биологии). Таллин, 1972. 259 стр.

Математическая теория однородных структур (синоним — клеточные автоматы), берущая свое начало из работ Дж. фон Неймана и С. Улама (1950-е годы), стала к настоящему времени одной из важных самостоятельных областей общей теории автоматов. Однородная структура представляет собой сеть идентичных конечных автоматов, множество всех узлов которой взаимно однозначно соответствует множеству всех точек n-мерного ($n = 1, 2, \ldots$) модуля над кольцом целых чисел, причем переходы каждого автомата в сети задаются как функция от состояний автоматов-соседей из некоторой окрестности, одинаковой для каждого автомата. Математическая теория однородных структур стала теоретической основой таких разделов вычислительной техники, как конструирование вычислительных сред и других параллельных вычислительных устройств. Близко примыкает к этой теории теория итеративных сетей и вычислений в реальном времени. Бесспорно большое значение теории однородных структур для биоматематики, в частности, для тех ее разделов, которые связаны с биологией развития, самовоспроизведения и регенерации и теорией больших адаптивных систем.

Отметим, что по теории однородных структур, включая некоторые работы по теории итеративных сетей и клеточных схем, к настоящему времени известно свыше 250 публикаций.

Рецензируемая книга является первой книгой на русском языке по теории однородных структур (исключая переведенную на русский язык книгу Дж. фон Неймана «Теория самовоспроизводящихся автоматов»). После краткого исторического введения автор формально определяет все основные понятия теории однородных структур: однородное пространство, индекс соседства, шаблон соседства, локальная и глобальная функции перехода, конфигурация и т. д., после чего на протяжении двух глав развивает теорию однородных структур, а затем в главе 3 обсуждает общие вопросы ее приложения в биоматематике.

В § 1 главы 1 приведены результаты, связанные с понятием стираемой конфигурации (в основном для одномерных однородных структур), касающиеся существования одномерных однородных структур, обладающих тем или иным видом стираемых конфигураций, а также оценки снизу и сверху числа такого рода структур. В частности, автор дает ответы