EESTI NSV TEADUSTE AKADEEMIA TOIMETISED. 20. KÖIDE
FÜÜSIKA * MATEMAATIKA. 1971, NR. 1

ИЗВЕСТИЯ АКАДЕМИИ НАУК ЭСТОНСКОЙ ССР. ТОМ 20
ФИЗИКА * МАТЕМАТИКА. 1971, № 1

https://doi.org/10.3176/phys.math.1971.1.13

LÜHIUURIMUSI * КРАТКИЕ СООБЩЕНИЯ

УДК 518 : 517.392

М. ЛЕВИН

ОДНО СВОЙСТВО НАИЛУЧШИХ ФОРМУЛ ЧИСЛЕННОГО ИНТЕГРИРОВАНИЯ

M. LEVIN. ÜKS ARVULISE INTEGREERIMISE VALEMITE OMADUS

M. LEVIN. ONE PROPERTY OF THE FORMULAE OF APPROXIMATE INTEGRATION

В ряде работ (напр., [1-3]) для некоторых классов функций строятся наилучшие квадратурные формулы с ограничением быть точными для многочленов определенной степени. При этом создается впечатление, что ограничение, накладываемое на формулы, вводится для облегчения решения экстремальных задач. Однако, как показывает следующая простая теорема, вводимое ограничение на квадратурную формулу при решении некоторых экстремальных задач является естественным и практически не сужает множества рассматриваемых формул. Эту идею мы фактически находим уже у С. Никольского [4].

Пусть F — некоторый класс функций f; существует функция φ такая, что для любого числового значения N функция $N\varphi \in F$, а $r(f)$ — однородный функционал на F.

Теорема. *Для того, чтобы величина* $r = \sup\limits_{f\in F}|r(f)|$ *была конечной, необходимо выполнение условия* $r(\varphi) = 0$.

Доказательство. Пусть величина r конечна, а $r(\varphi) = \lambda \neq 0$. Тогда в силу однородности функционала $r(f)$ имеем $r(N\varphi) = N\lambda$ и поэтому $r \geqslant |N|\cdot|\lambda|$. Так как N произвольно, то это неравенство противоречит предположению о конечном значении r. Следовательно $\lambda = 0$, что и доказывает теорему.

Для примера рассмотрим класс функций $W^{(m)}_{L_q}$ при $1 \leqslant q \leqslant \infty$. Этот класс состоит из всех функций $f(x)$, которые на отрезке $[0, 1]$ имеют абсолютно непрерывную производную порядка $m-1$ и производную порядка m, удовлетворяющую условию $\|f^{(m)}(x)\|_{L_q} \leqslant M$.

Следствие 1. *Наилучшая в классе* $W^{(m)}_{L_q}$ *формула вида*

$$\int\limits_0^1 f(x)\,dx = \sum_{k=1}^{n}\sum_{j=0}^{s} A_k^{(j)} f^{(j)}(x_k) + R_{n,s}(f), \tag{1}$$

где $s \leqslant m-1$, *точна для произвольного многочлена степени* $m-1$.

Доказательство. Пусть $p_{m-1}(x)$ — некоторый многочлен степени $m-1$. Очевидно, что при любом N

$$Np_{m-1}(x) \in W^{(m)}_{L_q}.$$

Но тогда по теореме $R_{n,s}(p_{m-1}) = 0$, что и доказывает утверждение.

Следствие 2. *Если формула* (1) *не точна для некоторого многочлена степени $m-1$, то для этой формулы*

$$\sup_{f \in W^{(m)}_{L_q}} |R_{n,s}(f)| = \infty.$$

Следствие 3. *В классе* $W^{(m)}_{L_q}$ *наилучшая формула среди формул вида* (1), *точных для многочленов степени $m-1$, является в то же время и наилучшей среди всех формул вида* (1).

Отметим, что аналогичный факт имеет место и для кубатурных формул.

ЛИТЕРАТУРА

1. Аксень М. Б., Турецкий А. Х., Изв. АН БССР, Сер. физ.-матем., № 1, 15 (1966).
2. Лушпай Н. Е., Изв. ВУЗов, Математика, № 12, 53 (1969).
3. Корнейчук Н. П., Лушпай Н. Е., Изв. АН СССР, Сер. матем., 33, 1416 (1969).
4. Никольский С. М., Квадратурные формулы, М., 1958.

Таллинский политехнический институт

Поступила в редакцию
7/IX 1970

EESTI NSV TEADUSTE AKADEEMIA TOIMETISED. 20 KOIDE
FÜÜSIKA * MATEMAATIKA. 1971, NR. 1

ИЗВЕСТИЯ АКАДЕМИИ НАУК ЭСТОНСКОЙ ССР. ТОМ 20
ФИЗИКА * МАТЕМАТИКА. 1971, № 1

УДК 539.28

Т. САЛУВЕРЕ, Э. ЛИППМАА

О СПИН-РЕШЕТОЧНОЙ РЕЛАКСАЦИИ ЯДЕР ^{15}N В ОРГАНИЧЕСКИХ СОЕДИНЕНИЯХ

T. SALUVERE, E. LIPPMAA. ^{15}N TUUMADE SPIN-VÕRE RELAKSATSIOONIST ORGAANILISTES ÜHENDITES

T. SALUVERE, E. LIPPMAA. ON THE SPIN-LATTICE RELAXATION OF ^{15}N NUCLEI IN ORGANIC COMPOUNDS

В литературе до настоящего времени не имеется данных о спин-решеточных временах релаксации T_1 азота-15 в органических соединениях, хотя этот вопрос представляет несомненный интерес как с точки зрения изучения самих механизмов релаксации, так и для практической регистрации слабых сигналов ^{15}N, особенно в эксперименте с накоплением сигнала [1], когда при однократном прохождении сигнал ниже уровня шума.

Нами измерена температурная зависимость T_1 азота-15 в нитрогруппе нитрометана (I) и 2,5-динитропиррола (II), а также среднего азота в диазоаминобензоле (III). Соединение III синтезировано на