

В. ФЕДОСЕЕВ, В. ХИЖНЯКОВ

К ТЕОРИИ НЕПРЯМЫХ ПЕРЕХОДОВ В ЭКСИТОННОЙ ЛЮМИНЕСЦЕНЦИИ

1. Взаимодействие экситонов с колебаниями решетки играет существенную роль в процессах экситонного поглощения света и экситонной люминесценции. Влияние этого взаимодействия на спектры поглощения рассматривалось рядом автором [1-3], роль его в люминесценции выяснена значительно меньше.

В теории экситонной люминесценции, как и в теории экситонного поглощения, рассматриваются отдельно прямые и не прямые переходы в зависимости от того, находится дно экситонной зоны в точке $\mathbf{k}=0$ или нет. В первом случае экситон-фононное взаимодействие, вообще говоря, нельзя рассматривать как возмущение. Однако, если интересоваться радиационным распадом экситона с одновременным рождением одного или нескольких оптических фононов (оптические повторения), то подход, основанный на теории возмущений, будет справедлив при достаточно малой силе осциллятора экситонного перехода.

Важно отметить, что время радиационного распада экситона гораздо больше времени его тепловой релаксации [4]. Поэтому начальное состояние кристалла можно считать термодинамически равновесным.

Указанные оптические повторения при радиационном распаде экситонов Ванье—Мотта экспериментально наблюдались в [5-6]. Авторы работы [6] детально исследовали форму первого и второго повторений в спектре люминесценции экситонов Γ_9 — Γ_7 в CdS и проанализировали результаты. Основываясь на законе сохранения энергии и импульса и на равновесном распределении экситонов в зоне, они получили в согласии с экспериментом для двухфононного повторения форму, близкую к максвелловскому распределению. Отклонение формы первого повторения от максвелловской связано с зависимостью константы экситон-фононного взаимодействия от импульса фонона.

Теоретически оптические повторения рассматривались в работе [7]. В [8] этот вопрос обсуждается на основании представления о светозекситонах.

В данной работе исследуются формы оптических повторений экситонов Ванье—Мотта. Рассматривается лишь одна экситонная зона. Учтено взаимодействие с фононами одной оптической ветви, влияние акустических фононов не рассматривается. Считается, что минимум экситонной зоны находится в точке $\mathbf{k}=0$, используется приближение изотропной эффективной массы. Светозекситонные эффекты не учитываются.

2. Следуя работе [1], запишем гамильтониан системы кристалл — поперечное электромагнитное поле в виде

$$H = H_0 + H_R + H_{eR},$$

где H_0 — гамильтониан кристалла, выраженный в виде суммы экситонного (H_e), фононного (H_L) гамильтонианов и гамильтониана взаимодействия (H_{eL}) экситонов и фононов (в последнем мы ограничимся членами, линейными по фононным операторам):

$$H_0 = H_e + H_L + H_{eL},$$

$$H_e = \sum_{\mathbf{k}} E(\mathbf{k}) b_{\mathbf{k}}^+ b_{\mathbf{k}},$$

$$H_L = \sum_{\mathbf{k}} \hbar\omega(\mathbf{k}) \left(a_{\mathbf{k}}^+ a_{\mathbf{k}} + \frac{1}{2} \right),$$

$$H_{eL} = i \sum_{\mathbf{k}} \sum_{\mathbf{k}'} g(\mathbf{k}) b_{\mathbf{k}'}^+ b_{\mathbf{k}-\mathbf{k}'} (a_{\mathbf{k}} - a_{-\mathbf{k}}^+).$$

Здесь $b_{\mathbf{k}}^+(b_{\mathbf{k}})$ и $a_{\mathbf{k}}^+(a_{\mathbf{k}})$ — бозевские операторы рождения (уничтожения) экситонов и фононов; $E(\mathbf{k})$ и $\hbar\omega(\mathbf{k})$ — энергии экситона и оптического фонона соответственно (мы считаем их изотропными функциями \mathbf{k} с экстремумами в точке $\mathbf{k}=0$). Для \mathbf{k} , малых по сравнению с модулем вектора обратной решетки,

$$E(\mathbf{k}) = E_0 + \hbar^2 k^2 / 2m, \quad (1a)$$

$$\hbar\omega(\mathbf{k}) = \hbar\omega_0 + \hbar^2 k^2 / 2M. \quad (16)$$

Будем считать, что $m > 0$ (положительная эффективная масса экситона). Обычно выполняется также условие $m \ll |M|$. Функция $g(\mathbf{k})$, определяющая взаимодействие экситонов с оптическими фононами, равна [9]:

$$g(\mathbf{k}) = (2\pi\hbar\omega_0 e^2 c / V)^{1/2} k^{-1} [q_e(\mathbf{k}) - q_h(\mathbf{k})].$$

Здесь V — объем кристалла; $c = \epsilon_0^{-1} - \epsilon_\infty^{-1}$; $q_e(\mathbf{k})$ и $q_h(\mathbf{k})$ — электронный и дырочный форм-факторы

$$q_{e,h}(\mathbf{k}) = [1 + (p_{e,h} r k / 2)^2]^{-2},$$

где r — «радиус экситона»; $p_{e,h} = m_{h,e} / m = m_{h,e} / (m_e + m_h)$; m_e и m_h — массы электрона и дырки. Для определенности положим $m_h > m_e$. Функция $g(\mathbf{k})$ имеет максимум в области $k \sim k_0 = 2/r$. При $k \ll k_0$

$$g(\mathbf{k}) \sim k. \quad (2)$$

Если в начальный момент времени кристалл находится в некотором собственном состоянии $|s\rangle$ гамильтониана H_0 с отличным от нуля числом экситонов, то вероятность испускания фотона с волновым вектором \mathbf{k} и поляризацией σ за единицу времени при $t \rightarrow \infty$ в первом порядке по H_{eL} равна:

$$W_s(\mathbf{k}, \sigma) = \frac{F(\mathbf{k}, \sigma)}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} dt e^{-i\Omega_{\mathbf{k}} t} \langle s | e^{iH_0 t / \hbar} b_{\mathbf{k}}^+ e^{-iH_0 t / \hbar} b_{\mathbf{k}} | s \rangle,$$

где

$$F(\mathbf{k}, \sigma) = (e^2 c_0 k / \epsilon_\infty^{1/2} \hbar V) (\mathbf{e}_{\mathbf{k}\sigma} \mathbf{f}_{\mathbf{k}})^2 (Z_{\mathbf{k}\sigma} + 1),$$

$\mathbf{e}_{\mathbf{k}\sigma}$ — вектор поляризации фотона; $\mathbf{f}_{\mathbf{k}}$ — дипольный матричный элемент экситонного перехода; $Z_{\mathbf{k}\sigma}$ — число фотонов с волновым вектором \mathbf{k} и поляризацией σ .

Предположим, что кристалл находится в термодинамическом равновесии со средой и характеризуется температурой T (измеряемой в энергетических единицах), объемом кристалла V и химическим потенциалом

экситонов μ . Среднее число экситонов N в кристалле при этом определяется формулой

$$N = \text{Sp}[\hat{N} \exp(\Phi + \mu \hat{N} - H_0)/T],$$

где $\hat{N} = \sum_{\mathbf{k}} b_{\mathbf{k}}^+ b_{\mathbf{k}}$ — оператор полного числа экситонов; Φ — термодинамический потенциал. Вероятность излучения фотона в этом случае выражается в виде

$$W(\mathbf{k}, \sigma) = \frac{F(\mathbf{k}, \sigma)}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} dt \exp(-i\Omega_{\mathbf{k}} t) \langle e^{iH_0 t/\hbar} b_{\mathbf{k}}^+ e^{-iH_0 t/\hbar} b_{\mathbf{k}} \rangle, \quad (3)$$

где $\langle \hat{A} \rangle = \text{Sp}\{\exp[(\Phi + \mu \hat{N} - H_0)/T] \hat{A}\}$.

Пренебрежем зависимостью $b_{\mathbf{k}}^+$ и $b_{\mathbf{k}}$ в (3) от волнового вектора фотона, положив $b_{\mathbf{k}}^+ = b_0^+ = b^+$. Тогда спектральная интенсивность люминесценции с заданной поляризацией σ при частоте ω , отнесенная к единице телесного угла в направлении \mathbf{k} , будет определяться формулой

$$W_{\sigma}(\omega) = [V\hbar\omega^3 F(\mathbf{k}, \sigma) \varepsilon_{\infty}^{3/2} / (2\pi c_0)^3] I_{\nu}(\omega), \quad (4)$$

где $I_{\nu}(\omega) = (2\pi)^{-1} \int_{-\infty}^{\infty} dt \exp(-i\omega t) \langle b^+(t) b(0) \rangle$. Учтем, что спектр поглощения экситонов $I_{\kappa}(\omega)$ определяется фурье-образом коррелятора $\langle b(0) b^+(t) \rangle$:

$$I_{\kappa}(\omega) = (2\pi)^{-1} \int_{-\infty}^{\infty} dt \exp(-i\omega t) \langle b(0) b^+(t) \rangle.$$

Тогда

$$I_{\nu}(\omega) = I_{\kappa}(\omega) \exp[(\mu - \hbar\omega)/T]. \quad (5)$$

Формула (5) позволяет найти спектр люминесценции экситонов, если известен их спектр поглощения. Выражения, аналогичные (5), использовались ранее в [3, 7, 10].

3. Как хорошо известно [1, 11, 12], $I_{\kappa}(\omega)$ имеет вид

$$I_{\kappa}(\omega) = \frac{\hbar}{\pi} \frac{[N(\omega) + 1]\Gamma(\omega)}{[\hbar\omega - E_0 - \Delta(\omega)]^2 + \Gamma^2(\omega)}, \quad (6)$$

где $N(\omega) = \{\exp[(\hbar\omega - \mu)/T] - 1\}^{-1}$. (В дальнейшем мы будем считать плотность экситонов настолько малой, что при всех интересующих нас ω и T выполняется условие $\hbar\omega - \mu \gg T$. Тогда можно положить $N(\omega) + 1 \cong 1$). $\Delta(\omega) = \Delta(\omega, 0)$ и $-\Gamma(\omega) = -\Gamma(\omega, 0)$ — действительная и мнимая части массового оператора экситона с импульсом $\hbar\mathbf{k} = 0$, представляющего собой сумму всех неприводимых собственно энергетических частей. Диаграммы, соответствующие собственно энергетическим частям первого и второго порядков, изображены на рис. 1, 2.

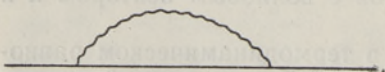


Рис. 1. Диаграмма 1.

Предположим вначале, что экситон-фононное взаимодействие слабое и пренебрежем $\Delta(\omega)$. (Ниже рассмотрим также, какие изменения внесет в теорию отказ от этого ограничения).

В первом порядке (диаг. I)

$$\Gamma^{(1)}(\omega) = \frac{V}{2\pi} \int g^2(k) [n(k) \delta(\hbar\omega - E(k) + \hbar\omega(k)) + (n(k) + 1) \delta(\hbar\omega - E(k) - \hbar\omega(k))] k^2 dk, \quad (7a)$$

где $n(k) = [\exp(\hbar\omega(k)/T) - 1]^{-1}$. Из (7a) видно, что в область резонансной линии и в стоксову часть люминесценции внесет вклад только член, содержащий $n(k)$. В этих областях

$$\Gamma^{(1)}(\omega) = \frac{Vm k_1}{4\pi\hbar^2} g^2(k_1) n(k_1), \quad (7b)$$

где $k_1 = [2m(\hbar\omega - E_0 + \hbar\omega_0)/\hbar^2]^{1/2}$.

Рассмотрим случай низких температур:

$$T \ll \hbar\omega_0, \quad (8)$$

$$T \ll 2\hbar^2/mr^2. \quad (9)$$

Условие (8) означает, что в начальном состоянии среднее число фононов в кристалле $n(k) \ll 1$; условие (9) — константа связи тепловых экситонов с экситоном $\mathbf{k}=0$ (являющимся виртуальным состоянием в процессе излучения света) — имеет вид (2). Если $m = 10^{-27}$ г, $r = 30$ Å (оценочные значения параметров для экситонов $\Gamma_9 - \Gamma_7$ в CdS), то условие (9) выполняется при температурах вплоть до температуры кипения азота, (8) — при еще более высоких.

Рассмотрим прежде всего спектр в области резонанса ($|x_0| = |\hbar\omega - E_0| \ll \hbar\omega_0$; диаг. I). В силу условия (8) $\Gamma^{(1)}(x_0)$ будет малой и слабо зависящей от x_0 величиной (из-за фактора $n(k_1)$). Следовательно, в данной модели спектры поглощения и люминесценции имеют узкую резонансную линию лоренцевой формы, ширина которой стремится к нулю при $T \rightarrow 0$ как $\exp(-\hbar\omega_0/T)$.

Нормируем спектр так, чтобы резонансная линия имела единичную интенсивность, и рассмотрим $I_y(\omega)$ в области фононных повторений ($\hbar\omega \sim E_0 - r\hbar\omega_0$). Вдали от резонанса $\Gamma(\omega) \ll \hbar\omega - E_0$ и

$$I_y(\omega) = \frac{\hbar}{\pi} \frac{\Gamma(\omega) \exp[-(\hbar\omega - E_0)/T]}{(\hbar\omega - E_0)^2}. \quad (10)$$

В области однофононного повторения ($x_1 = \hbar\omega - E_0 + \hbar\omega_0$, $x_1 \ll \hbar\omega_0$) выражение (7b) при условии (9) дает

$$\Gamma^{(1)}(x_1) = B_1 \pi \exp(-\hbar\omega_0/T) x_1^{3/2}, \quad (11)$$

где

$$B_1 = (p_h^2 - p_e^2) m^{3/2} \omega_0 c e^2 r^4 / 2^{1/2} \pi \hbar^4, \quad (12)$$

а относительная интенсивность в этой части спектра определяется выражением

$$I_1(x_1) = B_1 x_1^{3/2} \exp(-x_1/T). \quad (13)$$

Такая форма однофононного повторения наблюдалась экспериментально в [6].

Полная относительная интенсивность однофононного повторения

$$I_1(T) = \frac{3\sqrt{\pi}}{4} B_1 T^{5/2}. \quad (14)$$

Прσανализируем теперь спектр в области двухфононного повторения. При этом ограничение в гамильтониане взаимодействия членами, линейными по фононным операторам, вообще говоря, не обосновано. Мы делаем такое ограничение, поскольку в настоящее время ничего не известно о величине коэффициентов в квадратичных членах и членах более высоких порядков в H_{eL} .

В этом приближении для получения спектра в указанной области нужно проанализировать массовый оператор во втором порядке (диаг. IIа, IIб). Ограничимся в выражениях для функции Грина свободного фонона членами с $n(k)$, так как члены, содержащие произведения $(n(k_i) + 1)(n(k_j) + 1)$, вносят вклад лишь в антистоксову область спектра, а члены с $n(k_i)(n(k_j) + 1)$ дают поправки к резонансной и однофононной линиям.

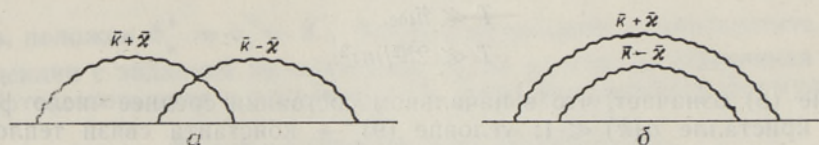


Рис. 2а, б. Диаграммы IIа и IIб.

Выражение для $\Gamma^{(2)}(x_2)$ в рассматриваемой области $|x_2| \ll \hbar\omega_0$, соответствующее диаграмме IIа, имеет вид

$$\begin{aligned} \Gamma_a^{(2)}(x_2) = & \frac{V}{8\pi^5} \int dk \int d\mathbf{x} \delta(\hbar\omega + \hbar\omega_0(\mathbf{k} + \vec{x}) + \hbar\omega_0(\mathbf{k} - \vec{x}) - E(\mathbf{k})) \times \\ & \times n(\mathbf{k} + \vec{x}) n(\mathbf{k} - \vec{x}) g^2(\mathbf{k} + \vec{x}) g^2(\mathbf{k} - \vec{x}) \times \\ & \times [\hbar\omega + \hbar\omega_0(\mathbf{k} + \vec{x}) - E(\mathbf{k} + \vec{x})]^{-1} [\hbar\omega + \\ & + \hbar\omega_0(\mathbf{k} - \vec{x}) - E(\mathbf{k} - \vec{x})]^{-1}. \end{aligned} \quad (15)$$

$\Gamma_b^{(2)}(x_2)$, соответствующее диаграмме (IIб), будет иметь тот же вид, только в последней квадратной скобке $\mathbf{k} - \vec{x}$ заменится на $\mathbf{k} + \vec{x}$.

Из выражения, стоящего под знаком δ -функции, видно, что если $M < 0$, то k ограничено величиной $[2m|M|x_2/(m + 2|M|)\hbar^2]^{1/2}$, а x — величиной $(|M|x_2/\hbar^2)^{1/2}$. Поэтому при малых $|x_2|$ ($|x_2| \ll \hbar^2/|M|r^2$) для актуальных значений k и x справедливо соотношение $x \gg k$. Если $x_2 > \hbar^2/|M|r^2$ или $M > 0$, то актуальные значения x будут лежать в области $|k \pm x| \sim r^{-1}$, и в силу условия $m \ll |M|$ соотношение $x \gg k$ по-прежнему будет выполняться. Это позволяет пренебречь \mathbf{k} по сравнению с \vec{x} в функциях $n(\mathbf{k} \pm \vec{x})$ и $g(\mathbf{k} \pm \vec{x})$. Тогда, учитывая (9), (15), получаем

$$I_2(x_2) = (V^2 m^{3/2} / 2^{1/2} \pi^4 \hbar^5 \omega_0^2) A(x_2),$$

где

$$A(x_2) = \int_0^{\infty} x^2 \left(x_2 + \frac{\hbar^2 x^2}{M} \right)^{1/2} \left(\hbar\omega_0 + \frac{\hbar^2 x^2}{2m} \right)^{-2} \times \\ \times g^4(x) e^{-\frac{1}{T} \left(x_2 + \frac{\hbar^2 x^2}{M} \right)} \Theta \left(x_2 + \frac{\hbar^2 x^2}{M} \right) dx \quad (16)$$

определяет спектральную форму рассматриваемого повторения; $\Theta(z) = 1$, если $z > 0$; $\Theta(z) = 0$, если $z < 0$.

Если выполняется условие $\varepsilon \gg |x_2| \gg T$ (где ε — ширина фононной зоны), то

$$A(x_2) = \frac{\sqrt{\pi}}{4} (|M|T/\hbar^2)^{3/2} |x_2|^{1/2} g^4(\sqrt{Mx_2/\hbar^2}) (\hbar\omega_0 + Mx_2/2m)^{-2} \Theta(Mx_2). \quad (17)$$

Для очень низких температур*

$$T \ll 4\hbar^2/|M|r^2 \quad (18)$$

(T гораздо меньше дисперсии фононной зоны в точке $k' = 2^{3/2}r^{-1}$) спектр будет иметь максимум, положение которого приближенно определяется величиной дисперсии фононной зоны в точке k' (рис. 3а). Таким обра-

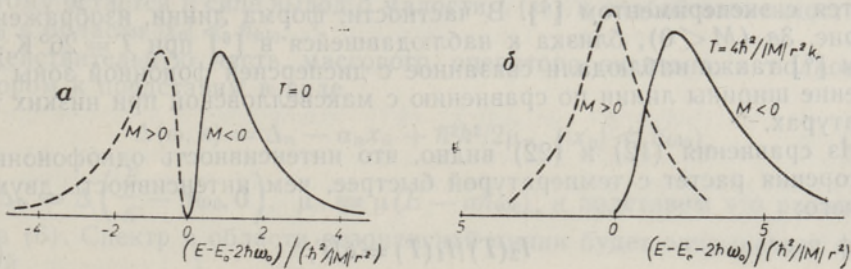
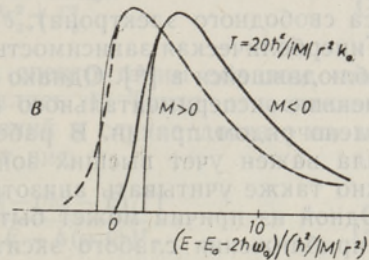


Рис. 3а, б, в. Форма двухфононного повторения; $\frac{mr^2\omega_0}{2\hbar} = 0,4$. Тонкие линии на рис. 3в — максвелловские кривые.



зом, в пределе очень низких температур форма двухфононного повторения практически не зависит от температуры и определяется функцией $g(k)$.

Когда температуры сравнительно высоки,

$$T \gg 4\hbar^2/|M|r^2 \quad (19)$$

(T гораздо больше дисперсии фононной зоны в точке $k' = 2^{3/2}r^{-1}$), однако разумеется, удовлетворяют условиям (8) и (9), то для $x_2 \sim T$ можно пренебречь членом $\hbar^2 x^2 / MT$ в экспоненте (16), так как область больших x внесет малый вклад в интеграл из-за быстрого падения функции $x^2 g^4(x)$ при $x > 2/r$. В этом случае

$$A(x_2) = I x_2^{1/2} \exp(-x_2/T), \quad (20)$$

* По данным расчета [13] дисперсия фононной зоны $4\hbar^2/|M|r^2$ в точке $k' = 2^{3/2}r^{-1} \cong 10^7 \text{ см}^{-1}$ для фононов с $\omega_0 = 6 \cdot 10^{13} \text{ сек}^{-1}$ в CdS составляет $\sim 3-5 \text{ см}^{-1}$.

где

$$I = \int_0^{\infty} \kappa^2 \left(\hbar\omega_0 + \frac{\hbar^2 \kappa^2}{2m} \right)^{-2} g^4(\kappa) d\kappa.$$

Если же $x_2 \ll 4\hbar^2/|M|r^2$, то при $M < 0$ поведение $A(x_2)$ будет следующим:

$$A(x_2) = Sx_2^4, \quad (21)$$

где S — параметр, не зависящий от x_2 . Таким образом, при температурах, удовлетворяющих условиям (8) и (19), двухфононное повторение имеет максвелловскую форму в основной части с некоторым отклонением на длинноволновом конце. В этом случае полная спектральная интенсивность двухфононного повторения.

$$I_2(T) \approx (m^{3/2} V^2 I / 2^{3/2} \pi^{7/2} \hbar^5 \omega_0^2) T^{3/2}. \quad (22)$$

Если температура удовлетворяет условию, более мягкому, чем (19) ($T > 4\hbar^2/|M|r^2$), то спектральная кривая в основной части по-прежнему будет иметь форму, близкую к максвелловской кривой, но с началом не в точке $x_2 = 0$, а в точке $x_2 = z_0$, где z_0 — величина порядка $4\hbar^2/|M|r^2$ (рис. 3в).

Полученные здесь результаты для формы двухфононной линии согласуются с экспериментом [6]. В частности, форма линии, изображенная на рис. 3в ($M < 0$), близка к наблюдавшейся в [6] при $T = 26^\circ \text{K}$. Авторы [6] также наблюдали связанное с дисперсией фононной зоны увеличение ширины линии по сравнению с максвелловской при низких температурах.

Из сравнения (12) и (22) видно, что интенсивность однофононного повторения растет с температурой быстрее, чем интенсивность двухфононного:

$$I_2(T)/I_1(T) = \delta/T, \quad (23)$$

где $\delta = 2^{1/2} m^{3/2} V^2 I / 3\pi^4 \hbar^5 \omega_0^2$. Если взять $m_e = 0,2m_0$, $m_h = 0,9m_0$ (m_0 — масса свободного электрона), $c = 0,08$, $\omega_0 = 6 \cdot 10^{13} \text{ сек}^{-1}$, то $\delta = 1,1^\circ \text{K}$.

Гиперболическая зависимость отношения $I_2(T)/I_1(T)$ от T согласуется с наблюдавшейся в [6]. Однако полученное выше значение δ существенно меньше экспериментального ($\sim 7^\circ \text{K}$). Это различие может быть обусловлено рядом причин. В работе [7] показано, что для данного кристалла важен учет высших зон в качестве промежуточных состояний. Важно также учитывать анизотропию валентной зоны.

Одной из причин может быть также неприменимость в данном случае приближения слабого экситон-фононного взаимодействия (ограничение диаграммами n -го порядка при описании n -го повторения).

4. Для того чтобы выяснить, при каких условиях последнее приближение выполняется, рассмотрим, например, вклад диаграмм второго порядка в области однофононного повторения. Простые оценки с учетом условий (8), (9), $|M| \gg m$ и $\hbar\omega_0 \gg \hbar^2/2mr^2$ дают

$$\Gamma_2^{(1)}(x_1) \approx \beta \Gamma^{(1)}(x_1), \quad (24)$$

где

$$\beta = e^2 c / r \hbar \omega_0. \quad (25)$$

Если $\beta \ll 1$, то $\Gamma_2^{(1)}(x_1) \ll \Gamma^{(1)}(x_1)$. Можно показать, что при условии $\beta \ll 1$ справедливо также соотношение $\Delta(\omega) \ll \hbar\omega_0$. Таким образом,

условие $\beta \ll 1$ можно считать условием слабости взаимодействия. Оно выполняется для экситонов больших радиусов, малых c и больших колебательных квантов. Например, для кристалла CdS ($c = 0,08$; $\omega_0 = 6 \cdot 10^{13} \text{ сек}^{-1}$) $\beta = 0,1$ при $r \cong 300 \text{ \AA}$, т. е. условие $\beta \ll 1$ выполняется лишь для верхних экситонных уровней.

5. Рассмотрим, какие изменения внесет отказ от приближения слабого экситон-фононного взаимодействия. Для простоты будем пренебрегать дисперсией фононной зоны. Резонансная линия теперь будет сдвинута относительно E_0 . Новое ее положение определится как корень уравнения

$$\hbar\omega_0 - E_0 - \Delta(\omega, 0) = 0, \quad (26)$$

который обозначим через E (E — положение дна перенормированной зоны; предполагается, что уравнение (26) имеет один корень).

Обозначим $x_n = \hbar\omega - E + n\hbar\omega_0$. Для дальнейшего удобно также ввести различные обозначения фононных функций Грина, содержащих $n(k)$ и $n(k) + 1$. Первые на диаграммах изображены волнистыми линиями, вторые — пунктирными.

Предположим, что абсолютный минимум энергии перенормированных экситонов (определяемый как корень уравнения (26)) остается в точке $\mathbf{k} = 0$. Тогда вклад в мнимую часть массового оператора при $\hbar\omega \approx E$ дадут диаграммы, содержащие по крайней мере одну волнистую линию. Поэтому остается в силе вывод о малости $\Gamma(x_0)$ и слабой зависимости ее от x_0 в области $|x_0| \ll \hbar\omega_0$.

Действительную часть массового оператора экситона с волновым вектором \mathbf{k} представим в виде

$$\Delta(\omega, \mathbf{k}) = \Delta_n - \alpha_n x_n + \hbar^2 k^2 / 2\mu_n \quad (|x_n| \ll \hbar\omega_0), \quad (27)$$

где $\Delta_n \equiv \Delta\left(\frac{E}{\hbar} - n\omega_0, 0\right)$, $\mu_n \equiv \mu(E - n\hbar\omega_0)$, и подставим это разложение в (6). Спектр в области резонансной линии будет описываться формулой

$$I_0(x_0) = \frac{\hbar}{\pi} \frac{\Gamma_0 \exp[-(E - \mu)/T]}{(1 + \alpha_0)^2 x_0^2 + \Gamma_0^2} \quad (28)$$

($\Gamma_0 \equiv \Gamma(E)$). Нормируем, как и раньше, спектр таким образом, чтобы интенсивность резонансной линии равнялась 1. Тогда относительная интенсивность спектра в области повторений в случае достаточно низких температур, когда $\Gamma(\omega) \ll \hbar\omega_0$, имеет вид

$$I(\omega) = \frac{\hbar(1 + \alpha_0)}{\pi} \frac{\Gamma(\omega) \exp[-(\hbar\omega - E)/T]}{[\hbar\omega - E - \Delta(\omega, 0)]^2}. \quad (29)$$

Рассмотрим область однофононного повторения.

В силу малости $n(k)$ по сравнению с 1 в любой области спектра главный вклад будут вносить диаграммы, содержащие наименьшее число волнистых линий. Поэтому для получения однофононного спектра нужно рассмотреть лишь диаграмму, изображенную на рис. 4, где заштрихованными треугольниками обозначены вершинные части, содержащие только пунктирные линии, а жирной линией — полная экситонная функция Грина, содержащая также лишь пунктирные линии. Массовый оператор, соответствующий такой диаграмме, имеет следующий вид:

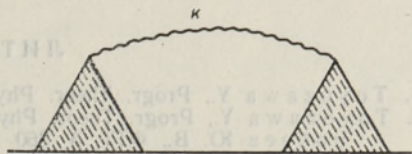


Рис. 4. Диаграмма III.

$$M(\omega, 0) = \frac{V}{(2\pi)^3} \int dk F^2(\hbar\omega, 0; \hbar\omega + \hbar\omega_0, \mathbf{k}; -\mathbf{k}) G(\hbar\omega + \hbar\omega_0, -\mathbf{k}) n(k), \quad (30)$$

где F — вершинная часть; G — полная функция Грина [7] экситона. Если для любых $n \geq 0$ выполняется условие (обобщающее (8))

$$n\hbar\omega_0 + \Delta_n - \Delta_0 \gg (1 + \alpha_0) (m_0^*/m_n^*) T \quad (31)$$

(здесь мы ввели обозначения $m_n^{*-1} = m^{-1} + \mu_n^{-1}$), то во всех энергетических знаменателях, входящих в $\Gamma_1(x_1)$, можно пренебречь значением k , и выражение для $\Gamma_1(x_1)$ существенно упрощается. В этом случае

$$I_1(x_1) = B_1 \gamma_1^2 (m_0^*/m)^{5/2} (1 + \alpha_0)^{7/2} x_1^{3/2} \exp(-x_1/T), \quad (32)$$

где $\gamma_1 = F(\hbar\omega, 0; \hbar\omega + \hbar\omega_0, \mathbf{k}; -\mathbf{k})$ (γ_1 не зависит от k). Отсюда видно, что форма однофононного повторения та же, что и в первом приближении, но ее относительная интенсивность изменяется в $\gamma_1^2 (m_0^*/m)^{5/2} (1 + \alpha_0)^{7/2} \cdot [\hbar\omega_0 / (\Delta_0 - \Delta_1 - \hbar\omega_0)]^2$ раз.

Аналогично при выполнении (31) форма двухфононного повторения будет та же, что и полученная при рассмотрении лишь диаграмм второго порядка. Относительная же ее интенсивность изменится в $(D/I) (1 + \alpha_0)^{5/2} (m_0^*/m)^{3/2} [2\hbar\omega_0 / (\Delta_0 - \Delta_2 - \hbar\omega_0)]^2$ раз. Здесь

$D = \frac{1}{4\pi} \int dk \Pi^2(E, 0; E - 2\hbar\omega_0, 0; \mathbf{k}; -\mathbf{k})$ — совокупность всех компактных диаграмм, которые могут быть связаны с оставшейся частью четырьмя линиями: двумя сплошными («экситонными») $(E, 0)$ и $(E - 2\hbar\omega_0, 0)$ и двумя волнистыми с импульсами \mathbf{k} и $-\mathbf{k}$ (диаг. IV, рис. 5). Коэффициент δ , определяющий отношение интенсивности двухфононной и однофононной линий (см. (23)) изменяется в $\frac{Dm}{I\gamma_1^2 m_0^* (1 + \alpha_0)} \left[\frac{1 - (\Delta_0 - \Delta_1)/\hbar\omega_0}{1 - (\Delta_0 - \Delta_2)/2\hbar\omega_0} \right]^2$

раз.

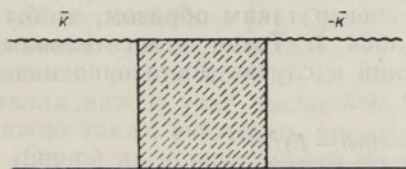


Рис. 5. Диаграмма IV.

Отметим, что обобщение на случай произвольной экситон-фононной связи было проведено в пренебрежении дисперсией фононной зоны ($|M| = \infty$). Учет конечности M не изменит полученных выше формул, если под m понимать перенормированную массу экситона и если выполняется условие $m \ll |M|$.

В заключение авторы глубоко благодарят К. Ребане за руководство настоящей работой и С. Пермогорова за обсуждение результатов работы.

ЛИТЕРАТУРА

1. Toyozawa Y., Progr. Theor. Phys., **20**, 53 (1958).
2. Toyozawa Y., Progr. Theor. Phys., **27**, 89 (1962); Агранович В. М., Конобеев Ю. В., ФТТ, **3**, 360 (1961); Давыдов А. С., Ницович Б. М., ФТТ, **8**, 2230 (1967).
3. Suna A., Phys. Rev., **135**, A 111 (1964).
4. Toyozawa Y., Progr. Theor. Phys. Suppl., **12**, 111 (1959).

5. Гросс Е. Ф., Соболев В. В., ЖТФ, 26, 1622 (1956); Nathan M. I., Burns G., Phys. Rev., 129, 125 (1963); Гросс Е. Ф., Якобсон М. А., Фотоэлектрические и оптические явления в полупроводниках, Киев, АН УССР, 1959, с. 63; Еременко В. В., Опт. и спектр., 4, 348 (1958).
6. Гросс Е. Ф., Пермогоров С. А., Разбирин Б. С., ФТТ, 8, 1483 (1966).
7. Segall V., Mahan G. D., Report No. 68-C-053, Electron Physics Laboratory, General Electric, Research and Development Center, 1968.
8. Weiher R. L., Tait W. C., Phys. Rev., 166, 791 (1968).
9. Ансельм А. И., Фирсов Ю. А., ЖЭТФ, 30, 719 (1956).
10. Рашба Э. И., ФТТ, 5, 1040 (1963).
11. Абрикосов А. А., Горьков Л. П., Дзялошинский И. Е., Методы квантовой теории поля в статистической физике, М., 1959.
12. Зубарев Д. И., УФН, 71, 71 (1960).
13. Nusimović M. A., Birman J. L., Phys. Rev., 156, 925 (1967).

Институт физики и астрономии
Академии наук Эстонской ССР

Поступила в редакцию
22/I 1969

V. FEDOSSEJEV, V. HIZNIAKOV

FOONONÜLEMINEKUTEGA EKSITOONSE LUMINESTSENTSI TEOORIAST

Vaadeldakse Wannier'-Motti eksitoonse luminestsentsi spektreid madalate temperatuuride korral eksitonide isotroopse efektiivse massi lähenduses. Eksitoni-footoni interaktsiooni käsitatakse kui häiritust. Tuletatakse valemid, mis kirjeldavad resonantsjoont ja esimest ning teist võnkekordust. Esitatakse esimese ja teise võnkekorduse suhtelise intensiivsuse (resonantsjoone suhtes) temperatuuriline sõltuvus: $I_1(T) \sim T^{5/2}$, $I_2(T) \sim T^{3/2}$. Esimese võnkekorduse laius läheneb $T \rightarrow 0$ korral nullile, teise võnkekorduse laius jääb aga $T \rightarrow 0$ korral lõplikuks, kui arvestada foonontsooni dispersiooni.

Näidatakse, et nõrga eksitoni-foononi interaktsiooni lähendusest loobumine ei muuda vaadeldava võnkekorduse kuju, küll aga suhtelist intensiivsust. Tulemusi võrreldi eksperimentaalandmetega.

V. FEDOSEYEV, V. HIZHNYAKOV

ON THE THEORY OF INDIRECT TRANSITIONS IN THE EXCITON LUMINESCENCE

Low-temperature luminescence spectra of Wannier-Mott excitons are studied in the approximation of the isotropical effective mass of excitons. Exciton-photon interaction is regarded as perturbation. Formulae are obtained describing the resonant line and the first and second recurrence. The temperature dependence of relative intensities of the first and second recurrence is found in comparison with the resonant line: $I_1(T) \sim T^{5/2}$, $I_2(T) \sim T^{3/2}$. The width of the first recurrence tends to 0 at $T \rightarrow 0$, the width of the second one remains finite at $T \rightarrow 0$ if the dispersion of the phonon band is taken into account.

It is shown that neglect of the approximation of a weak exciton-phonon interaction does not change the form of recurrences under study but leads to a change of their relative intensities. Comparison with experiment is made.