

Поставленный вопрос сводится к задаче

$$\min_{0 \leq \rho \leq 1} \max_{0 \leq r \leq 1} d_q(r, \rho) = d_q(\bar{r}_q, \bar{\rho}_q).$$

Эта задача была решена на ЭВМ. Кроме  $\bar{\rho}_q$  и  $\bar{r}_q$  вычислялись также отношения  $d_q(\bar{r}_q, \bar{\rho}_q) / \binom{q+3}{3}$ , показывающие во сколько раз увеличивается минимаксная дисперсия вследствие условия равенства весов двух сфер. Результаты приведены в таблице.

Оказывается, что при  $2 \leq q \leq 7$  максимальная дисперсия увеличивается на 5—30% за счет требования равенства весов на двух сферах, а при больших  $q$  это увеличение убывает к нулю. Но оптимальные радиусы  $\bar{\rho}_q$  и  $\bar{r}_q$  при  $q \geq 1$  резко отличаются друг от друга. Если при  $q \rightarrow \infty$   $\bar{\rho}_q \rightarrow 0,6050$ , то  $\bar{r}_q \rightarrow 1$ . Отметим также, что вследствие добавочного условия  $\bar{\rho}_q$  и  $\bar{r}_q$  отличаются друг от друга.

#### ЛИТЕРАТУРА

1. Gardiner D. A., Grandage A. H., Hader R. J., Ann. Math. Statistics, **30**, 1082 (1959).
2. Draper N. R., Ann. Math. Statistics, **31**, 865 (1960).
3. Draper N. R., Ann. Math. Statistics, **31**, 875 (1960).
4. Draper N. R., Ann. Math. Statistics, **32**, 910 (1961).
5. Thaker P. J., Das M. N., J. Indian Soc. Agric. Statistics, **13**, 218 (1961).
6. Draper N. R., Technometrics, **4**, 219 (1962).
7. Das M. N., Narasimham N. L., Ann. Math. Statistics, **33**, 1421 (1962).
8. Herzberg A. M., Ann. Math. Statistics, **35** (1964).
9. Nigam A. K., J. Indian Soc. Agric. Statistics, **19**, 36 (1967).
10. Farrell R. H., Kiefer J., Wolbran A., Proc. V Berkeley Symp. Prob. Statistics, **1**, 113 (1967).

Институт кибернетики  
Академии наук Эстонской ССР

Поступила в редакцию  
1/X 1969

EESTI NSV TEADUSTE AKADEEMIA TOIMETISED. 19. KOIDE  
FÜSIKA \* МАТЕМАТИКА. 1970, NR. 1

ИЗВЕСТИЯ АКАДЕМИИ НАУК ЭСТОНСКОЙ ССР. ТОМ 19  
ФИЗИКА \* МАТЕМАТИКА. 1970, № 1

<https://doi.org/10.3176/phys.math.1970.1.16>

П. СААРИ, Р. АВАРМАА

### К ВОПРОСУ О ВРАЩАТЕЛЬНОЙ РЕЛАКСАЦИИ ПРИМЕСНОЙ МОЛЕКУЛЫ $\text{NO}_2^-$ В КСІ

P. SAARI, R. AVARMAA. LISANDIMOLEKULI  $\text{NO}_2^-$  PÕRLEMISRELAKSATSIOONIST

KRISTALLIS KCl

P. SAARI, R. AVARMAA. ON THE ROTATIONAL RELAXATION OF IMPURITY MOLECULE

$\text{NO}_2^-$  IN KCl CRYSTAL

В работе [1] было установлено, что в системе  $\text{KCl-NO}_2^-$  при гелиевых температурах люминесценция происходит из состояния, в котором не установилось тепловое равновесие по вращательным уровням примесной молекулы, т. е. скорость релаксации вращения мала по сравнению с временем жизни возбужденного электронного состояния.

С целью получения более точных количественных данных о вращательной релаксации в данной системе, нами исследовано распределение интенсивностей во вращательной структуре спектра люминесценции в зависимости от частоты возбуждающего света.

Установка, обеспечивающая селективное возбуждение центров на определенный вращательный уровень и регистрацию тонкой структуры спектра люминесценции, схематически изображена на рис. 1.

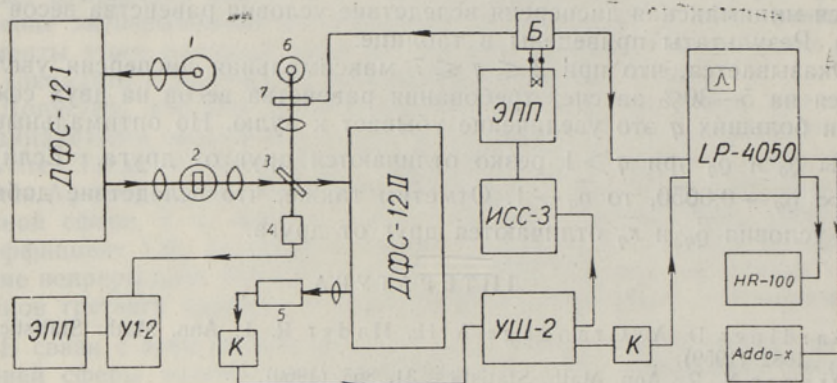


Рис. 1. Схема экспериментальной установки:

1 — лампа ДКсШ-1000; 2 — гелиевый криостат с образцом; 3 — стеклянная пластинка; 4 — ФЭУ-52; 5 — охлаждаемый ФЭУ-79; 6 — спектральная лампа СМК-2; 7 — затвор; К — катодный повторитель; Б — блок формирования старт-импульса.

С помощью первого монохроматора ДФС-12 I из излучения ксеноновой лампы ДКсШ-1000. (1) выделялась нужная спектральная полоса с полушириной  $3 \text{ см}^{-1}$ . Для уменьшения потерь света использовалась методика возбуждения «на просвет»: выходная щель первого монохроматора проектировалась точно на входную щель измеряющего монохроматора ДФС-12 II. При этом промежуточное изображение щели находилось в центре исследуемого образца (2).

Для точной настройки частоты возбуждения на линию поглощения кристалла часть прошедшего света регистрировалась с помощью фотоумножителя ФЭУ-52 (4), усилителя УИ-2 и самописца ЭПП-09.

Вращательная структура спектра люминесценции регистрировалась на монохроматоре ДФС-12 II (ширина щели  $2,5 \text{ см}^{-1}$ ) с помощью охлаждаемого парами азота фотоумножителя ФЭУ-79 (5) в режиме счета фотонов. Для усиления и выделения одноэлектронного пика [2] использовался прибор УШ-2. Импульсы считывались на мискоканальном анализаторе LP-4050.

Ввиду малой интенсивности регистрируемого сигнала ( $\approx 50 \text{ фотон/сек} \approx 10 \text{ имп/сек} \approx 10^{-12} \text{ а}$ ) время накопления в одном канале выбиралось равным не менее  $40 \text{ сек}$ , при этом для повышения достоверности измерений нужное время накопления набралось путем суммирования спектров [3], полученных повторными измерениями с 8-секундным временем накопления на канал.

Необходимое для суммирования отсутствие сдвига между спектрами достигалось включением анализатора в момент прохождения мимо щели линии Cd  $4413 \text{ \AA}$  (исследуемая бесфононная группа (0, 3) находилась в области  $4415\text{--}4420 \text{ \AA}$ ). Для этого перед очередным прохождением спектра щель монохроматора II освещалась спектральной лампой (6). Сигнал от ФЭУ подавался с помощью интенсиметра ИСС-3 на самописец, движок которого, замыкая контакты, запускал блок старта измерения в момент прохождения максимума линии Cd. Описанное приспособление обеспечивало точность наложения не хуже  $0,3 \text{ см}^{-1}$ . Суммированные спектры выписывались с помощью цифрпечатающего устройства Addo-X, а также на двухкоординатном самописце HR-100.

Согласно [1] тонкая структура всех электронно-колебательных бесфононных групп спектра люминесценции  $KCl-NO_2^-$  одинакова и состоит из компонента  $P(1')$  и компонента, обусловленного наложением переходов  $R(1')$  и  $R(0')$  соответственно с вращательных подуровней  $K'=1$  и  $K'=0$  уровня  $(0, 0)$  возбужденного электронного состояния (см. рис. 2а).

По каждому измеренному спектру вычислялось отношение заселенностей  $q_1/q_0$  вращательных подуровней  $K'=1$  и  $K'=0$ , учитывая при этом: а) соотношение между вероятностями переходов  $\omega[P(1')] = \omega[R(1')]$ ; б) статистические веса соответствующих вращательных уровней  $g(K') = g(K) = 2$ ,  $K, K' \neq 0$ ;  $g(0') = g(0) = 1$ ; в) предположение, что вероятности бесфононных излучательных, а также безызлучательных переходов не зависят от  $K'$  [4].

В результате получилась следующая зависимость отношения  $(q_1/q_0)_{K'}$  от способа возбуждения (индекс  $K'$  отмечает подуровень, на который происходило возбуждение):

1. Возбуждение в  $(0, 0)$  группе при температуре образца  $4,2^\circ K$ . При равновесном распределении отношение заселенностей  $(q_1/q_0)$  должно быть 0,43. Экспериментальная же величина  $(q_1/q_0)_0$  немного меньше, а  $(q_1/q_0)_2$  немного больше  $(q_1/q_0)_0$ . Зато  $(q_1/q_0)_1 = 2,7$ , превышая таким образом равновесное отношение заселенностей в 6 раз (см. рис. 2).

Результаты опыта при  $1,9^\circ K$  носят такой же характер:  $(q_1/q_0)_1$  превышает соответствующую величину равновесного распределения в 35 раз.

II. Возбуждение в  $(0, 1)$  группе при  $4,2^\circ K$ . Величина  $(q_1/q_0)_{K'}$  мало зависит от  $K'$  и лишь немного отличается от  $q_1/q_0$  при «смешанном» (немонохроматическом) возбуждении. Следовательно релаксация локального колебания оказывает влияние и на вращательное состояние молекулы.

На основе приведенных в пункте I результатов с помощью решения соответствующих кинетических уравнений вычислялось отношение времени распада первого вращательного подуровня  $\tau_{10}$  к времени жизни возбужденного электронного состояния  $\tau_0$ .

Результаты вычислений:

А. Используя величины  $(q_1/q_0)_1$  при  $4,2$  и  $1,9^\circ K$  получено  $\tau_{10}/\tau_0 = 2,3$  и  $\tau_{10}/\tau_0 = 2,4$  соответственно. Поскольку при  $77^\circ K$   $\tau_0 = 1,2 \cdot 10^{-8}$  сек [4] и по нашим оценкам с понижением температуры остается постоянной, время распада первого вращательного уровня составляет  $3 \cdot 10^{-8}$  сек и практически не изменяется при переходе от  $4,2^\circ K$  к  $1,9^\circ K$ .

Отношение  $\tau_{10}/\tau_0$  при  $4,2^\circ K$  можно вычислить и с помощью отношения  $(q_1/q_0)_0$ . Разногласие между найденной таким путем величиной  $\tau_{10}/\tau_0 \approx 0,3$  и предыдущими

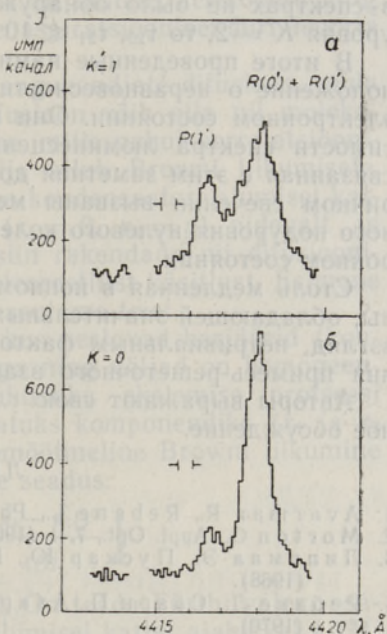


Рис. 2. Вращательная структура  $(0,3)$  группы спектра люминесценции  $KCl-NO_2^-$  при  $4,2^\circ K$ :

а — при возбуждении  $3992,9 \text{ \AA}$ , время накопления на канал  $t = 7 \times 8$  сек; б — при возбуждении  $3994,0 \text{ \AA}$ ,  $t = 6 \times 8$  сек. Слева показан уровень темновых импульсов.

результатами или может быть вызвано сравнительно большой ошибкой определения величины  $(\overline{Q_1/Q_0}) - (Q_1/Q_0)_0$ , определяющей отношение  $\tau_{10}/\tau_0$ , или же связано с неточностью предположений, сделанных выше.

Б. Используя соотношение между  $(Q_1/Q_0)_1$  и  $(Q_1/Q_0)_2$ , получено отношение вероятностей двух путей распада уровня  $K' = 2$ . Соответствующие времена  $\tau_{21}$  и  $\tau_{20}$  оказались величинами одного порядка. Поскольку в спектрах не было обнаружено линий, обусловленных переходами с уровня  $K' = 2$ , то  $\tau_{20}, \tau_{21} \ll 10^{-8}$  сек.

В итоге проведенные нами измерения полностью подтвердили предположение о неравновесности распределения центров в возбужденном электронном состоянии. Они показали также, что возникновение зависимости спектра люминесценции от частоты возбуждающего света и связанная с этим заметная доля «горячей» люминесценции [5, 6] во вторичном свечении вызваны медленностью распада первого вращательного подуровня нулевого колебательного уровня в возбужденном электронном состоянии.

Столь медленная в ионном кристалле релаксация вращения молекулы, обладающей значительным дипольным моментом, является, на наш взгляд, нетривиальным фактом, представляющим интерес с точки зрения притесь-решеточного взаимодействия.

Авторы выражают свою глубокую благодарность К. Ребане за ценное обсуждение.

#### ЛИТЕРАТУРА

1. Avarmaa R., Rebane L., Phys. Stat. Sol., 35, 107 (1969).
2. Morton G., Appl. Opt., 7, 1 (1968).
3. Липпмаа Э., Пускар Ю., Паст Я., Изв. АН ЭССР, Физ. Матем., 17, 112 (1968).
4. Ребане Л., Саари П., Авармаа Р., Изв. АН ЭССР, Физ. Матем., 19, 44 (1970).
5. Hishnyakov V., Rebane K., Tehver I., Proceedings of the International Conference on Light Scattering Spectra of Solids, New York, September 3—6, 1968.
6. Saari P., Rebane K., Solid State Comm., 7, 887 (1969).

Институт физики и астрономии  
Академии наук Эстонской ССР

Поступила в редакцию  
8/X 1969

EESTI NSV TEADUSTE AKADEEMIA TOIMETISED. 19. KÕIDE  
FÜSIKA \* МАТЕМАТИКА. 1970, NR. 1

ИЗВЕСТИЯ АКАДЕМИИ НАУК ЭСТОНСКОЙ ССР. ТОМ 19  
ФИЗИКА \* МАТЕМАТИКА. 1970, № 1

J. SALM

### KONVEKTSIOONIVOOLU TIHEDUS KONDENSAATORIS LAENGUKANDJATE DIFUSIOONI KORRAL

Я. САЛМ. ПЛОТНОСТЬ КОНВЕКТИВНОГО ТОКА В КОНДЕНСАТОРЕ ПРИ НАЛИЧИИ  
ДИФФУЗИИ НОСИТЕЛЕЙ ЗАРЯДА

J. SALM. CONVECTIVE CURRENT DENSITY IN A PLANE CONDENSER WITH CHARGE  
CARRIERS DIFFUSING

Vaatleme fasantkondensaatorit katete vahekaugusega  $d$ . Katete vahel on homogeenne staatiline elektrivõlli tugevusega  $E = U/d$ , kus  $U$  on pingeline. Katete vahel voolab ka õhk, ühtlase kiirusega  $u_1$ . Suunamine ristkoordinaatide